

В7
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
ВЫРАЖЕНИЯ

ЕГЭ по математике

1) Найдите значение выражения

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$$

1 способ:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha \quad \frac{6 \cdot 2 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6$$

2 способ:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \frac{12 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin(2 \cdot 11^\circ)} = \frac{12 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{2 \sin 11^\circ \cos 11^\circ} = 6$$

Ответ: 6

2) Найдите значение выражения

$$\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha \quad \text{1 способ:} \quad \frac{24(-\cos 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = -24$$



$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\cos 2\alpha \quad \text{2 способ:}$$

$$\frac{-24(\cos^2 17^\circ - \sin^2 17^\circ)}{\cos(2 \cdot 17^\circ)} = \frac{-24(\cos^2 17^\circ - \sin^2 17^\circ)}{\cos^2 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = -24$$

Ответ: -24

3) Найдите значение выражения

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$$

Угол в
1 четверти
 $\cos x > 0$

1 способ:

Используем формулу приведения для $\cos 29^\circ$

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos(90^\circ - 61^\circ)}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 61^\circ} = 5$$

2 способ:

Используем формулу приведения для $\sin 61^\circ$

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin(90^\circ - 29^\circ)} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\cos 29^\circ} = 5$$

Ответ: 5

4) Найдите значение выражения

$$36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$$

Используем табличные значения

$$36\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 36 \cdot \sqrt{\frac{6}{3 \cdot 2}} = 36$$

Ответ: 36

5) Найдите значение выражения

$$4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$$

Выделим
целое

Угол в
1 четверти
 $\cos x > 0$

$$4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \left(\frac{6\pi + \pi}{3} \right) = 4 \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = 4 \cos \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Угол в
1 четверти
 $\cos x > 0$

Ответ: 2

6) Найдите значение выражения

$$\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$$

Угол в
4 четверти
 $\sin x < 0$

$\sin(-x) = -\sin x$

$$\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) = -\sin\frac{27\pi}{4} = -\sin\left(\frac{28\pi - \pi}{4}\right) = -\sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Угол в
4 четверти
 $\cos x > 0$

мэвнэм
эн оицкнлүф

$$\cos\frac{31\pi}{4} = \cos\frac{32\pi - \pi}{4} = \cos\left(8\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

мэвнэм
эн оицкнлүф

Подставляем найденные значения

$$\frac{8}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 8 \cdot \frac{2}{1} = 8 \cdot 2 = 16$$

Ответ: 16

7) Найдите значение выражения

$$-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$$

$\cos(-x) = \cos x$

$$-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ) = -4\sqrt{3} \cos 750^\circ$$

Выделим полные обороты

$$750^\circ = 360^\circ \cdot 2 + 30^\circ$$

$$-4\sqrt{3} \cos 750^\circ = -4\sqrt{3} \cos 30^\circ = -4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -2 \cdot 3 = -6$$

Ответ: -6

8) Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$

Угол в
4 четверти
 $\operatorname{tg} x < 0$

$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$

$$2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ) = -2\sqrt{3}\operatorname{tg}300^\circ = -2\sqrt{3}\operatorname{tg}(360^\circ - 60^\circ) = 2\sqrt{3}\operatorname{tg}60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$$

Угол в
4 четверти
 $\operatorname{tg} x < 0$

мэвнэм
эн оицкнлүф

А можно другим способом:

$$2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ) = -2\sqrt{3}\operatorname{tg}300^\circ = -2\sqrt{3}\operatorname{tg}(270^\circ + 30^\circ) = 2\sqrt{3}\operatorname{ctg}30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$$

мэвнэм
оицкнлүф

Ответ: 6

9) Найдите значение выражения $-18\sqrt{2}\sin(-135^\circ)$

Угол в
2 четверти
 $\sin x > 0$

$\sin(-x) = -\sin x$

$$\begin{aligned} -18\sqrt{2}\sin(-135^\circ) &= 18\sqrt{2}\sin 135^\circ = 18\sqrt{2}\sin(180^\circ - 45^\circ) = 18\sqrt{2}\sin 45^\circ = \\ &= 18\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 18 \end{aligned}$$

мэвнэм
эн оицкнлүф

Угол в
2 четверти
 $\sin x > 0$

мэвнэм
оицкнлүф

А можно другим способом:

$$18\sqrt{2}\sin 135^\circ = 18\sqrt{2}\sin(90^\circ + 45^\circ) = 18\sqrt{2}\cos 45^\circ = 18$$

Ответ: 18

10) Найдите значение выражения $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(-x) = \cos x$

$$24\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{4}\right) = -24\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -12$$

Ответ: -12

11) Найдите значение выражения $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$

Угол в 4
четверти
 $\sin x < 0$

Используем формулу приведения:

$$\sin 341^\circ = \sin(360^\circ - 19^\circ) = -\sin 19^\circ$$

$$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14$$

Ответ: -14

12) Найдите значение выражения $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$

Функция
меняет
знак

Угол в
2 четверти
 $\cos x < 0$

$$\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4 \cos(180^\circ - 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = \frac{-4 \cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -4$$

Ответ: -4

13) Найдите значение выражения

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$$

Угол 2
четверти
 $\operatorname{tg} x < 0$

Используем формулу приведения:

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180^\circ - 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{-5 \operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5$$

мэвнэм
өн оипкнлф

Ответ: -5

14) Найдите значение выражения

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$$

Выделим полный оборот

$$\sin 409^\circ = \sin (360^\circ + 49^\circ) = \sin 49^\circ$$

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin 49^\circ}{\sin 49^\circ} = 14$$

Ответ: 14

15) Найдите значение выражения

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$$

Угол
2 четверти
 $\operatorname{tg} x < 0$

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 17^\circ) = -5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ = -5$$

мэвнэм
өн оипкнлф

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

Ответ: -5

16) Найдите значение выражения $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$

Угол 1
четверти
 $\operatorname{tg} x > 0$

Используем формулу приведения: $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} (90^\circ - 13^\circ) = 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{ctg} 13^\circ = 7$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

МЭВНЭМ
ОИПЖНЛФ

Ответ: 7

17) Найдите значение выражения $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$

Используем формулу приведения:

$$\sin 127^\circ = \sin (90^\circ + 37^\circ) = \cos 37^\circ$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = \frac{12}{1} = 12$$

Ответ: 12

18) Найдите значение выражения $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$

Используем формулу приведения:

$$\cos 113^\circ = \cos (90^\circ + 23^\circ) = -\sin 23^\circ$$

$$\cos^2 113^\circ = (-\sin 23^\circ)^2 = \sin^2 23^\circ$$

$$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ} = 6$$

Ответ: 6

$$19) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } 3 \cos \alpha, \text{ \u043d\u0430\u0439\u0434\u0435\u043d\u0438\u0435 } \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ \u0435 } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$1) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } \cos \alpha :$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$$

$$\text{\u043e. \u0435. } \alpha - \text{\u043e\u0430\u043d\u0438\u0435 } 4 \div \text{\u0430\u0434\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435}, \text{ \u043e\u0442\u0430\u043d\u0430 } \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$2) 3 \cos \alpha = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

Ответ: 1

$$20) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } 5 \sin \alpha, \text{ \u043d\u0430\u0439\u0434\u0435\u043d\u0438\u0435 } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ \u0435 } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$1) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } \sin \alpha :$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{24}{25}} = \pm \sqrt{\frac{1}{25}} = \pm \frac{1}{5}$$

$$\text{\u043e. \u0435. } \alpha - \text{\u043e\u0430\u043d\u0438\u0435 } 4 \div \text{\u0430\u0434\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435}, \text{ \u043e\u0442\u0430\u043d\u0430 } \sin \alpha = -\frac{1}{5}$$

$$2) 5 \sin \alpha = 5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -1$$

Ответ: -1

$$21) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } \operatorname{tg} \alpha, \text{ \u0430\u043d\u0433\u043b\u0435 } \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ \u0435 } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } \sin \alpha :$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{10}}{10} \right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{10}{100}} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = \pm \sqrt{\frac{9}{10}} = \pm \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\text{ \u041e. \u0435. } \alpha - \text{ \u043e\u0430\u043d\u0433\u043b\u0435 } 4^{\text{ \u043e } \u0430\u043d\u0433\u043b\u0435}, \text{ \u043e\u0442\u0430\u043d\u0433\u043b\u0435 } \sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}} : \frac{\sqrt{10}}{10} = -\frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{10}{\sqrt{10}} = -3$$

Ответ: -3

$$22) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } \operatorname{tg} \alpha, \text{ \u0430\u043d\u0433\u043b\u0435 } \sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}} \text{ \u0435 } \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$1) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } \cos \alpha :$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{5}{\sqrt{26}} \right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{25}{26}} = \pm \sqrt{\frac{1}{26}} = \pm \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\text{ \u041e. \u0435. } \alpha - \text{ \u043e\u0430\u043d\u0433\u043b\u0435 } 3^{\text{ \u043e } \u0430\u043d\u0433\u043b\u0435}, \text{ \u043e\u0442\u0430\u043d\u0433\u043b\u0435 } \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}} : \left(-\frac{1}{\sqrt{26}} \right) = \frac{5}{\sqrt{26}} \cdot \frac{\sqrt{26}}{1} = 5$$

Ответ: 5

$$23) \quad \text{Íàéäèòá} \quad 24 \cos 2\alpha, \quad \text{áñëè} \quad \sin \alpha = -0,2$$

1 способ:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$1) \text{Íàéäèòá} \quad \cos^2 \alpha :$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - (-0,2)^2 = 1 - 0,04 = 0,96$$

$$2) \quad 24 \cos 2\alpha = 24(0,96 - 0,04) = 24 \cdot 0,92 = 22,08$$

2 способ:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$24 \cos 2\alpha = 24 \cdot (1 - 2(-0,2)^2) = 24 \cdot 0,92 = 22,08$$

Ответ: 22,08

$$24) \quad \text{Íàéäèòá} \quad \frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}, \quad \text{áñëè} \quad \sin 3\alpha = 0,6$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$1) \text{Óïðîñòè} \quad \text{âúðàæáíèá} \quad \frac{10 \sin(2 \cdot 3\alpha)}{3 \cos 3\alpha} = \frac{10 \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{20 \sin 3\alpha}{3}$$

$$2) \text{Âú÷èñëè} \quad \frac{20 \cdot 0,6}{3} = 20 \cdot 0,2 = 4$$

Ответ: 4

25) Найдите значение выражения:

Угол 2
четверти
 $\cos x < 0$

Угол 2
четверти
 $\sin x > 0$

Угол 3
четверти
 $\cos x < 0$

$$1) \cos\left(\pi - \beta\right) = -\cos \beta$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos \beta$$

$$3) \cos(\beta + 3\pi) = \cos(3\pi + \beta) = -\cos \beta$$

Подставляем найденные значения

$$\frac{3 \cdot (-\cos \beta) + \cos(\beta + 3\pi)}{-\cos \beta} = \frac{-3 \cos \beta - \cos \beta}{-\cos \beta} = 2$$

Ответ: 2

26) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}$$

$$1) \sin(-x) = -\sin x \quad \sin(\alpha - 7\pi) = -\sin(7\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$2) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

Подставляем найденные значения

$$3) \sin(\alpha + \pi) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\frac{2 \cdot (-\sin \alpha) + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{-\sin \alpha} = 1$$

Ответ: 1

27) Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$ $\operatorname{tg} \gamma = 7$

Угол 2
четверти
 $\operatorname{tg} x < 0$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$1) \operatorname{tg}(5\pi - \gamma) = -\operatorname{tg} \gamma$$

$$2) \operatorname{tg}(-\gamma) = -\operatorname{tg} \gamma$$

Используем найденные значения

Используем найденные значения

$$5 \cdot (-\operatorname{tg} \gamma) - (-\operatorname{tg} \gamma) = -5\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \gamma = -4\operatorname{tg} \gamma$$

$$\operatorname{tg} \gamma = 7, \quad -4\operatorname{tg} \gamma = -28$$

Ответ: -28

28) Найдите значение выражения $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Угол 3
четверти
 $\sin x < 0$

Используем формулу приведения:

$$1) \sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$2) \cos \alpha :$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - (0,8)^2} = \pm \sqrt{1 - 0,64} = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6$$

$$\text{Поскольку } \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right), \quad \text{то } \cos \alpha = -0,6$$

$$3) -\cos \alpha = -(-0,6) = 0,6$$

Ответ: 0,6

29) $26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{12}{13}$ è $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Угол 4
четверти
 $\cos x > 0$

Используем формулу приведения:

1) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$

2) $\sin \alpha :$

мәвнәм
ойткнлф

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \pm \sqrt{\frac{25}{169}} = \pm \frac{5}{13}$$

ò.ê. $\alpha - \text{óãîë}$ 4-åòâåðòè , òí $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$

Подставляем найденные значения $26 \sin \alpha = 26 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -10$

Ответ: -10

30) $\text{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, $\text{tg} \alpha = 0,4$

Угол 2
четверти
 $\text{tg} x < 0$

Используем формулу приведения:

$$\text{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) = \text{tg}\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \text{tg}\left(\frac{4\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \text{tg}\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\text{ctg} \alpha$$

$$-\text{ctg} \alpha = -\frac{1}{\text{tg} \alpha} = -\frac{1}{0,4} = -2,5$$

мәвнәм
ойткнлф

Ответ: -2,5

$$31) \quad \text{Dado } \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1, \quad \text{encuentra } 5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$1) \quad 6 = 6 \cdot 1 = 6(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 6 \cos^2 \alpha + 6 \sin^2 \alpha$$

$$2) \quad \text{Restando: } 5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6 \cos^2 \alpha + 6 \sin^2 \alpha$$

$$5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6 \cos^2 \alpha + 6 \sin^2 \alpha$$

$$- \sin^2 \alpha + 7 \cos^2 \alpha = 0, \quad | : \cos^2 \alpha \neq 0$$

$$- \operatorname{tg} \alpha + 7 = 0, \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tg} \alpha = 7$$

Ответ: 7

$$32) \quad \text{Dado } \frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}, \quad \text{encuentra } \operatorname{tg} \alpha = 3$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3, \quad \Rightarrow \quad \sin \alpha = 3 \cos \alpha$$

$$\frac{3 \cos \alpha - 4 \cdot 3 \cos \alpha}{2 \cdot 3 \cos \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{3 \cos \alpha - 12 \cos \alpha}{6 \cos \alpha - 5 \cos \alpha} = \frac{-9 \cos \alpha}{\cos \alpha} = -9$$

Ответ: -9

$$33) \text{ \textit{D\`a}n\`n\`i\`o\`d\`e\`i} \quad \frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}, \quad \text{\textit{i}\`d\`i\`i\`d\`o\`e\`p} \quad \text{tg}\alpha = -2,5$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2,5, \Rightarrow \sin \alpha = -2,5 \cos \alpha$$

$$\frac{10 \cos \alpha + 4 \cdot (-2,5 \cos \alpha) + 15}{2 \cdot (-2,5 \cos \alpha) + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{10 \cos \alpha - 10 \cos \alpha + 15}{-5 \cos \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{15}{3} = 5$$

Ответ: 5

$$34) \text{ \textit{D\`a}n\`n\`i\`o\`d\`e\`i} \quad \text{tg}\alpha, \quad \text{\textit{i}\`d\`i\`i\`d\`o\`e\`p} \quad \frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$$

$$1) \text{ \textit{D\`a}n\`n\`i\`o\`d\`e\`i} \quad \text{\textit{i}\`d\`i\`i\`d\`o\`e\`p} \quad \frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = \frac{3}{1}$$

$$7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha = 3(5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha)$$

$$7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha = 15 \sin \alpha - 51 \cos \alpha$$

$$-8 \sin \alpha + 64 \cos \alpha = 0, \quad |: \cos \alpha \neq 0$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$-8 \text{tg}\alpha + 64 = 0, \Rightarrow \text{tg}\alpha = 8$$

Ответ: 8

$$35) \text{ \u0414\u0430\u0435\u043c \u0440\u0435\u0448\u0438\u0442\u044c } \operatorname{tg} \alpha, \text{ \u0430\u043d\u0430\u043b\u0438\u0437\u0438\u0440\u0443\u0435\u043c } \frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$$

$$3(3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2) = \sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6$$

$$9 \sin \alpha - 15 \cos \alpha + 6 - \sin \alpha - 3 \cos \alpha - 6 = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 8 \sin \alpha - 18 \cos \alpha = 0, \quad | : \cos \alpha \neq 0$$

$$8 \operatorname{tg} \alpha - 18 = 0, \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 2,25$$

Ответ: 2.25

$$36) \text{ \u0414\u0430\u0435\u043c \u0440\u0435\u0448\u0438\u0442\u044c } 7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right), \text{ \u0430\u043d\u0430\u043b\u0438\u0437\u0438\u0440\u0443\u0435\u043c } \cos \beta = -\frac{1}{3}$$

Используем формулу приведения:

Угол 3
четверти
 $\cos x < 0$

Угол 2
четверти
 $\sin x > 0$

$$7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = -7 \cos \beta - 2 \cos \beta = -9 \cos \beta$$

Меняем
функцию

Меняем
функцию

$$-9 \cos \beta = -9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 3$$

Ответ: 3

$$37) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } 5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right), \text{ \u043d\u0430\u0439\u0434\u0435\u043d\u0438\u0435 } \sin \alpha = -0,25$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad 1) 5 \sin(\alpha - 7\pi) = -5 \sin(7\pi - \alpha) = -5 \sin \alpha$$

$$2) 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 11 \sin \alpha$$

$$3) -5 \sin \alpha - 11 \sin \alpha = -16 \sin \alpha = -16 \cdot (-0,25) = 4$$

Ответ: 4

$$38) \text{ \u0414\u0430\u043d\u043d\u043e\u0435 } 9 \cos 2\alpha, \text{ \u043d\u0430\u0439\u0434\u0435\u043d\u0438\u0435 } \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$1 \text{ способ: } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$9 \cos 2\alpha = 9(2 \cos^2 \alpha - 1) = 18 \cos^2 \alpha - 9 = 18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 9 = 2 - 9 = -7$$

$$2 \text{ способ: } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$1) \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$2) 9 \cos 2\alpha = 9(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 9\left(\frac{1}{9} - \frac{8}{9}\right) = 9 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = -7$$

Ответ: -7

39) Найдите значение выражения

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$$

Используем формулу приведения для $\sin 41^\circ$

$$\sin \alpha \cos \alpha = 0,5 \sin 2\alpha$$

$$\sin 41^\circ = \sin(90^\circ - 49^\circ) = \cos 49^\circ$$

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} = \frac{5 \sin 98^\circ}{0,5 \sin 98^\circ} = 10$$

Ответ: 10

40) Найдите значение выражения

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$$

Используем формулу приведения для $\cos 53^\circ$

$$\cos 53^\circ = \cos(90^\circ - 37^\circ) = \sin 37^\circ$$

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{0,5 \sin 74^\circ} = 10$$

Ответ: 10

41) Найдите значение выражения

$$12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$$

Используем формулу приведения

$$12 \sin(180^\circ - 30^\circ) \cdot \cos(90^\circ + 30^\circ) = 12 \cdot \sin 30^\circ \cdot (-\sin 30^\circ) = -12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -3$$

Ответ: -3

42) Найдите значение выражения

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = 0,5 \sin 2\alpha$$

$$8 \cdot 0,5 \sin \left(2 \cdot \frac{5\pi}{12} \right) = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Ответ: 2

43) Найдите значение выражения

$$\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cdot \left(\cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) &= \sqrt{3} \cdot \cos \left(2 \cdot \frac{5\pi}{12} \right) = \sqrt{3} \cdot \cos \frac{5\pi}{6} \\ &= \sqrt{3} \cdot \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \cdot \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1,5 \end{aligned}$$

Ответ: -1,5

44) Найдите значение выражения

$$\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$2\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \left(2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \sqrt{3} \cdot \cos \left(2 \cdot \frac{5\pi}{12} \right) =$$

$$= \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos 150^\circ = \sqrt{3} \cos(180^\circ - 30^\circ) =$$

$$= \sqrt{3} \cdot (-\cos 30^\circ) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1,5$$

Ответ: -1,5

45) Найдите значение выражения

$$\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \sqrt{3} \cos \left(2 \cdot \frac{5\pi}{12} \right) =$$

$$\sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \cdot \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1,5$$

Ответ: -1,5