

Системы счисления

Основные понятия систем
счисления

* **Системой счисления** или нумерацией называется определённый способ записи чисел.

* Запись чисел по правилам определённой системы счисления есть способ **кодирования чисел.**

Основные понятия позиционных систем счисления

- * **Цифра** – символ, используемый для записи числа
- * **Алфавит системы счисления** – совокупность всех цифр
- * **Размерность алфавита** – количество цифр в алфавите.
- * Каждая позиция в записи числа называется **разрядом числа**.
разряды 3 2 1 0 -1 -2 -3
число 6 2 4 8, 5 4 7
- * В позиционной системе счисления, цифры, стоящие на разных позициях, имеют разные **веса**

СОТНИ	ДЕСЯТКИ	ЕДИНИЦЫ
3	2	5
$325 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1$ – развёрнутая запись числа		

$$6248,547 = 6 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1 + 5 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,01 + 7 \cdot 0,001 = \\ = 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3}$$

В **десятичной** системе счисления веса равны целым степеням числа **10**.

... $10^7, 10^6, 10^5, 10^4, 10^3, 10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-}$

Базис десятичной системы счисления

Десятичная система счисления традиционная – **размерность алфавита – основание системы счисления**

Основанием традиционной системы счисления может быть любое натуральное число, начиная с двух, а базис – бесконечный в обе стороны ряд степеней основания.

основание	название	алфавит
2	двоичная	0, 1
3	троичная	0, 1, 2
8	восьмеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
16	шестнадцатеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Перевод чисел в десятичную систему счисления

Задача 1

Число в троичной системе счисления : $2011, 1_3$ перевести в десятичную систему счисления.

Решение.

$3 \ 2 \ 1 \ 0 \ -1$

$$\begin{aligned} 2011, 1_3 &= 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 + 1 \cdot 3^{-1} = \\ &= 2 \cdot 27 + 0 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + \frac{1}{3} = 58\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Задача 2

Шестнадцатеричное число $2AF, 8C_{16}$ перевести в десятичную систему счисления.

Задача 3

Двоичное число

1010101111, 100011₂ перевести в десятичную систему
счисления

Схема Горнера

$$a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x^1 + a_0 = \\ = ((\dots (a_n \cdot x + a_{n-1})x + \dots + a_2)x + a_1)x + a_0$$

$$231745_8 = \left(\left(\left((2 \cdot 8 + 3) \cdot 8 + 1 \right) \cdot 8 + 7 \right) \cdot 8 + 4 \right) \cdot 8 + 5 = \\ = 78821_{10}$$

$$0,110101_2 = \left(\left(\left(\left((1/2 + 1) / 2 + 0 \right) / 2 + 1 \right) / 2 + 0 \right) / 2 + 1 \right) / 2 = \\ = 0,828125$$

Нетрадиционные системы счисления

* Рассмотрим фиббоначчиеву систему счисления

Леона́рдо Пиза́нский (1170 года, Пиза — около 1250 года) — первый крупный математик средневековой Европы. Наиболее известен под прозвищем Фибона́ччи ; о происхождении этого псевдонима имеются разные версии. По одной из них, его отец Гильермо имел прозвище Боначчи («Благонамеренный»), а сам Леонардо прозывался *filius Bonacci* («сын Благонамеренного»). По другой, *Fibonacci* происходит от фразы *Figlio Buono Nato Sì*, что в переводе с итальянского означает «хороший сын родился».



- * 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... - базис системы – ряд Фибоначчи или числа Фибоначчи
- * Первые два числа 1 и 2. Каждое следующее число равно сумме двух предыдущих
- * Особенность – неоднозначность представления целых чисел в этой системе (Избыточность системы счисления)

десятичная	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Двоичная	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001
фиббоначчиева	0	1	10	100	101	1000	1001	1010	10000	10001

$$\begin{aligned}
 3_{10} &= 100_{fib} = (2 + 1)_{10} = (10 + 1)_{fib} = 11_{fib} \\
 8_{10} &= 1000_{fib} = (1 + 7)_{10} = (1 + 1010)_{fib} = \\
 &= 1011_{fib} = (5 + 3)_{10} + (1000 + 100)_{fib} = 1100_{fib}
 \end{aligned}$$

Составим программу для перевода любого числа в 10 –ую систему счисления

Введём обозначения:

N_{10} – число десятичной системе счисления

N_p – число в произвольной системе счисления

P – основание системы счисления

K - счётчик

Алгоритм решения

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 1$$

Где 4 – остаток от деления 1234 на 10 - $\text{mod}(1234,10)$

3 – остаток от деления числа 123 на 10 (123 - частное от деления 1234 на 10 – $\text{div}(1234,10)$)

2 – остаток от деления 12 на 10...

1 шаг:

$K:=1, \text{mod}(1234,10)*k=4$, беру $\text{div}(1234,10)=123$

Шаг 2:

$k:=k*p=p, \text{mod}(123,10)*p=3+p$, беру $\text{div}(123,10)=12$

Шаг 3:

$K:=k*p=p^2, \text{mod}(12,10)*p = 2 * p^2$, беру $\text{div}(12,3) = 1$

... пока число частное не станет равным 0.



```
1  алг Перевод
2  нач
3  ▪ цел  $N_{10}, N_p, k, p$ 
4  ▪ ввод  $p$ 
5  ▪ ввод  $N_p$ 
6  ▪  $k := 1$ 
7  ▪  $N_{10} := 0$ 
8  ▪ нц пока  $N_p \neq 0$ 
9  ▪ ▪  $N_{10} := N_{10} + \text{mod}(N_p, 10) * k$ 
10 ▪ ▪  $k := k * p$ 
11 ▪ ▪  $N_p := \text{div}(N_p, 10)$ 
12 ▪ кц
13 ▪ вывод ' $N_{10} =$ ',  $N_{10}$ 
14 кон
15
```