

5 Основные понятия алгебры логики

Для анализа и синтеза схем в ЭВМ при алгоритмизации и программировании широко используется математический аппарат алгебры логики (булевой алгебры).

Основное понятие булевой алгебры — **высказывание**. Высказывания бывают **простые и сложные**.

Под *простым высказыванием* понимается повествовательное предложение, в отношении которого имеет смысл утверждение о его истинности или ложности.

Высказывания обозначаются латинскими буквами и могут принимать одно из двух значений: ЛОЖЬ (значение 0) или ИСТИНА (значение 1).

Два высказывания A и B называются *равносильными*, если они имеют одинаковые значения истинности, записывается $A = B$.

Сложное высказывание можно построить из простых с помощью логических операций: **отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции** и логических выражений, представляющих собой комбинации логических операций.

Операцией **отрицания A** называют высказывание (или $\neg A$, или \bar{A} говорят **не A**), которое истинно тогда, когда A ложно, и ложно тогда, когда A истинно.

Например, если событие A состоит в том, что «завтра экзамен», то «завтра **НЕ** будет экзамена», истинность одного утверждения автоматически означает ложность второго.

Отрицание — унарная (т.е. для одного операнда) логическая операция. Ей соответствует языковая конструкция, использующая частицу НЕ.

Это правило можно записать в виде следующей таблицы:

A	\bar{A}
0	1
1	0

Такая таблица называется **таблицей истинности**.

Конъюнкцией (логическим умножением) двух высказываний **A** и **B** является новое высказывание **C**, которое *истинно только тогда, когда истинны оба высказывания*, записывается $C = A \wedge B$ или $C = A \& B$, или $C = A * B$ (при этом говорят **C** равно **A И B**).

Например, пусть высказывание **A** состоит в том, что «высота шкафа меньше высоты двери», событие **B** «ширина шкафа меньше ширины двери», событие **C** «шкаф можно внести в дверь, если ширина шкафа меньше ширины двери **И** высота шкафа меньше высоты двери», т.е. данная операция применяется, если два высказывания связываются союзом **И**.

Таблица истинности этой операции, как следует из определения, имеет вид

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Т.е. результатом **конъюнкции** (логического умножения) будет **1** только в том случае, когда значения **обоих операндов 1**.

Дизъюнкцией (логическим сложением) двух высказываний **A и **B** является новое высказывание **C**, которое *истинно, если истинно хотя бы одно высказывание*. Записывается $C = A \vee B$, или, правда очень редко, может быть записано $C = A + B$ (при этом говорят: **C** равно **A ИЛИ B**).**

Например, пусть высказывание **A** состоит в том, что «студент может добираться домой на автобусе», событие **B** «студент может добираться домой на троллейбусе», событие **C** «студент добрался домой на автобусе **ИЛИ** троллейбусе», т.е. данная операция применяется, если два высказывания связываются союзом **ИЛИ**.

Таблица истинности такой операции следующая:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Т.е. результатом **дизъюнкции (логического сложения)** будет **1**, если **хотя бы один из операндов имеет значение 1**.

Импликацией двух высказываний **A** (**A** называется *посылкой*) и **B** (**B** называется *заключением*) является новое высказывание **C**, которое *ложно только тогда, когда посылка истинна, а заключение ложно*, записывается $C = A \rightarrow B$ (при этом говорят: из **A** следует **B**).

Примером такой операции может быть любое рассуждение типа: если произошло событие **A**, то произойдет событие **B**, например, «если идет дождь, то на небе тучи». Очевидно, *операция не симметрична*, т.е. из $B \rightarrow A$ не всегда истинно, в нашем примере «если на небе тучи, то идет дождь» не всегда истинно.

Таблица истинности импликации имеет вид

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Т.е. результатом *импликации* будет **0** *только тогда, когда посылка 1, а заключение 0.*

Эквиваленцией двух высказываний **A** и **B** является новое высказывание **C**, которое *истинно только тогда, когда оба высказывания имеют одинаковые значения истинности*, записывается $C = A \leftrightarrow B$ ($C = A = B$).

Примером такой операции может быть любое высказывание типа: событие **A** равносильно событию **B**. Например, «идет дождь» равносильно «капает из тучи».

Таблица истинности:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

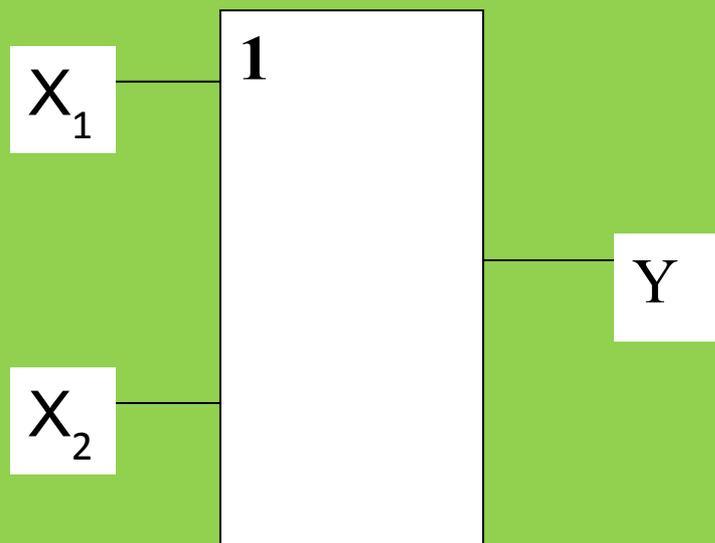
Т.е. результатом *эквиваленции* будет 1 тогда, когда *оба высказывания имеют одинаковые значения (либо 0, либо 1)*.

Чтобы избежать большого количества скобок в булевских функциях, принято следующее соглашение о старшинстве операций.

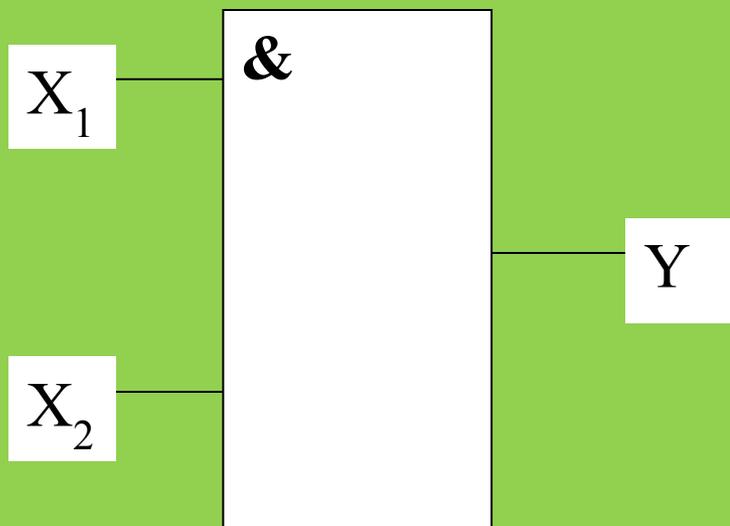
Первыми выполняются операции в скобках, затем операции в следующем порядке: отрицание, конъюнкция и дизъюнкция слева направо, импликация, эквиваленция.

При построении функциональных узлов КС используются элементы, которые реализуют базовую систему логических функций.

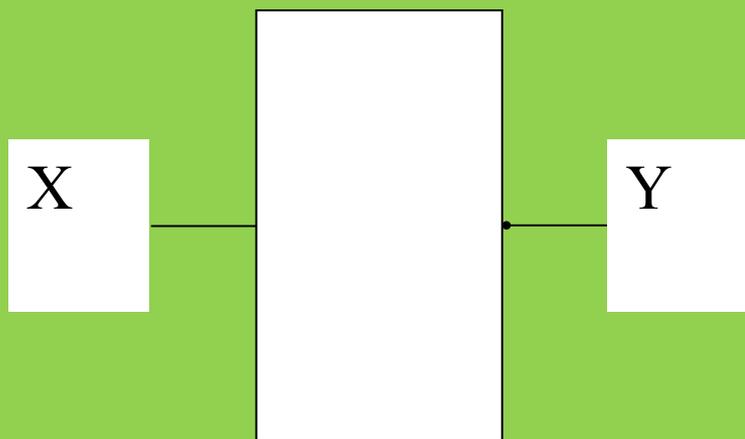
Одним из таких базовых наборов является набор из трех функций: дизъюнкции (логическое ИЛИ), конъюнкции (логическое И) и отрицание (логическое НЕ).



элемент «логическое ИЛИ»



элемент «логическое И»



элемент «логическое НЕ»

Используя эти базовые элементы, строятся все функциональные узлы ЦВМ.