



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

(ЧАСТЬ 1)

*Л. А. Янкина, канд. пед. наук,
доцент кафедры методики начального образования*



-Позиционные и непозиционные системы счисления

-Запись чисел в десятичной системе счисления

- Алгоритмы арифметических действий в десятичной системе счисления

- Позиционные системы счисления, отличные от десятичной



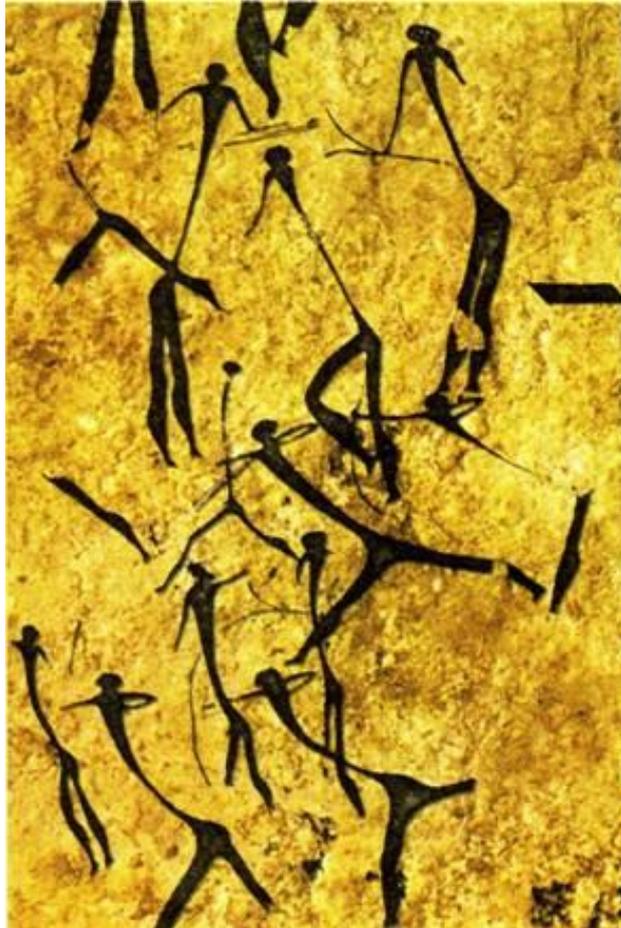
Позиционные и непозиционные системы счисления

Системой счисления называют язык для наименования, записи чисел и выполнения действий над ними

Этапы в развитии системы записи чисел:

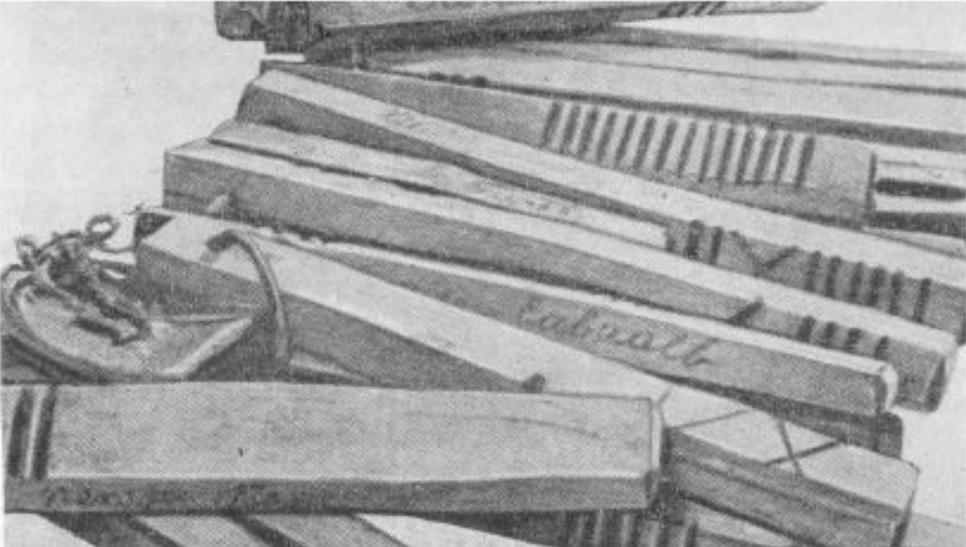
- Зарубки (черточки) на бирке (доске, камне)**
- Узлы на веревке**
- Бусы**
- Изображение группы черточек одним знаком**

Рисунки на камнях





Бирки



В непозиционных системах счисления значение каждого знака не зависит от его положения в записи числа

Римская нумерация

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Числа образуются при помощи сложения и вычитания:

**IV – 4 , XC – 90 , CXCIII – 193 , DLXIV – 564 ,
MMDCCVIII – 2708**

133842 - CXXXIIImDCCCLII

*лат. mille –
тысяча*



XX

Домой приехав, пистолеты
Он осмотрел, потом вложил
Опять их в ящик и, раздетый,
При свечке, Шиллера открыл;
Но мысль одна его объемлет;
В нем сердце грустное не дремлет:
С неизъяснимою красой
Он видит Ольгу пред собой.
Владимир книгу закрывает,
Берет перо; его стихи,
Полны любовной чепухи,
Звучат и льются. Их читает
Он вслух, в лирическом жару,
Как Дельвинг пьяный на пиру.

281



Греческая нумерация

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IIII	Γ	ΓΙ	ΓΙΙ	ΓΙΙΙ	ΓΙΙΙΙ
10	100	1000	10000	50	500	5000		
Δ	Η	Χ	Μ	Ϟ	ϙ	Ϡ		

Аттическая нумерация

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ρ
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϛ

Ионийская нумерация

Славянская нумерация

^z А	^z В	^z Г	^z Д	^z Е	^z С	^z З	^z И	^z Ѡ
<i>аз</i>	<i>веди</i>	<i>глаголь</i>	<i>добро</i>	<i>есть</i>	<i>зело</i>	<i>земля</i>	<i>иже</i>	<i>фита</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
^z І	^z К	^z Л	^z М	^z Н	^z Ѵ	^z О	^z П	^z Ч
<i>и</i>	<i>како</i>	<i>люди</i>	<i>мысле</i>	<i>наш</i>	<i>кси</i>	<i>он</i>	<i>покой</i>	<i>червь</i>
10	20	30	40	50	60	70	80	90
^z Р	^z С	^z Т	^z У	^z Ф	^z Х	^z Ψ	^z Ѡ	^z Ц
<i>рцы</i>	<i>слово</i>	<i>твердь</i>	<i>ук</i>	<i>ферт</i>	<i>жа</i>	<i>пси</i>	<i>о</i>	<i>цы</i>
100	200	300	400	500	600	700	800	900

^zК^zВ
22

^zЗ^zВ
7002

^zТ^zК^zА
320001



Тьма
10⁶



Легион
10¹²



Леодр
10²⁴



Ворон
10⁴⁸



Колода
10⁴⁹

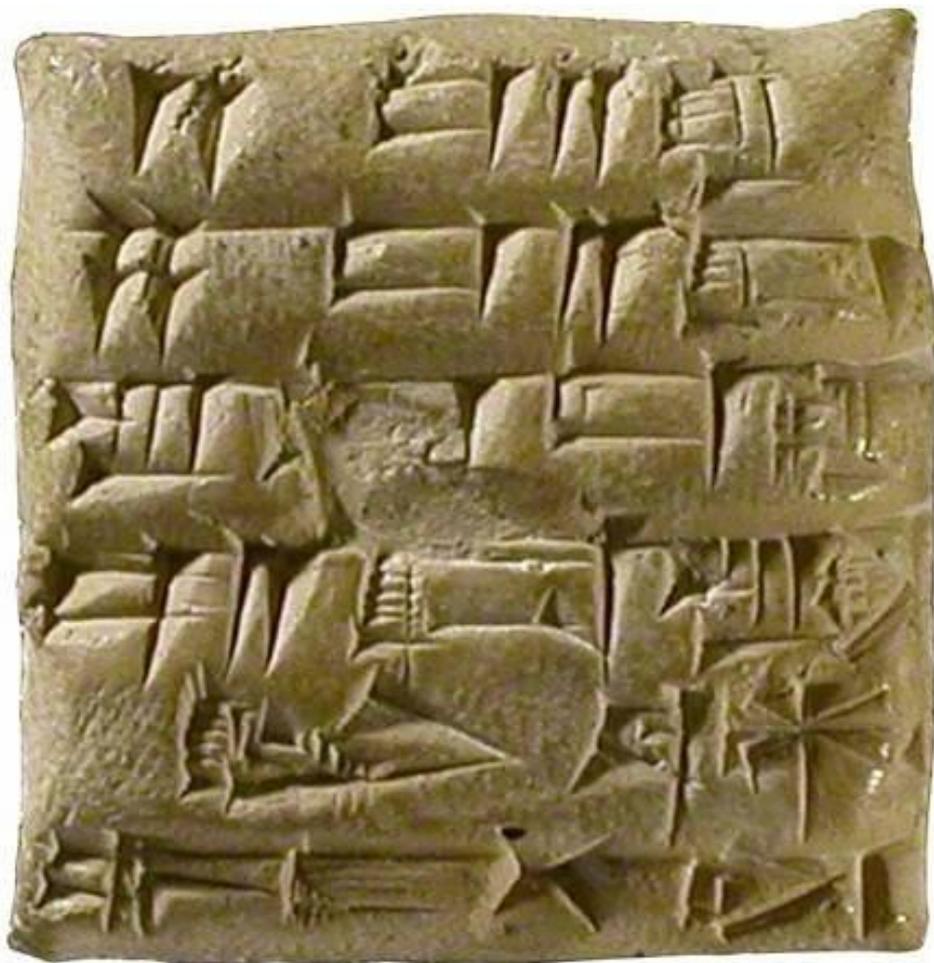


Позиционные системы счисления – системы, в которых один и тот же знак (одна и та же цифра) может обозначать различные числа в зависимости от положения этого знака в записи числа (его позиции)

$$222 = 200 + 20 + 2$$

Первой позиционной системой счисления оказалась древневавилонская шестидесятеричная система счисления.

Вавилонская нумерация



▼	- 1	▲	- 10
▼▼	- 2	▲▼	- 11
▼▼▼	- 3	▲▼▼	- 12
▼▼▼▼	- 4	▲▲	- 20
▼▼▼▼▼	- 5	▲▲▲	- 50

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

Двенадцатиричная система счисления



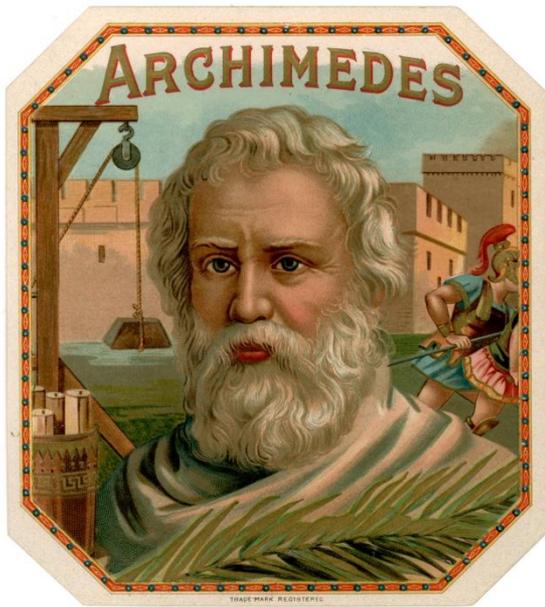
$$12 \times 5 = 60$$







Запись чисел в десятичной системе счисления



Архимед, 3 век до н. э.

**В современном виде
десятичная нумерация
сложилась в 6 в. н. э. в
Индии**

аль-Хорезми
«Об индийском счете»
9 в.



Индийская нумерация

ЭВОЛЮЦИЯ ИНДИЙСКИХ ЦИФР

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XII век	1	୨୨	୩	୪	୫୫	୬	୭	୮	୯	୦
Ок.1294	1	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
Ок.1360	1	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
Ок.1442	1	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
Ок.1480	1	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦

11 в. – Европа знакомится с достижениями индо-арабской нумерации



1202 г. - Л. Фибоначчи

«Книга абака» - вводятся индийские цифры и нуль

13 в. – начало внедрения десятичной системы в Европе

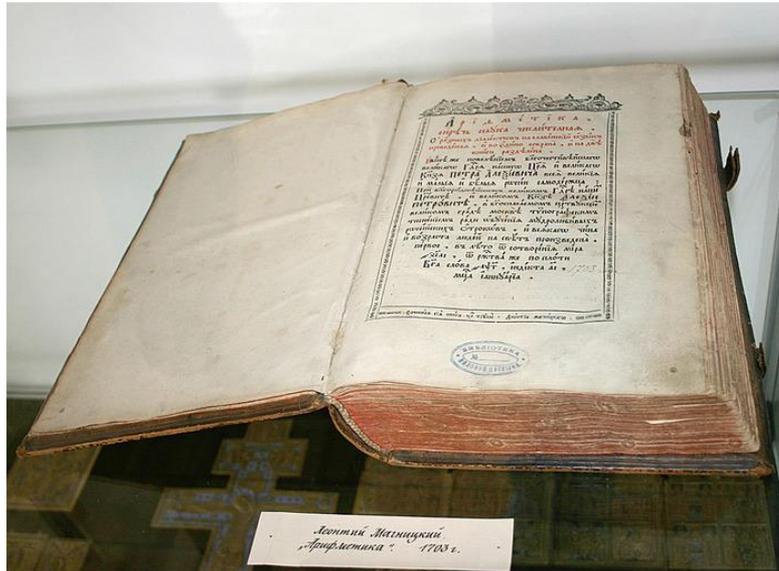
16 в. – повсеместное

использование в странах Западной Европы

Леонтий Филиппович Магницкий

«Арифметика, сиречь наука числительная», 1703

Г.



Пакн ѿно показаніе перетовое , составное ,
 и сочиненное , предложено , такожде ради абунарго
 подѣла , во исчисленіи .

а	1
вѣ	1 2
рѣг	1 2 3
*а с л д	1 2 3 4
*вѣ т м ѳ	1 2 3 4 5
*р *к *г ѿ н с	1 2 3 4 5 6
млїѡнъ *с *л *д ф ѡ з	1 2 3 4 5 6 7
вѣ млїѡнъ *т *м *ѳ х ѡ н	1 2 3 4 5 6 7 8
рѣг млїѡна *у *н *с ѷ п . а .	1 2 3 4 5 6 7 8 9
*а с л д млїѡна *ф *ѡ *з ѿ ч	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

В десятичной системе счисления для записи чисел используются 10 знаков (цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, из них образуются конечные последовательности, которые являются краткими записями чисел:

$$5457 = 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 7$$

5 тыс. + 4 сот. + 5 дес. + 7 ед.

Десятичной записью натурального числа x называется его представление в виде

$$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0, \quad (*)$$

где коэффициенты $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ принимают значения $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, $a_n \neq 0$

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$$

Любое натуральное число x можно представить в виде $(*)$ и такая запись единственна

$$18935 = 1 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5$$

$$18030 = 1 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10$$

Сравнение чисел

$$45 < 78030$$

$$45026 < 78030$$

$$78026 < 78030$$

Пусть x и y - натуральные числа, запись которых дана в десятичной системе счисления:

$$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$y = b_m \cdot 10^m + b_{m-1} \cdot 10^{m-1} + \dots + b_1 \cdot 10 + b_0$$

Тогда число x меньше числа y , если выполнено одно из условий:

а) $n < m$;

б) $n = m$, но $a_n < b_m$;

в) $n = m$, $a_n = b_m$, ..., $a_k = b_k$, но $a_{k-1} < b_{k-1}$.

Если натуральное число x представлено в виде

$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$,
то числа $1, 10, 10^2, 10^3, \dots, 10^n$ называют при таком представлении разрядными единицами соответственно 1-го, 2-го, 3-го, ... n+1-го разряда, причем 10 единиц одного разряда составляют одну единицу следующего высшего разряда, то есть отношение соседних разрядов равно 10 – **основание системы счисления.**

класс класс класс
миллионно тысяч единиц

В
7628093546

Сотни

Миллионов
Десятки

Единиц
Миллионов

Десятки

Единицы

Тысячи

Сотни

Десятки

Единицы

ы

Наименование чисел

Имеются названия первых десяти чисел, затем из них в соответствии с определением десятичной записи и путем прибавления еще немногих слов образуются названия последующих чисел

Пример: числа второго десятка ($1 \cdot 10 + a_0$) образуются из соединения первых десяти названий и несколько измененного слова десять («дцать»):

одиннадцать - один на десять,

двенадцать - два на десять и т.д.

миллион (10^6), миллиард (10^9), биллион (10^{12}), триллион (10^{15}), квадриллион (10^{18}) и т.д.

В вузе

десятичной записью
натурального числа

считают его

представление в виде

суммы степеней 10 с
коэффициентами:

$$3745 = 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5$$

В школе

десятичной записью
натурального числа

считают его

представление в виде

суммы разрядных
слагаемых:

$$3745 = 3000 + 700 + 40 + 5$$

Упражнения

1. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых: **4725, 3370, 10255**.

Какие числа представлены следующими суммами:

а) $6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 8$; **б)** $7 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10$; **в)** $8 \cdot 10^4 + 10^3 + 3 \cdot 10 + 1$.

3. Напишите наибольшее трехзначное и десятизначное числа, в которых все цифры различны.

4. Сумма цифр двузначного числа равна **9**, причем цифра - десятков вдвое больше цифры единиц. Найдите это число.

5. Каждая цифра пятизначного числа на единицу больше предыдущей, а сумма его цифр равна **30**. Какое это число?

6. Младшим школьникам предложена задача: «Запиши 5 четырехзначных чисел, используя цифры 2,5,0,6 (одна и та же цифра не должна повторяться в записи числа)». А сколько вообще всевозможных четырехзначных чисел можно записать, используя цифры 2,5, 0 и 6 так, чтобы одна и та же цифра не повторялась в записи числа?



**Спасибо за
внимание!**