

Интерактивное пособие для подготовки учащихся к ОГЭ (раздел «Геометрия»)

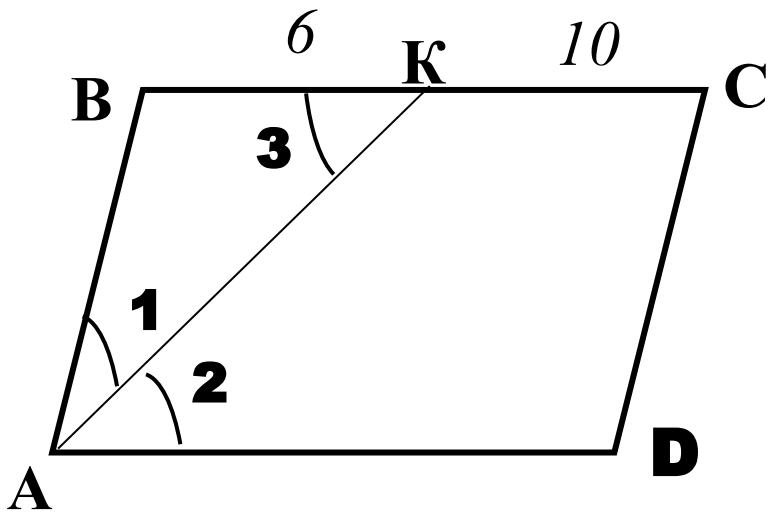
Задание 16

«Четырехугольники»

Учитель математики МОУ СОШ №3

г. Хвалынска

Грибанова Татьяна Алексеевна



ДАНО:

ABCD –
параллелограмм
AK – биссектриса;
BK=6; KC=10
НАЙТИ: периметр

Шаг 1

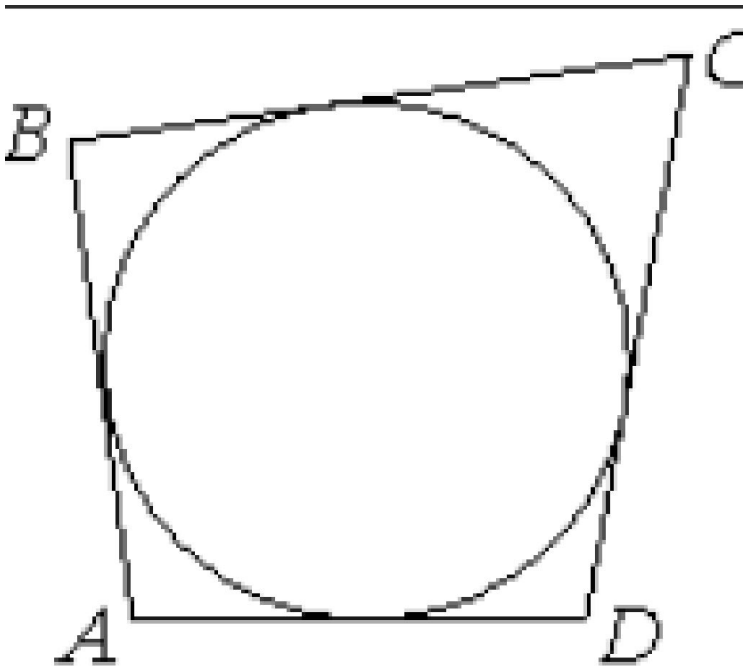
**$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ (так как AK-
биссектриса и углы 2 и 3
накрест лежащие)
Значит, $\triangle ABK$ -равнобедренный**

Шаг 2

$$AB=BK=6; BC=10+6=16;$$
$$P=(AB+BC)*2=(6+16)*2=44$$

Шаг 1

У четырехугольника, в который вписана окружность, суммы противоположных сторон равны.



ДАНО: $AB=8$;
 $BC=20$; $CD=17$

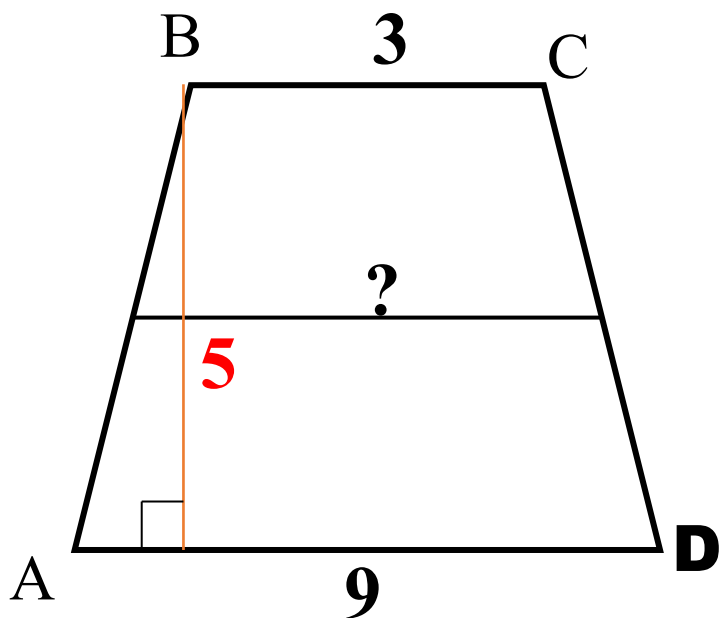
НАЙТИ AD .

Шаг 2

$$AB+CD=AD+BC;$$

$$8+17=AD+20;$$

$$AD=25-20=5.$$



Основания трапеции равны 3 и 9. Высота трапеции равна 5. Найдите её среднюю линию.

Шаг 1

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований (*высота тут не нужна*)

Шаг 2

$$(3+9)/2 = 12/2 = 6$$

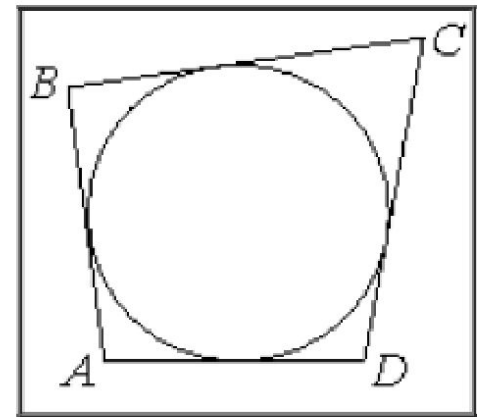
Задания для самостоятельного решения

1)

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 12$.

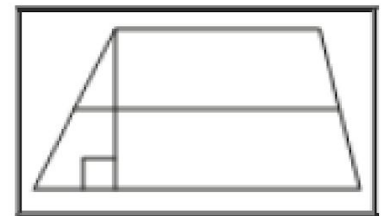
2)

Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB = 4$, $BC = 12$, $CD = 21$. Найдите AD .



3)

Основания трапеции равны 2 и 12, а высота равна 6. Найдите среднюю линию этой трапеции.



Шаг 1

Диагональ квадрата равна $a*\sqrt{2}$,
где a – сторона квадрата

Шаг 2

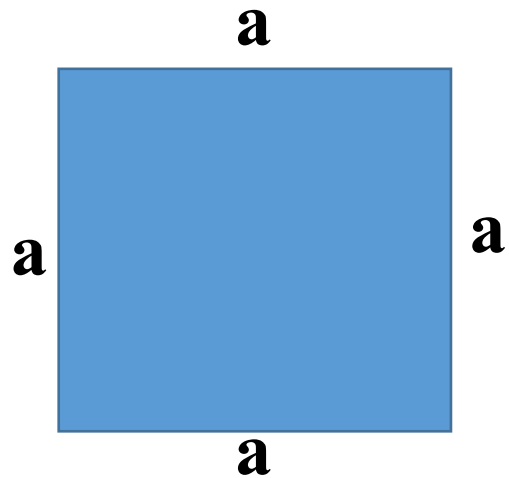
$$d = 4\sqrt{2}*\sqrt{2} = 8$$

Шаг 3

Площадь квадрата равна $a*a$

Шаг 4

$$S = a*a = 4\sqrt{2}*4\sqrt{2} = 16*2 = 32$$



Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$.

НАЙДИТЕ:

- а) диагональ квадрата
- б) площадь квадрата

Шаг 1

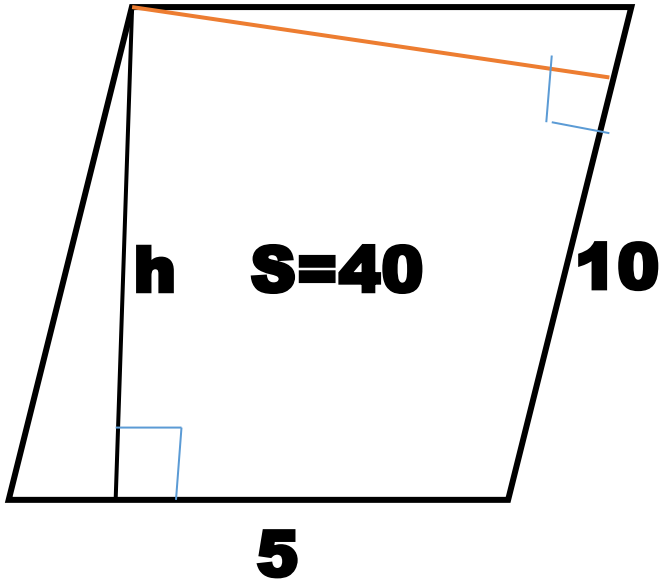
Площадь параллелограмма равна стороне, умноженной на высоту, опущенную на эту сторону.

Шаг 2

Большая высота опущена на **меньшую** сторону параллелограмма.

Шаг 3

$$5 \cdot h = 40;$$
$$h = 8.$$



Площадь параллелограмма равна 40.

Его стороны равны 5 и 10.

Найдите его большую высоту.

Шаг 1

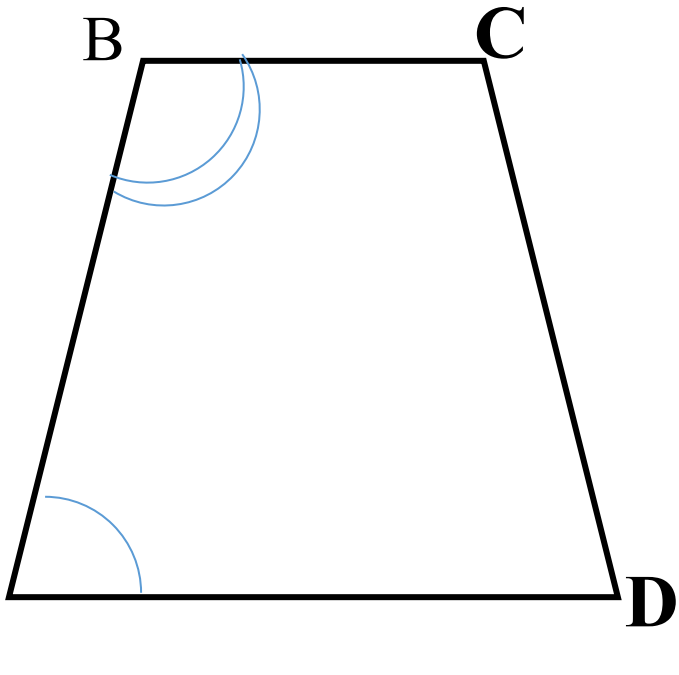
Два угла трапеции, прилежащие к одной боковой стороне, дают в сумме 180°

Шаг 2

Очевидно, что большим углом является тупой угол В

Шаг 3

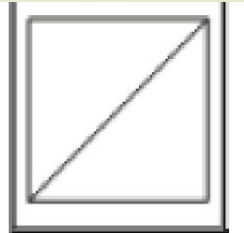
$$\angle B = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$$



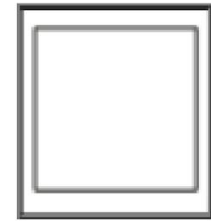
Один из углов равнобедренной трапеции равен 66° .
Найдите больший угол этой трапеции.

Задания для самостоятельного решения

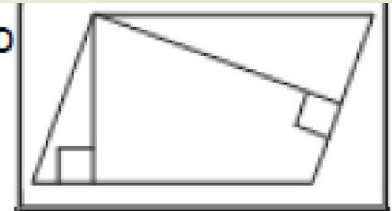
Сторона квадрата равна $2\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



Сторона квадрата равна $3\sqrt{3}$. Найдите площадь этого квадрата.



Площадь параллелограмма равна 32, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите бо́льшую высоту.

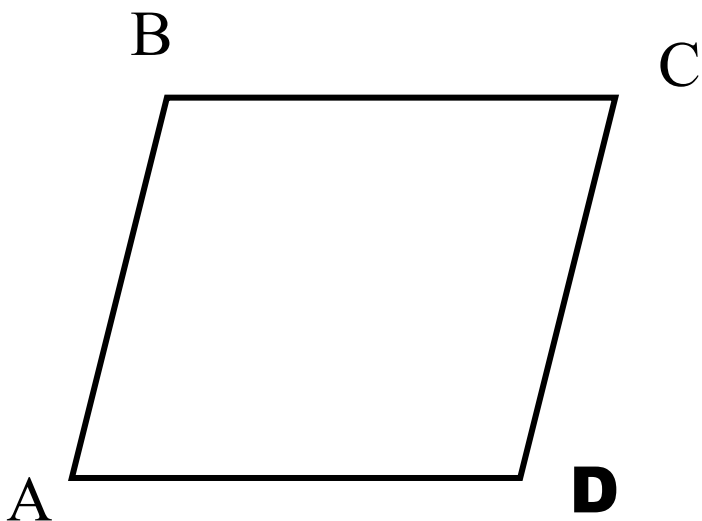


Один из углов равнобедренной трапеции равен 43° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Шаг 1

Два угла, прилежащие к одной стороне параллелограмма, в сумме дают 180° .



Один из углов параллелограмма равен 26° .
Найдите больший угол параллелограмма.

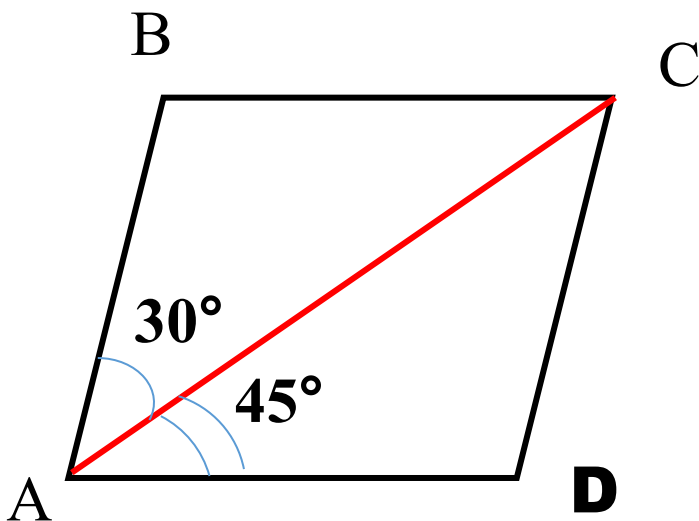
Шаг 2

Очевидно, что большим из этих углов является тупой угол.

Значит, искомый угол = $180^\circ - 26^\circ = 154^\circ$

Шаг 1

Два угла, прилежащие к одной стороне параллелограмма, в сумме дают 180° .



Диагональ параллелограмма образует с соседними сторонам углы 30° и 45° .
Найдите больший угол параллелограмма.

Шаг 2

Очевидно, что большим из этих углов является тупой угол, то есть $\sphericalangle B$.

$$\sphericalangle A = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

$$\sphericalangle B = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Шаг 1

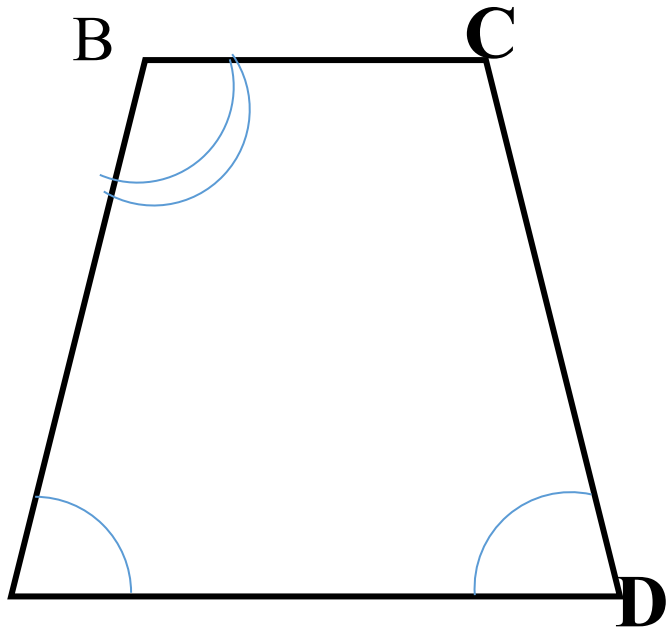
Два угла трапеции, прилежащие к одной боковой стороне, дают в сумме 180° , а углы при основаниях равны между собой, так как трапеция равнобедренная.

Шаг 2

Очевидно, что дана сумма острых углов при основании, которые равны между собой.

Шаг 3

$$\begin{aligned}\angle A &= 50^\circ : 2 = 25^\circ \\ \angle B &= 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ\end{aligned}$$



Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 50° . Найдите больший угол этой трапеции.

Шаг 1

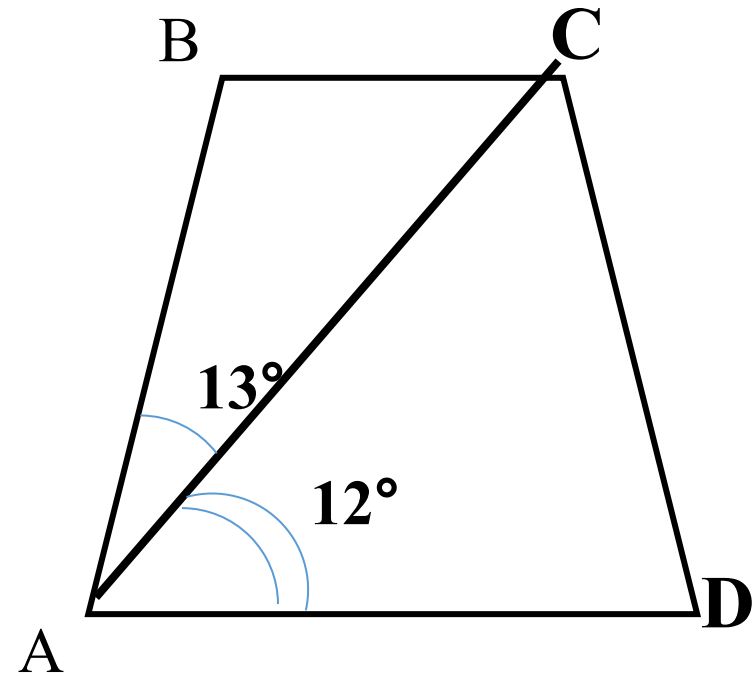
Два угла трапеции, прилежащие к одной боковой стороне, дают в сумме 180° .

Шаг 2

Очевидно, что $\angle A = 13^\circ + 12^\circ = 25^\circ$

Шаг 3

$$\angle B = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

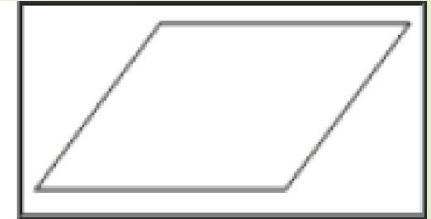


Диагональ трапеции образует с основанием AD и боковой стороной AB углы 12° и 13° .

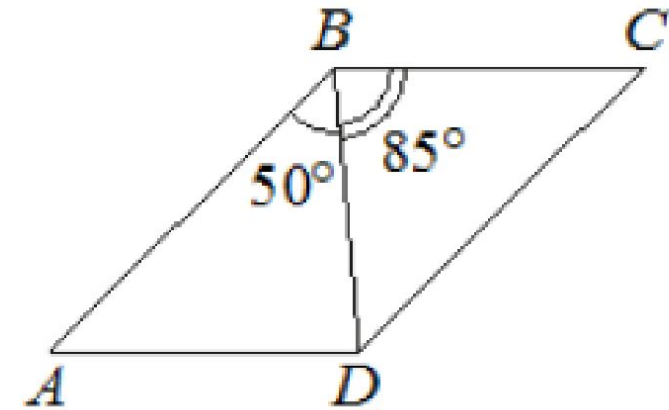
Найдите больший угол этой трапеции.

Задания для самостоятельного решения

Один из углов параллелограмма равен 41° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



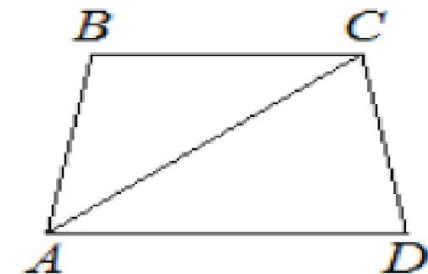
Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 50° и 85° . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 94° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 17° и 23° соответственно. Ответ дайте в градусах.

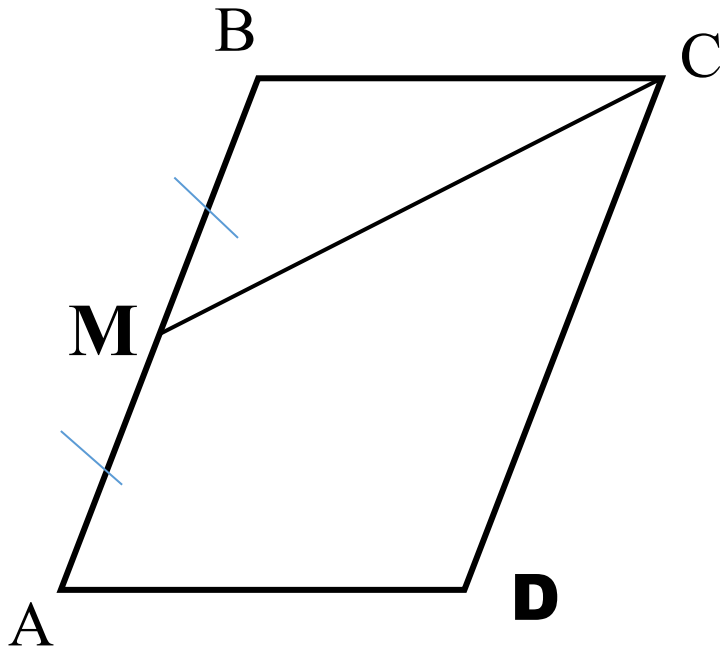


Шаг 1

Площадь трапеции DAMC равна $\frac{3}{4}$ от площади параллелограмма ABCD

Шаг 2

$$S(DAMC) = 60:4*3=45$$



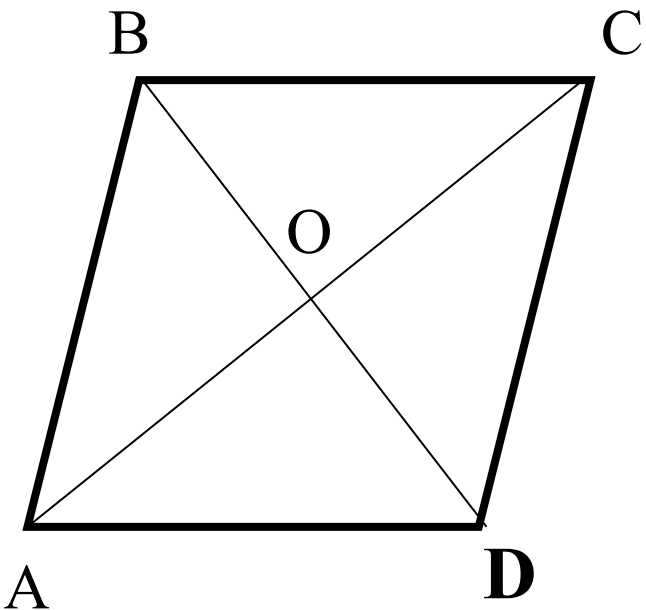
M- середина AB;
Площадь параллелограмма ABCD равна 60.
Найти площадь трапеции DAMC.

Шаг 1

*В параллелограмме диагонали
делятся точкой пересечения
пополам.*

Шаг 2

$$DO = BD:2=20:2=10$$



ДАНО:

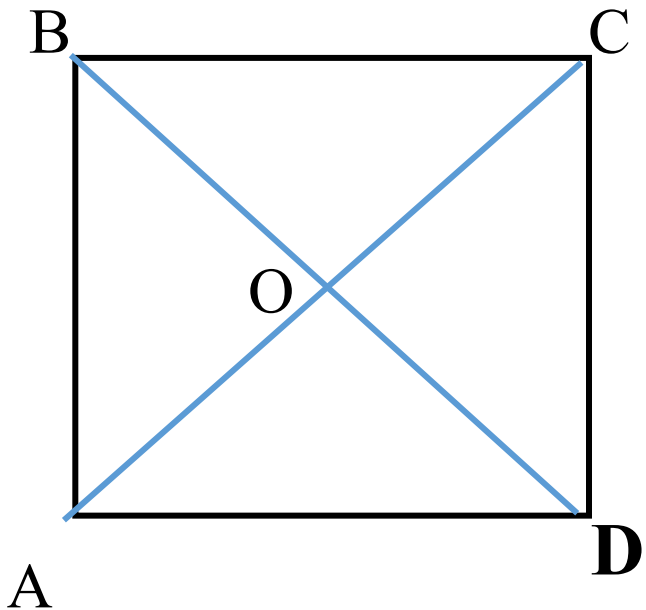
ABCD – параллелограмм;

AC=12; BD=20; AB =7

НАЙТИ: DO

Шаг 1

В прямоугольнике диагонали равны между собой и делятся точкой пересечения пополам.



Шаг 2

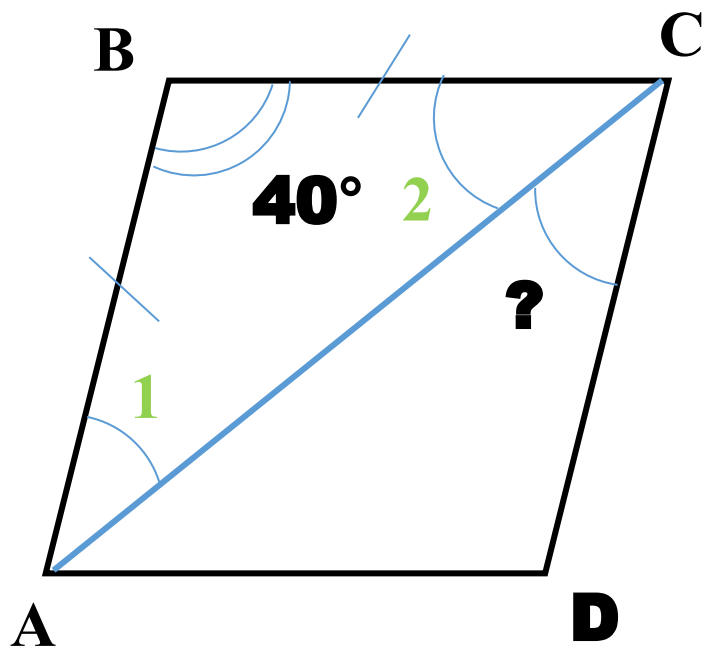
$$AC = BD = BO * 2 = 7 * 2 = 14$$

ДАНО:

ABCD – прямоугольник;

AB=6; BO=7;

НАЙТИ: AC



ДАНО:

ABCD – ромб

$\angle ABC = 40^\circ$

НАЙТИ: $\angle ACD$

Шаг 1

У ромба все стороны равны, а диагональ является **биссектрисой** его углов.

Шаг 2

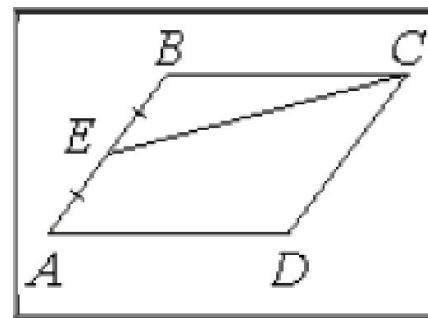
▲ ABC – равнобедренный;
 $\angle 1 = \angle 2 = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$

Шаг 3

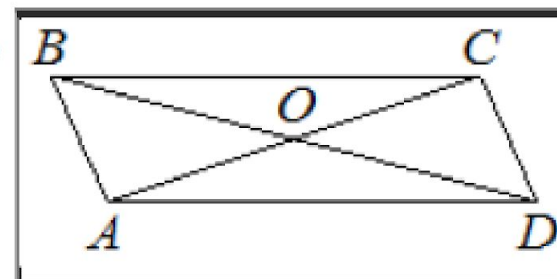
$\angle ? = \angle 2 = 70^\circ$

Задания для самостоятельного решения

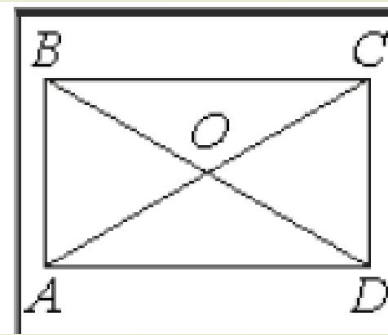
Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 104. Точка E — середина стороны AB . Найдите площадь трапеции $DAEC$.



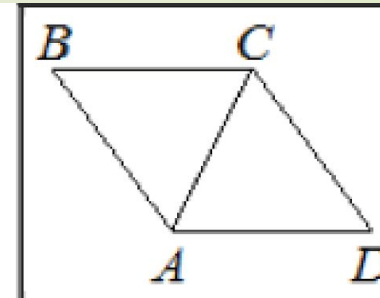
Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O , $AC = 14$, $BD = 18$, $AB = 5$. Найдите DO .



Диагонали AC и BD прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $BO = 8$, $AB = 9$. Найдите AC .

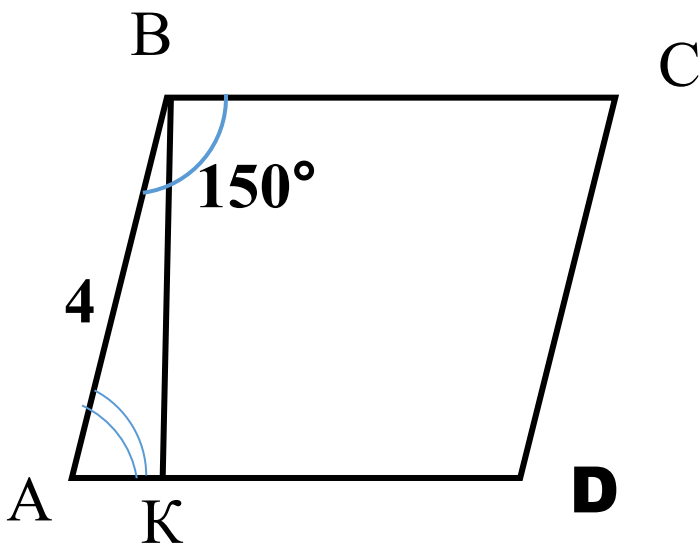


В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 82° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Шаг 1

Два угла, прилежащие к одной стороне ромба, в сумме дают 180° .



ДАНО:

Сторона ромба равна 4, а один из его углов 150° .

Найдите высоту ромба BK.

Шаг 2

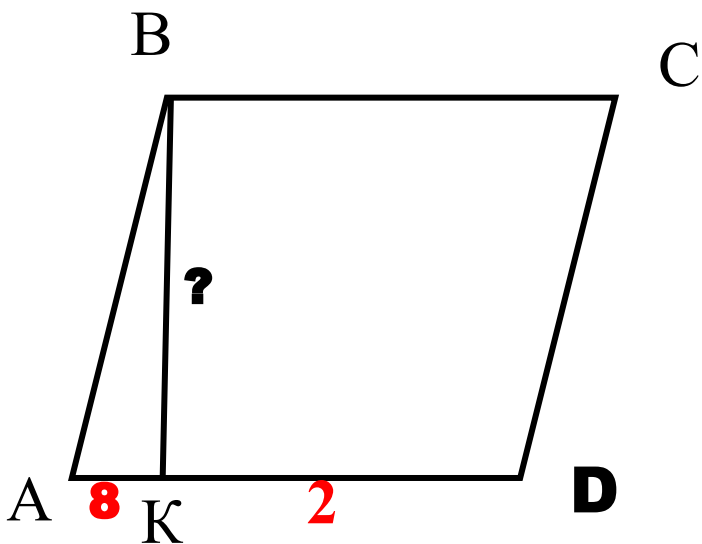
$$\angle A = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

Значит, BK- катет, лежащий против угла 30° и он равен половине гипотенузы AB;

$$BK = AB : 2 = 4 : 2 = 2$$

Шаг 1

*Все стороны ромба равны.
 $AB = AD = AK + KD = 8 + 2 = 10$*



ДАНО:

ABCD- ромб; BK –высота;
AK=2; KD=8

Найти: BK

Шаг 2

▲ABK- прямоугольный;
 $BK = \sqrt{AB*AB - AK*AK} = \sqrt{10*10 - 8*8} = \sqrt{36} = 6$

Шаг 1

Площадь ромба равна произведению стороны на высоту.

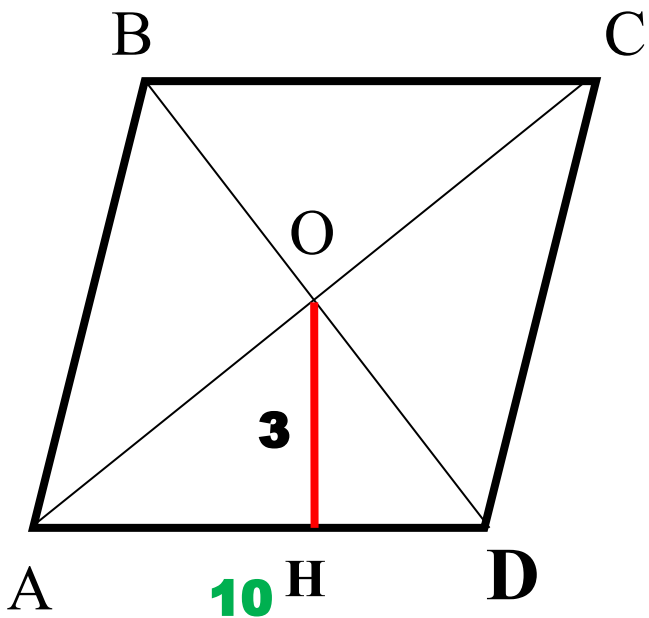
$$S = AD * h$$

Шаг 2

Отрезок ОН является половиной высоты h .

$$h = 3 + 3 = 6.$$

$$S = 10 * 6 = 60$$



ДАНО:

ABCD – ромб;

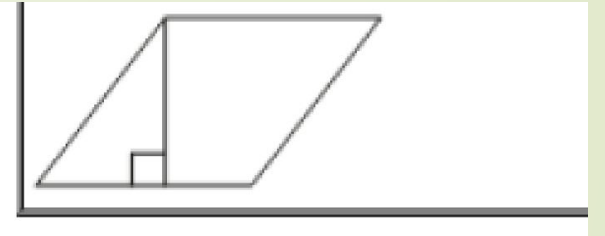
Сторона ромба равна 10.

$OH = 3$; $OH \perp AD$

НАЙТИ: S ромба

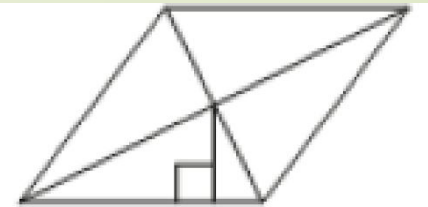
Задания для самостоятельного решения

Сторона ромба равна 14, а один из углов этого ромба равен 150° .
Найдите высоту этого ромба.



Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 24$ и $CH = 1$. Найдите высоту ромба.

Сторона ромба равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.



Шаг 1

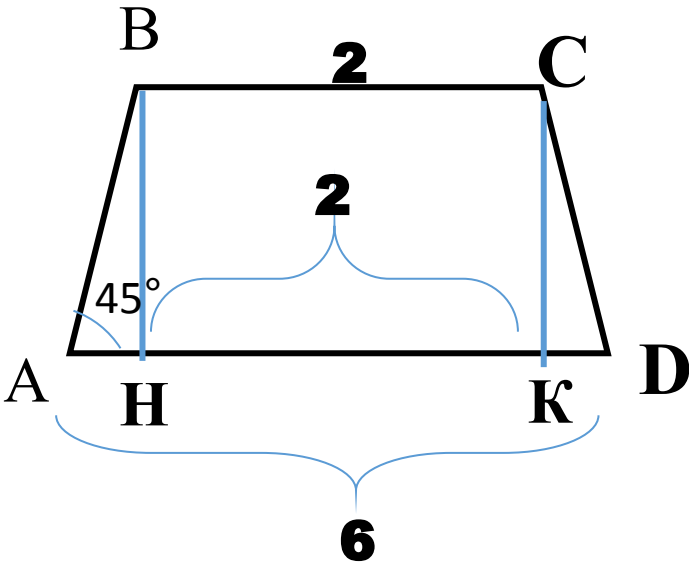
Опустим две высоты трапеции BH и CK .
Найдём равные отрезки $AH=KD=(6-2):2=2$

Шаг 2

▲ ABH -прямоугольный с углом 45° , а значит, равнобедренный $AH=BH=2$ -высота трапеции

Шаг 3

$$S=(DC+AD)/2*BH=(2+6)/2*2=8$$



*Основания равнобедренной трапеции равны 2 и 6.
Острый угол равен 45° .
Найдите площадь трапеции.*

Шаг 1

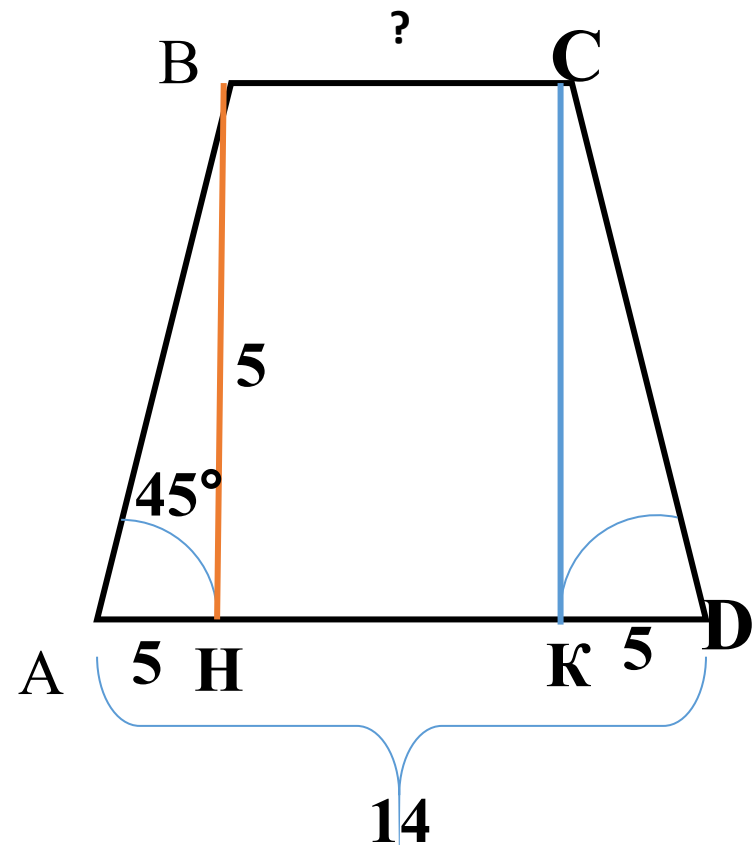
Опустим на основание AD две высоты BH и CK . Так как трапеция равнобедренная, то $AH=KD$.

Шаг 2

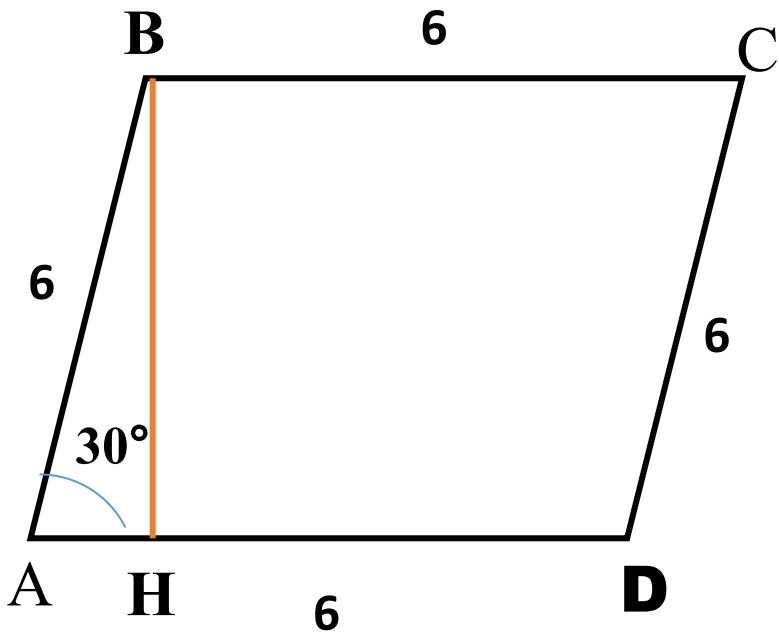
▲ ABH -прямоугольный с углом 45° .
Значит, он равнобедренный и $AH=BH=5$; тогда $KD=5$

Шаг 3

$$BC=14-(5+5)=4$$



$ABCD$ – равнобедренная трапеция;
 BH -высота; $BH=5$;
 $AD=14$; $\angle A=45^\circ$
Найти BC .



ABCD- ромб;
Периметр ромба равен 24.
Один из его углов 30° .
Найти площадь ромба.

Шаг 1

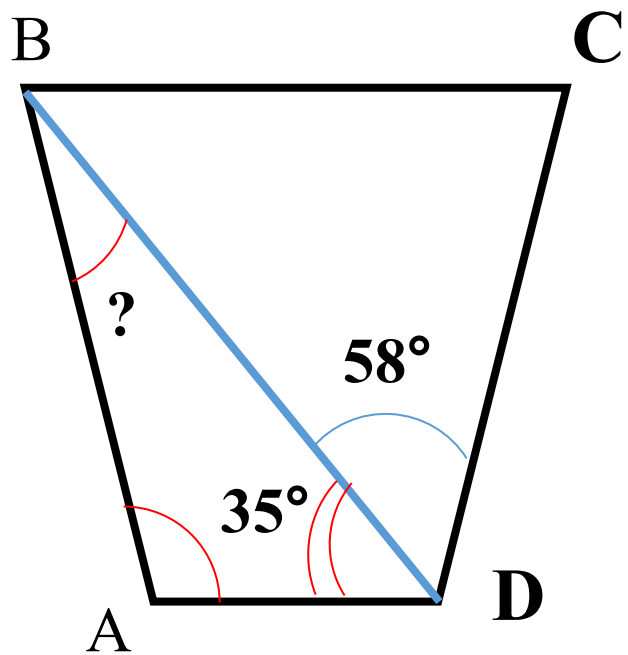
*Площадь ромба равна $AD \cdot BH$
 $AD = 24 : 4 = 6$, так как все стороны
ромба равны*

Шаг 2

▲ $\triangle ABH$ -прямоугольный с углом 30° ;

Значит, $BH = AB : 2 = AD : 2 = 6 : 2 = 3$;

Тогда $S = 6 \cdot 3 = 18$



ABCD- равнобедренная трапеция;
 $\angle BDA = 35^\circ$; $\angle BDC = 58^\circ$;
Найти $\angle ABD$

Шаг 1

$$\angle D = 58^\circ + 35^\circ = 93^\circ$$

В равнобедренной трапеции
 $\angle A = \angle D = 93^\circ$

Шаг 2

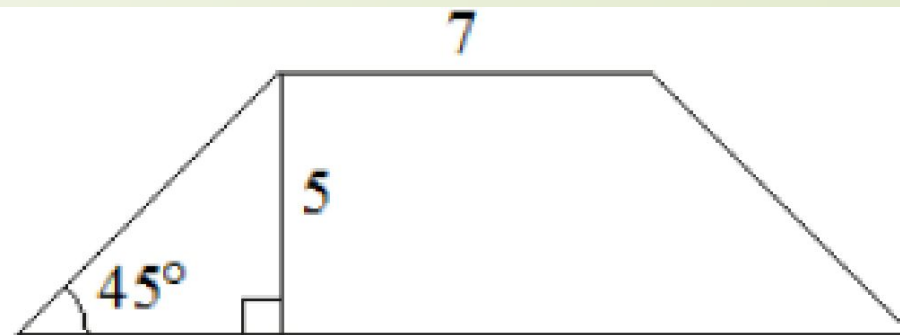
Сумма углов в треугольнике ABD равна 180° .
 $\angle A + 35^\circ + ? = 180^\circ$

Шаг 3

$$? = 180^\circ - (35^\circ + 93^\circ) = 52^\circ$$

Задания для самостоятельного решения

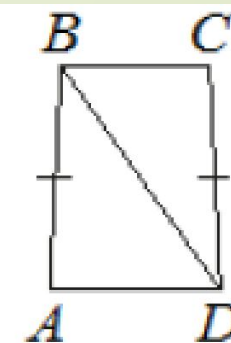
В равнобедренной трапеции известна высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.



Периметр ромба равен 56, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



В трапеции $ABCD$ известно, что $AB = CD$, $\angle BDA = 54^\circ$ и $\angle BDC = 33^\circ$. Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

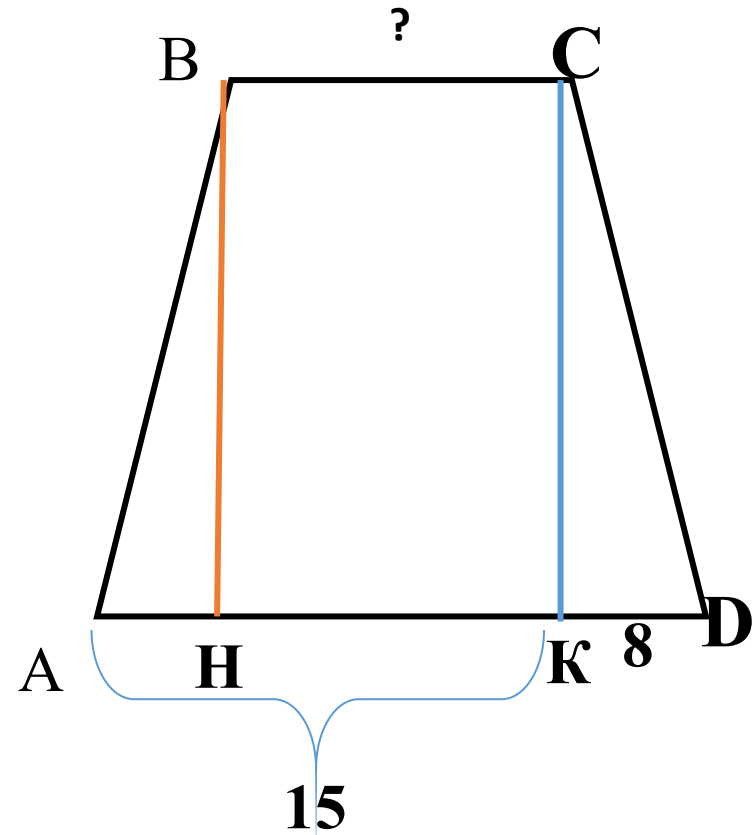


Шаг 1

Опустим на основание AD две высоты BH и CK . Так как трапеция равнобедренная, то $AH=KD=8$

Шаг 2

$$KH=15-8=7; BC=HK=7$$



$ABCD$ – равнобедренная трапеция;

CK -высота; $AK=15$; $KD=8$

Найти BC .

Шаг 1

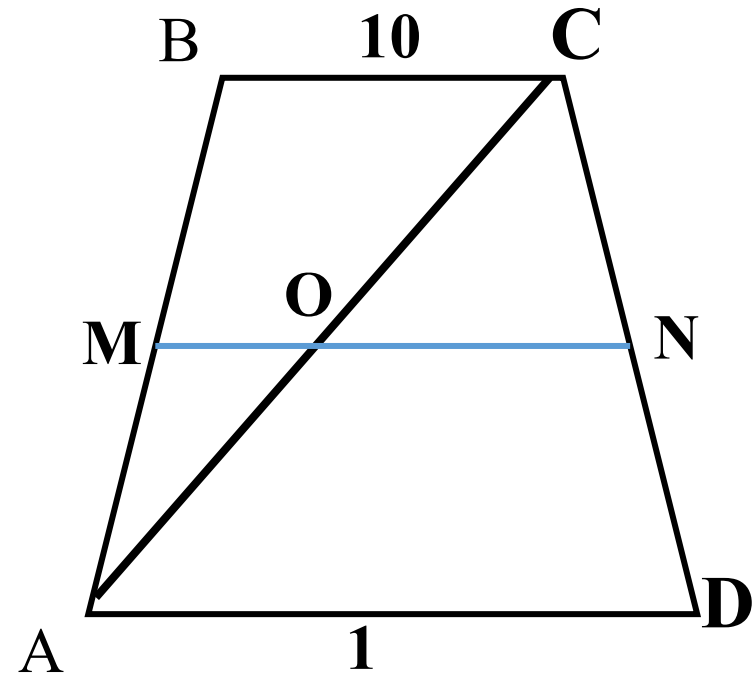
Отрезок MO -средняя линия $\triangle ABC$,
Отрезок ON - средняя линия $\triangle ACD$

Шаг 2

$$MO = BC : 2 = 10 : 2 = 5;$$
$$ON = AD : 2 = 11 : 2 = 5,5$$

Шаг 3

Большим является отрезок $ON = 5,5$



*$ABCD$ – трапеция; MN –
средняя линия; $BC=10$; $AD=11$*
Найдите больший из отрезков,
на которые диагональ делит
среднюю линию.

Шаг 1

В прямоугольнике диагонали равны между собой, а значит их половинки тоже равны.

$AO=BO$; $\triangle AOB$ -равнобедренный

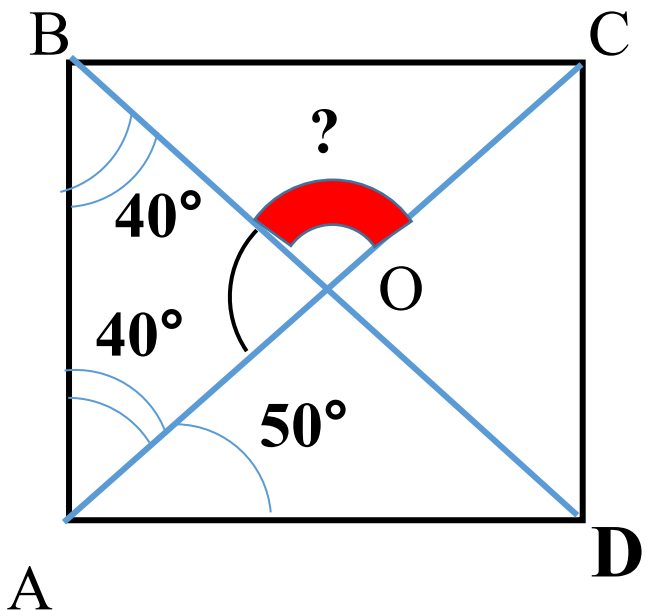
Шаг 2

$$\angle BAO = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ; \angle ABO = 40^\circ;$$

$$\angle BOA = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$$

Но это тупой угол,

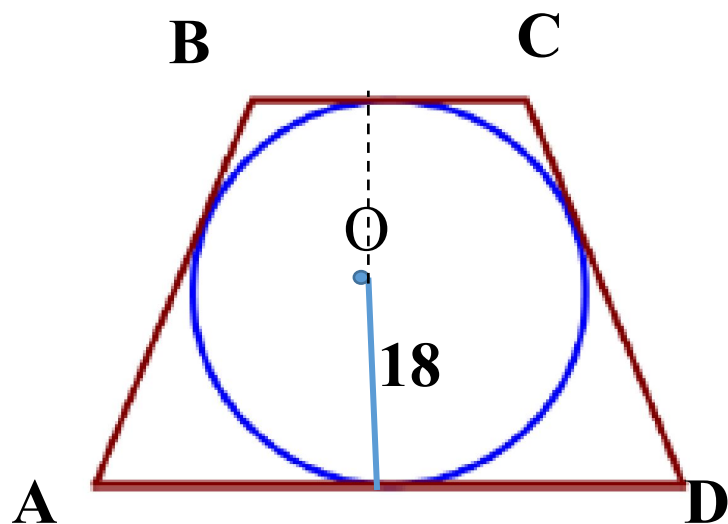
$$\text{а } \text{острый} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$



ABCD – прямоугольник;

Диагональ образует со стороной угол 50° .

Найти острый угол между диагоналями прямоугольника.



*ДАНО: радиус
вписанной в трапецию
окружности равен 18
Найти высоту трапеции.*

Шаг 1

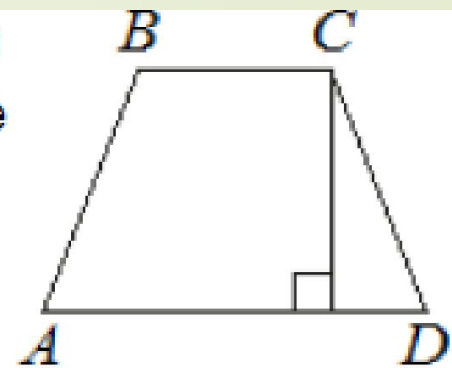
*Высота трапеции равна двум
радиусам вписанной
окружности.*

Шаг 2

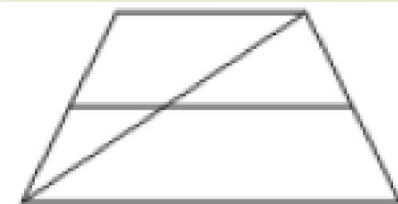
*Высота трапеции = **18+18=36***

Задания для самостоятельного решения

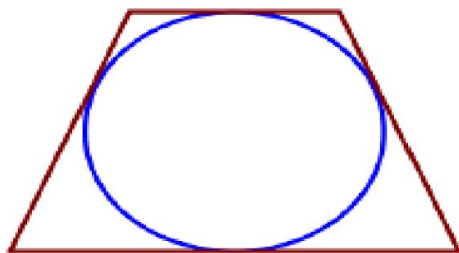
Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 17 и 19. Найдите длину основания BC .



Основания трапеции равны 16 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

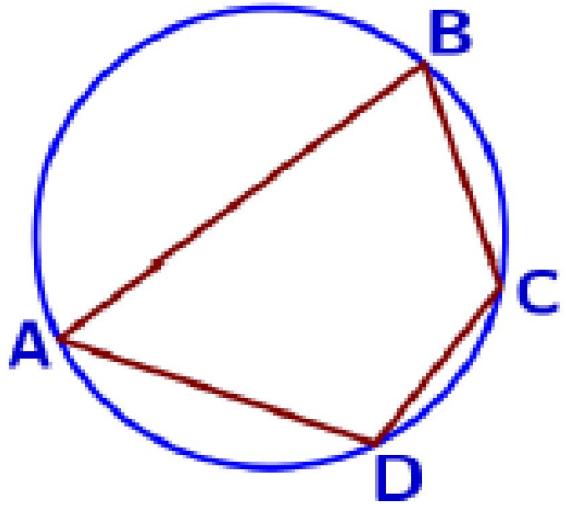


Диагональ прямоугольника образует угол 61° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



193. Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 44. Найдите высоту этой трапеции.

194. Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 30. Найдите высоту этой трапеции.



Шаг 1

Если четырехугольник вписан в окружность, то его противоположные углы в сумме дают 180°

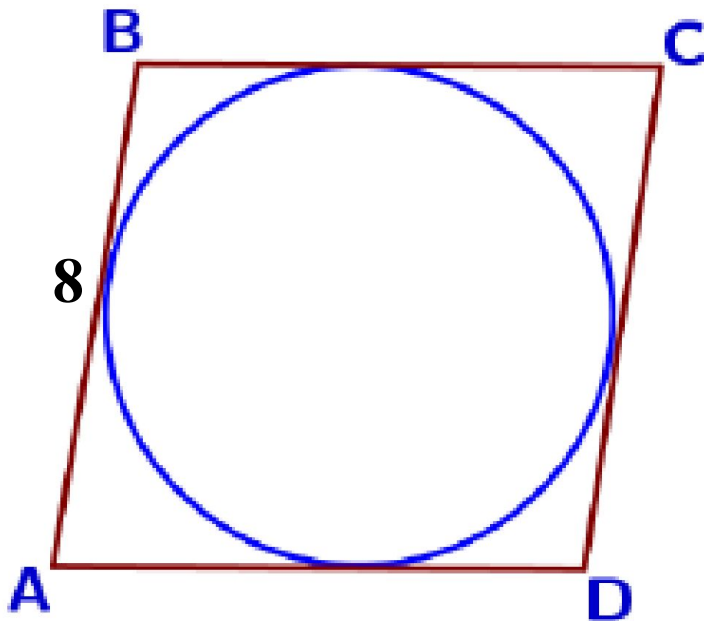
Шаг 2

$$\angle A + \angle C = 180^\circ; \quad \angle C = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

ДАНО:

$$\angle A = 56^\circ$$

Найти: $\angle C$



ДАНО:

В параллелограмм вписана окружность. Одна сторона параллелограмма равна 8.

Найти: периметр параллелограмма

Шаг 1

Если в параллелограмм вписана окружность, то он является ромбом.

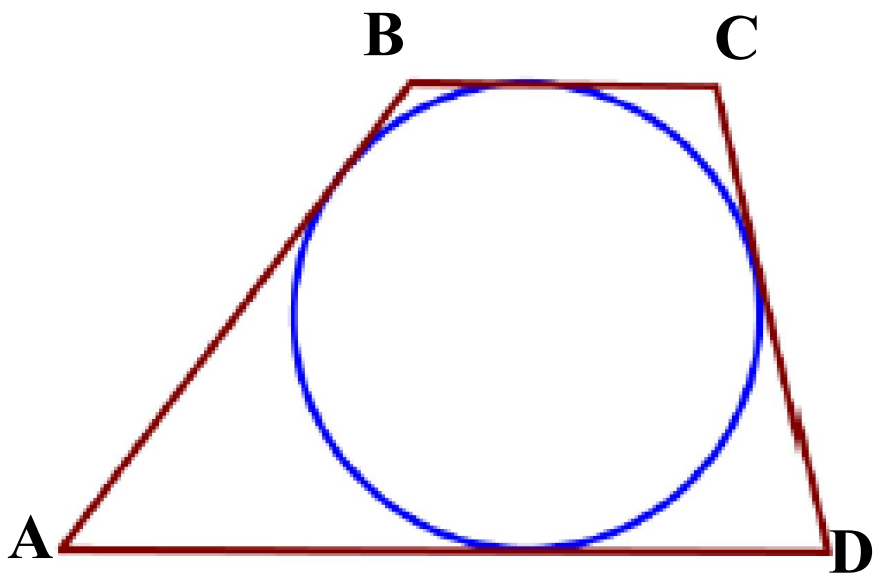
Значит, все его стороны равны.

Шаг 2

Периметр $=4*8=32$

Шаг 1

Если в четырехугольник вписана окружность, то суммы длин его противоположных сторон равны.



ДАНО:

В трапецию вписана окружность.

Сумма длин боковых сторон равна 30.

Найти: среднюю линию трапеции

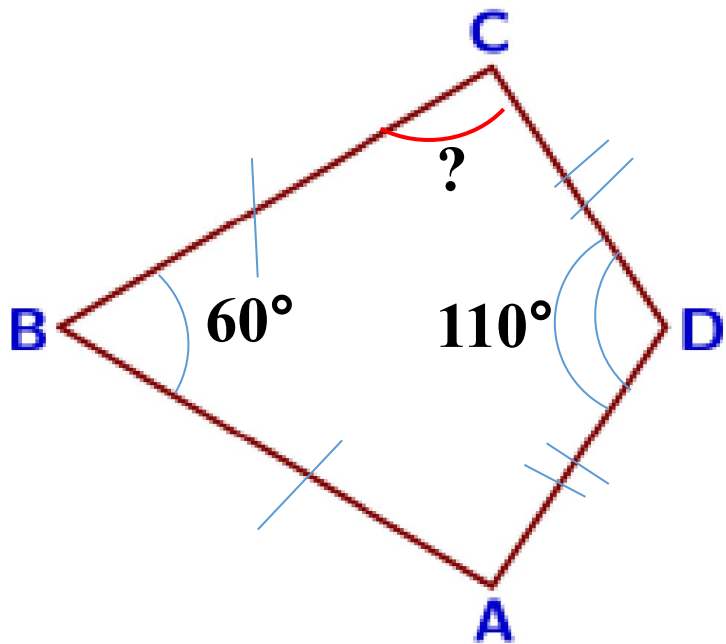
Шаг 2

По условию $AB+CD=30$. Значит, $AD+BC=30$ тоже.

Средняя линия трапеции $= (AD+BC):2=30:2=15$.

Шаг 1

*В любом четырехугольнике
сумма углов 360° .*



ДАНО:

$AB=BC$; $AD=CD$; $\angle B=60^\circ$;

$\angle D=110^\circ$

НАЙТИ: $\angle C$

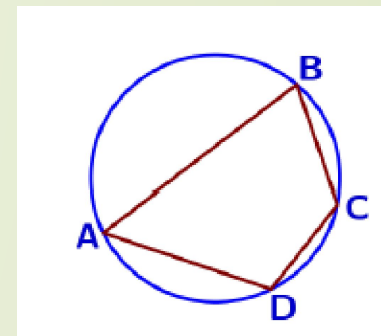
Шаг 2

Судя по условию, $\angle C=\angle A$.

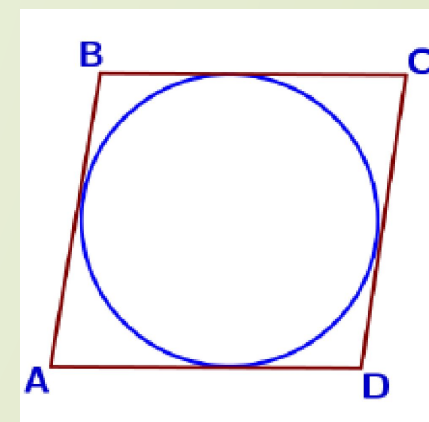
Значит, $\angle C=\{360^\circ-(110^\circ+60^\circ):2=95^\circ$

Задания для самостоятельного решения

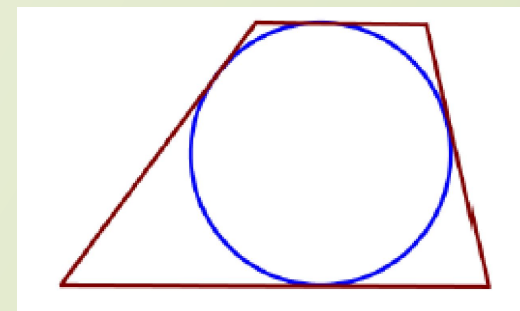
211. Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 112° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



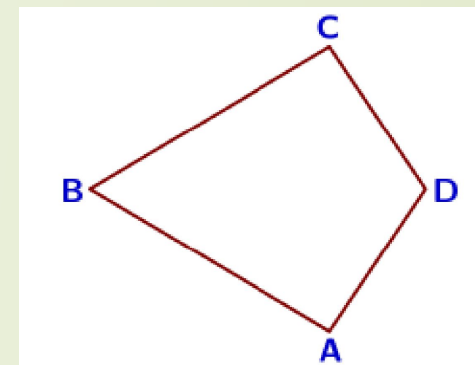
80. В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 9.



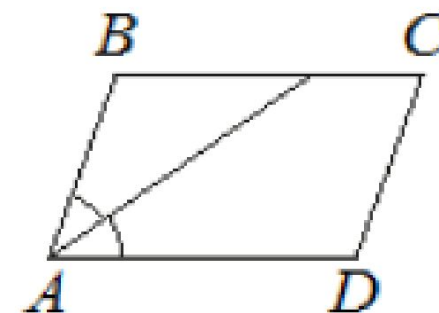
108. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 20, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.



115. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle B=8^\circ$, $\angle D=166^\circ$. Найдите угол A . Ответ дайте в градусах.



Найдите острый угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 40° . Ответ дайте в градусах.



Периметр квадрата равен 44. Найдите площадь этого квадрата.



Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 32 и 4.



Использованные материалы

1. Задачи Открытого банка ОГЭ сайта ФИПИ;
<http://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0>