Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №4 г. Осы»

Методы решения тригонометрических уравнений

Выполнила: Попова Зоя
ученица 10 класса
МБОУ «СОШ №4 г. Осы»
Учитель математики:
Шеина
Екатерина Александровна

Оса,2017

1. Сведение к простейшему уравнению

$$2\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sqrt{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \pm\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n\epsilon Z$$

$$\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n\epsilon Z$$

$$-3x = \pm\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n\epsilon Z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n\epsilon Z$$

2. Метод замены

$$4\,sin^2 x + 11\ sin\,x\ - 3 = 0$$

$$\underline{sin\,x = t}$$

$$4\,t^2 + 11\,t - 3 = 0$$

$$D = 121+48=169$$

$$t_1=\frac{-11+13}{8}=\frac{1}{4} \qquad t_2=\frac{-11-13}{8}=-3$$

$$sin\,x = \frac{1}{4} \qquad sin\,x = -3$$

$$x = (-1^n)\cdot arcsin\frac{1}{4} + \pi n, n\epsilon Z$$

$|-3| > 1\ \rightarrow$ решений нет

3. Метод разложения на множители

$$2\sin x \cdot \cos 5x - \cos 5x = 0$$

$$\cos 5x\,(2\sin x - 1) = 0$$

$$\cos 5x = 0$$

$$5x = \pm\arccos 0 + 2\pi n, n\epsilon Z$$

$$5x = \pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n\epsilon Z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5}, n\epsilon Z$$

$$2\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1^n)\cdot\arcsin\frac{1}{2} + 2\pi n, n\epsilon Z$$

4. Решение однородных уравнений

А) ур-ние первой степени

$$\sin 2x + \cos 2x = 0 \, \Big| / \cos 2x$$

$$\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\cos 2x}{\cos 2x} = 0$$

$$tg\, 2x + 1 = 0$$

$$tg 2x = -1$$

$$2x = arctg\,(-1) + \pi n,\ n \in Z$$

$$2x = -\,arctg\, 1 + \pi n,\ n \in Z$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2},\ n \in Z$$

Б) ур-ние второй степени

$$\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0 \quad /\cos^2 x$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3\sin x\cos x}{\cos^2 x} + \frac{2\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$tg^2 x - \frac{3\sin x}{\cos x} + 2 = 0$$

$$tg^2 x - 3\,tgx + 2 = 0$$

$\underline{tg\,x = t}$

$t^2 - 3t + 2 = 0$

$D = 9 - 8 = 1$

$t_1 = \frac{3+1}{2} = 2 \quad t_2 = \frac{3-1}{2} = 1$

$tg\,x = 2$

$x = arctg2 + \pi n, n \epsilon Z$

$tg\,x = 1$

$x = arctg1 + \pi n, n \epsilon Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \epsilon Z$

5. Метод вспомогательного угла

$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\cdot \sin(x+\varphi)$$

$$\sin\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \cos\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$8\cos x + 15\sin x = 17$$

$\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$ – число, на которое нужно делить

$$\frac{8\cos x}{17} + \frac{15\sin x}{17} = \frac{17}{17}$$

Т. К. $\left(\frac{8}{17}\right)^2 + \left(\frac{15}{17}\right)^2 = 1$, то $\frac{8}{17}$ - $\sin\varphi$, а $\frac{15}{17}$ - $\cos\varphi$

Тогда, $\sin\varphi\cos x + \sin x\cos\varphi = 1$

$$\sin\varphi\cos x + \sin x\cos\varphi = \sin(x + \varphi)$$

$$\sin(x + \varphi) = 1$$

$$x + \varphi = \arcsin 1$$

$$x + \varphi = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} + \pi n, n \epsilon Z$$

Т.к. $\frac{8}{17}$ - $\sin\varphi$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{8}{17} + \pi n, n \epsilon Z$$

Спасибо за внимание!