

Решение задания 26 ЕГЭ по информатике.

Дерево игры. Поиск выигрышной стратегии.

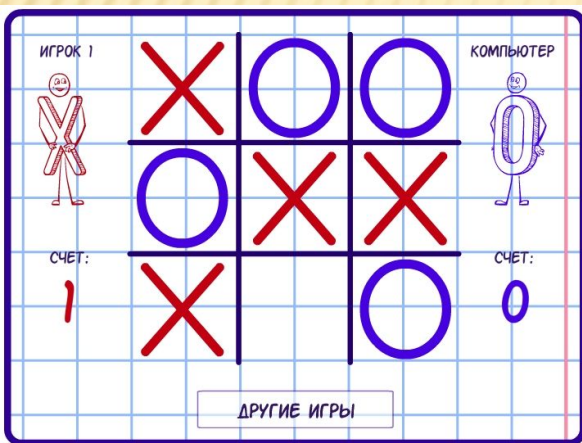
Выполнил:
ученик 10А класса
Семен Кирилл.

ПЛАН:

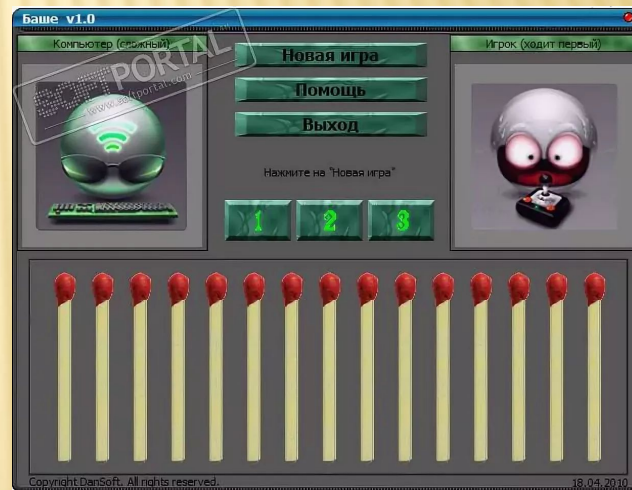
- Цель: найти выигрышную позицию в математической игре.
- Задачи: 1) изучить методы решения задач
- 2) проверить методы на игре
-

ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР

Крестики-нолики

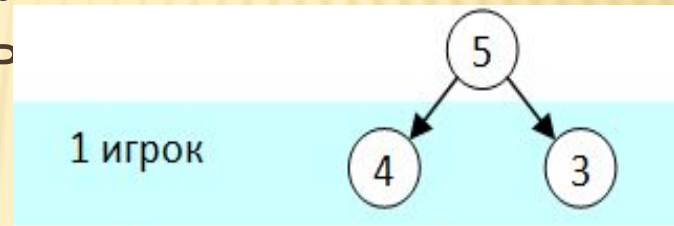


Кубик Рубика

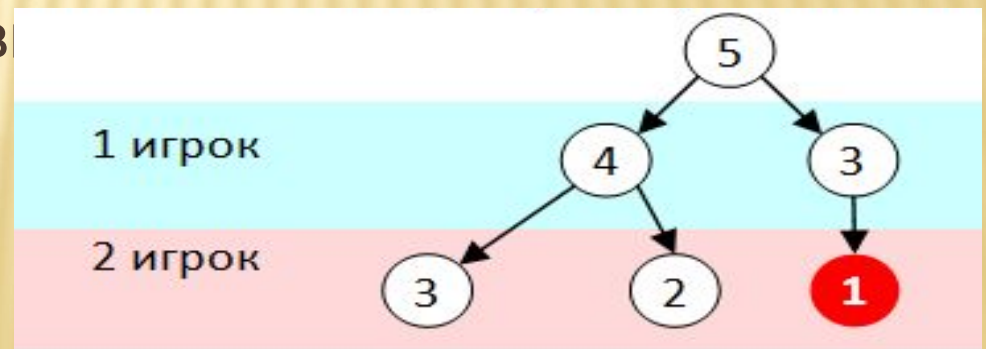


ПРИМЕР:

- для примера рассмотрим такую игру: сначала в кучке лежит 5 спичек; два игрока убирают спички по очереди, причем за 1 ход можно убрать 1 или 2 спички; выигрывает тот, кто оставит в кучке 1 спичку
- первый игрок может убрать одну спичку (в этом случае их останется 4), или сразу 2 (останется 3), эти два варианта можно показать



- если первый игрок оставил 4 спички, второй может своим ходом оставить 3 или 2; а если после первого хода осталось 3 спички, второй игрок может выиграть, взяв две спички и остав

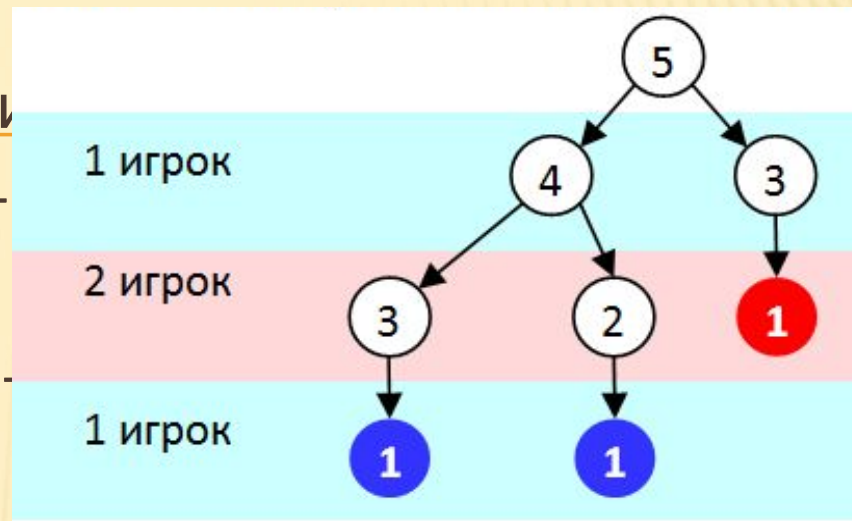


- если осталось 3 или 2 спички то 1-ый игрок (в обеих ситуациях) выиграет своим ходом:

- простроенная схема называется «деревом игры», она

показывает все возможные варианты, начиная с некоторого начального положения (для того, чтобы не загромождать схему, мы не рисовали другие варианты, если из какого-то положения есть выигрышный ход)

- в любой ситуации у игрока есть два возможных хода, поэтому от каждого узла этого дерева отходят две «ветки», такое дерево называется *двоичным* (если из каждого положения есть три варианта продолжения, дерево будет *троичным*)



- проанализируем эту схему; если первый игрок своим первым ходом взял две спички, то второй сразу выигрывает; если же он взял одну спичку, то своим вторым ходом он может выиграть, независимо от хода второго игрока
- кто же выиграет при правильной игре? для этого нужно ответить на вопросы: 1) «Может ли первый игрок выиграть, независимо от действий второго?», и 2) «Может ли второй игрок выиграть, независимо от действий первого?»
- ответ на первый вопрос – «да»; действительно, убрав всего одну спичку первым ходом, 1-ый игрок всегда может выиграть на следующем ходу
- ответ на второй вопрос – «нет», потому что если первый игрок сначала убрал одну спичку, второй всегда проиграет, если первый не ошибется
- таким образом, при правильной игре выиграет первый игрок; для этого ему достаточно первым ходом убрать

ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ:

- в простых играх можно найти выигрышную стратегию, просто перебрав все возможные варианты ходов соперников
- все позиции в простых играх делятся на выигрышные и проигрышные
- **выигрышная позиция** – это позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если не сделает ошибку; при этом говорят, что у него есть выигрышная стратегия – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть
- в **проигрышной** позиции, игрок обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник; в этом случае говорят, что у него нет выигрышной стратегии; таким образом, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для

- в некоторых играх, например, в рэндзю (крестики-нолики на бесконечном поле) нет выигрышной стратегии, то есть, при абсолютно правильной игре обоих противников игра бесконечна (или заканчивается ничьей); кто-то может выиграть только тогда, когда его соперник по невнимательности сделает ошибку
- полный перебор вариантов реально выполнить только для очень простых игр; например, в шахматах сделать это за приемлемое время не удастся (дерево игры очень сильно разветвляется, порождая огромное количество вариантов)

ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ:

- выигрышные и проигрышные позиции можно охарактеризовать так:
 - позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции – **проигрышная**;
 - Позиция, из которой хотя бы один из возможных ходов ведет в проигрышную позицию - выигрышная, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию.

УСЛОВИЕ:

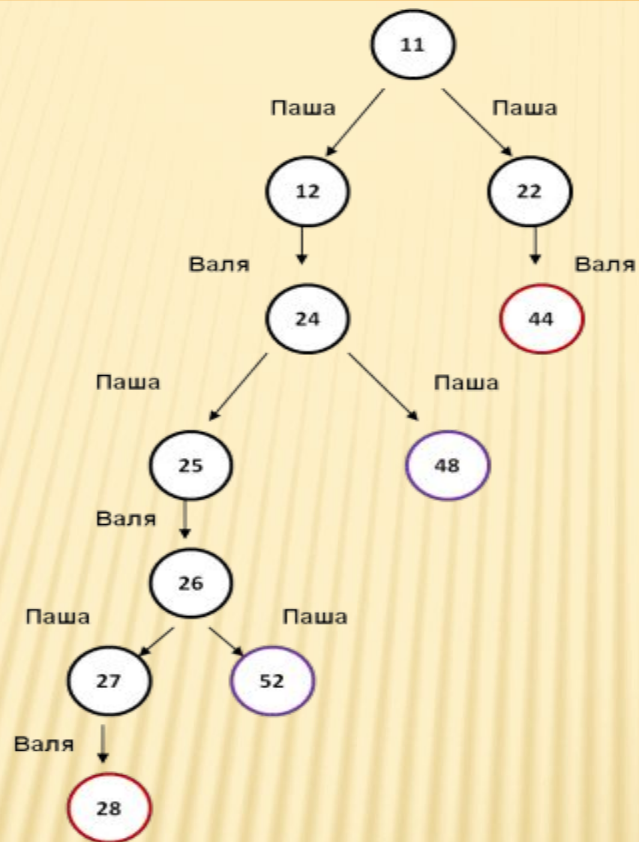
Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, **первый ход делает Паша**. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче **в два раза**. *Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 14 или 8 камней.* У каждого игрока, чтобы сделать ход, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее **28**. Если при этом в куче осталось не более **44** камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. *Например, если в куче было 23 камня, и Паша удвоит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя.* В начальный момент в куче было S камней, **$1 \leq S \leq 27$** .

ЗАДАНИЕ:

- У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 11$? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

РЕШЕНИЕ:



ВЫВОД:

- Различные стратегии решения могут помочь при решении различных видов математических задач и обеспечить победу в различных играх.