1. Основные теоремы о пределах

Теорема 1: Предел суммы (разности) двух функций равен сумме (разности) их пределов.

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)\pm\varphi(x)\right)=\lim_{x\to a}f(x)\pm\lim_{x\to a}\varphi(x)$$

Следствие 1: Функция может иметь только один предел при $x\to a$.

Теорема 2: Предел произведения двух функций равен произведению их пределов.

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)\cdot\varphi(x)\right)=\lim_{x\to a}f(x)\cdot\lim_{x\to a}\varphi(x)$$

Следствие 2: Постоянный множитель можно выносить за знак предела.

$$\lim_{x\to a}\left(c\cdot f(x)\right)=c\cdot\lim_{x\to a}f(x)$$

1. Основные теоремы о пределах

Теорема 3: Предел дроби равен пределу числителя, деленному на предел знаменателя, если предел знаменателя не равен нулю.

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{\varphi(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)} \qquad \left(\lim_{x\to a}\varphi(x)\neq 0\right)$$

Теорема 3.1. : Если существуют пределы $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ $\lim\limits_{x\to a} f(x)>0$
то существует

$$\lim_{x\to a}\left(f(x)\right)^{g(x)}=\left(\lim_{x\to a} f(x)\right)^{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$$

2. Признаки существования пределов.

Теорема 4 (о пределе промежуточной функции): Если функция f(x) заключена между двумя функциями φ(x) и g(x), стремящимися к одному и тому же пределу, то она также стремится к этому пределу, т.е. если

$$\lim_{x\to a}\varphi(x) = A \qquad \lim_{x\to a} g(x) = A$$

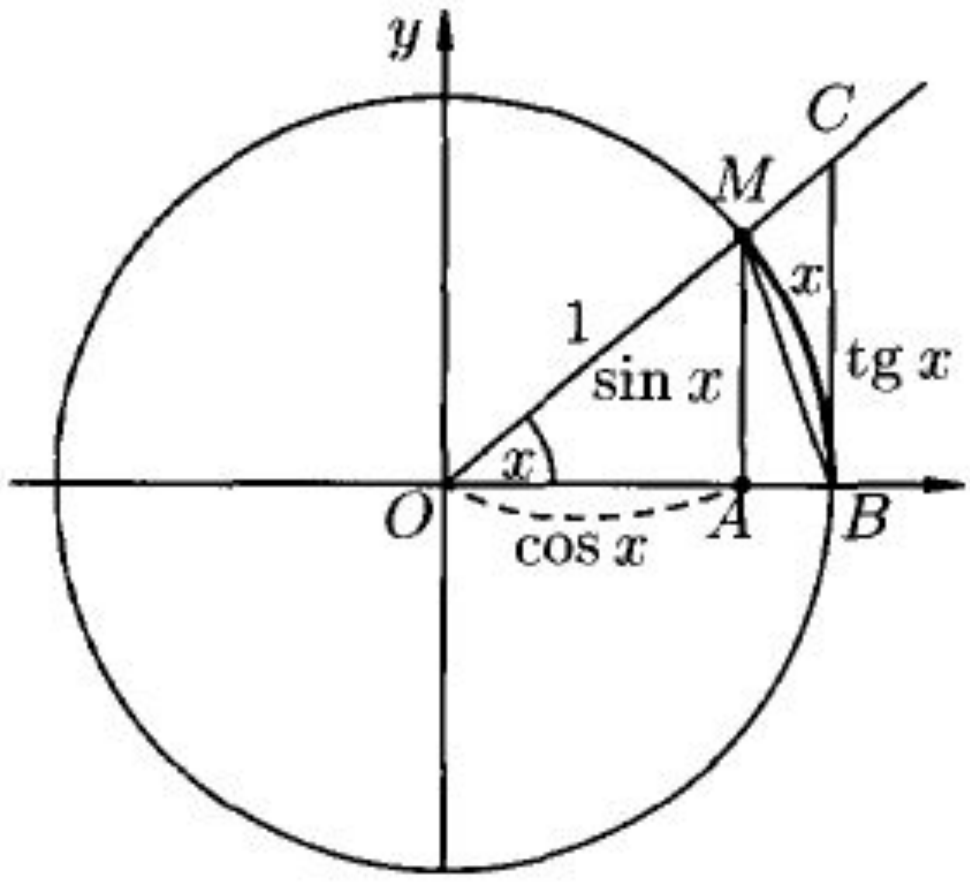
и $$\varphi(x) \le f(x) \le g(x)$$, то

$$\lim_{x\to a} f(x) = A$$

Теорема 5. : Если функция f(x) монотонна и ограничена при $x<a$ или при $x>a$, то существует соответственно ее левый и правый предел

3. Замечательные пределы.
Первый замечательный предел

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$



3. Замечательные пределы. Второй замечательный предел

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$$

$$\lim_{\alpha \to 0} \left(1 + \alpha\right)^{\frac{1}{\alpha}} = e$$