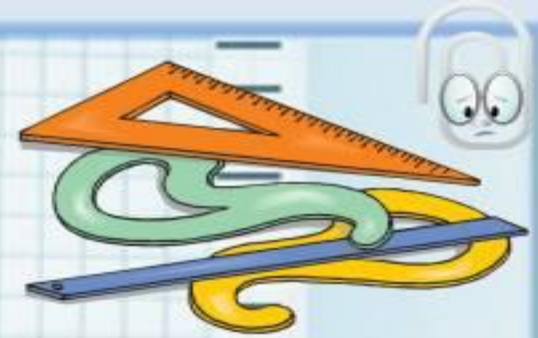


*Муниципальное бюджетное образовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа №4 г. Осы»*



# **Методы решения тригонометрических уравнений**

*Выполнила: Попова Зоя  
ученица 10 класса  
МБОУ «СОШ №4 г. Осы»*

*Учитель математики:  
Шеина  
Екатерина Александровна*

*Оса, 2017*



# 1. Сведение к простейшему уравнению

$$2\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sqrt{2}$$

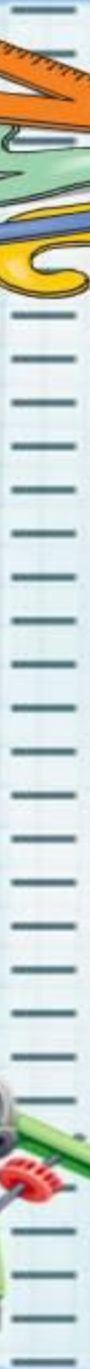
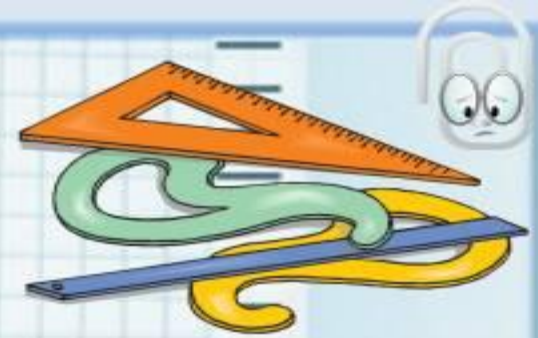
$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-3x = \pm \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$





## 2. Метод замены

$$4 \sin^2 x + 11 \sin x - 3 = 0$$

$$\underline{\sin x = t}$$

$$4 t^2 + 11 t - 3 = 0$$

$$D = 121 + 48 = 169$$

$$t_1 = \frac{-11 + 13}{8} = \frac{1}{4}$$

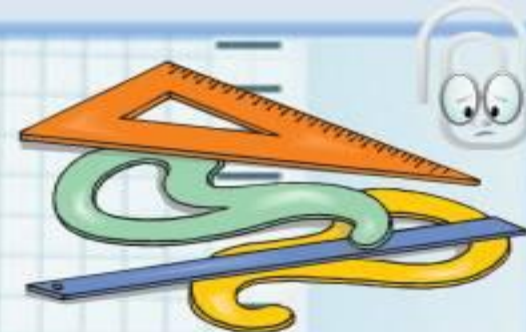
$$t_2 = \frac{-11 - 13}{8} = -3$$

$$\sin x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = -3$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin \frac{1}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$|-3| > 1 \rightarrow$  решений нет



### 3. Метод разложения на множители

$$2 \sin x \cdot \cos 5x - \cos 5x = 0$$

$$\cos 5x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\cos 5x = 0$$

$$5x = \pm \arccos 0 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

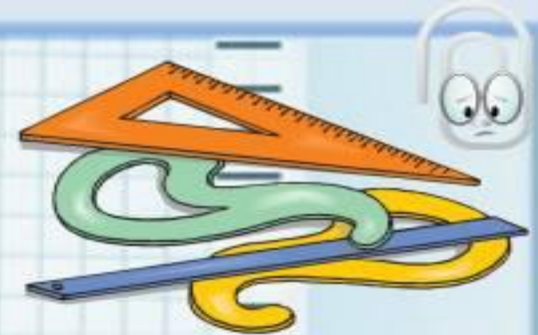
$$5x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$





# 4. Решение однородных уравнений

A) ур-ние первой степени

$$\sin 2x + \cos 2x = 0 \quad | / \cos 2x$$

$$\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\cos 2x}{\cos 2x} = 0$$

$$\operatorname{tg} 2x + 1 = 0$$

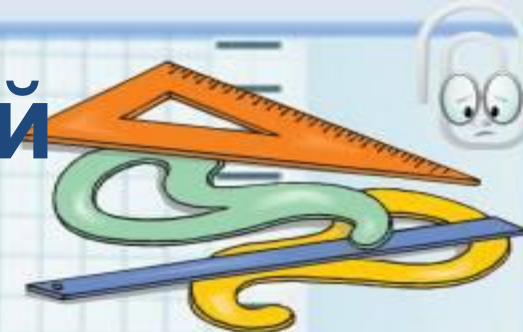
$$\operatorname{tg} 2x = -1$$

$$2x = \operatorname{arctg} (-1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$



## Б) ур-ние второй степени

$$\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0 \quad / \cos^2 x$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3 \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 x - \frac{3 \sin x}{\cos x} + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 = 0$$

$$\underline{\operatorname{tg} x = t}$$

$$\operatorname{tg} x = 2$$

$$\operatorname{tg} x = 1$$

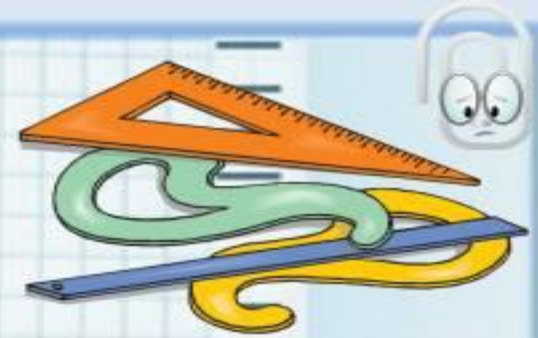
$$t^2 - 3t + 2 = 0 \quad x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_1 = \frac{3+1}{2} = 2 \quad t_2 = \frac{3-1}{2} = 1$$





## 5. Метод вспомогательного угла

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin(x + \varphi)$$

$$\sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

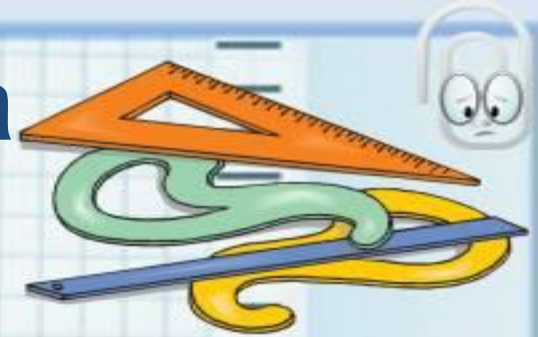
$$\cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$8 \cos x + 15 \sin x = 17$$

$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$  – число, на которое нужно делить

$$\frac{8 \cos x}{17} + \frac{15 \sin x}{17} = \frac{17}{17}$$

Т. К.  $(\frac{8}{17})^2 + (\frac{15}{17})^2 = 1$ , то  $\frac{8}{17} = \sin \varphi$ , а  $\frac{15}{17} = \cos \varphi$



Togda,  $\sin \varphi \cos x + \sin x \cos \varphi = 1$   
 $\sin \varphi \cos x + \sin x \cos \varphi = \sin(x + \varphi)$

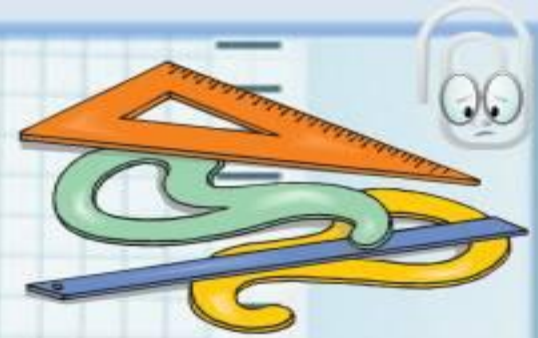
$$\sin(x + \varphi) = 1$$

$$x + \varphi = \arcsin 1$$

$$x + \varphi = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{T.k. } \frac{8}{17} = \sin \varphi$$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{8}{17} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$





# Спасибо за внимание!

