

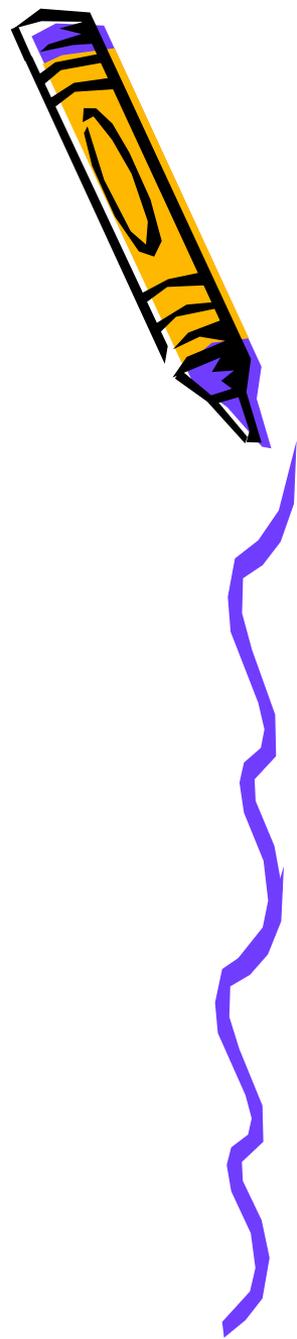


***Тема:*** Тригонометрические  
формулы сложения и  
двойного угла

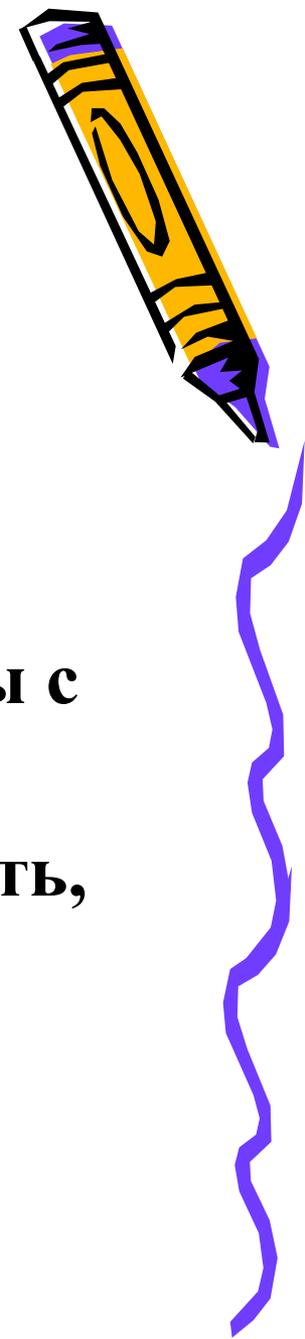


**«Величие человека -  
в его способности  
мыслить.»»**

**Б. Паскаль**



# Цель урока:

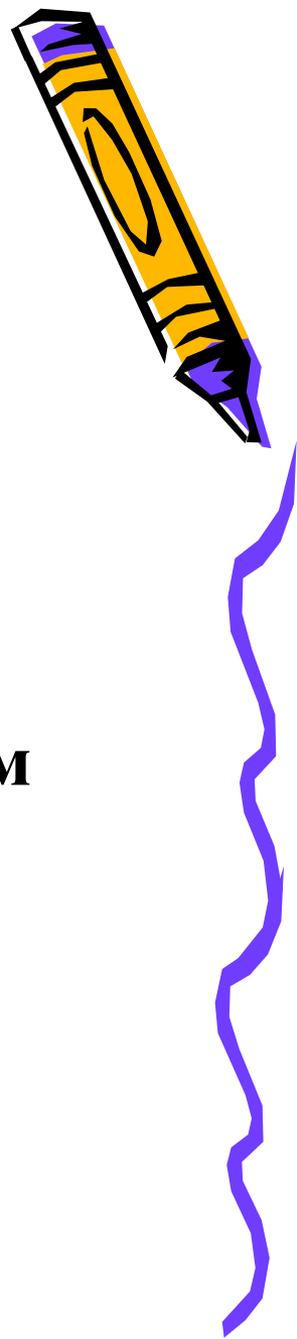


- Систематизировать знания, умения, навыки по изученной теме;
- Способствовать развитию логического мышления, вычислительной культуры, навыков работы в паре, навыков работы с тестовыми заданиями.
- Воспитывать познавательную активность, внимательность и заинтересованность в процессе урока.



# ПЛАН УРОКА

1. Организационный момент.
2. Историческая справка.
3. Устная работа.
4. Работа в парах с тестовыми заданиями.
5. Практические задания с применением формул тригонометрии.
6. Самостоятельная работа.
7. Итог урока.



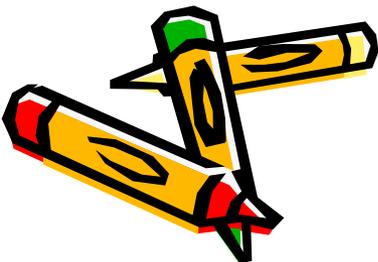
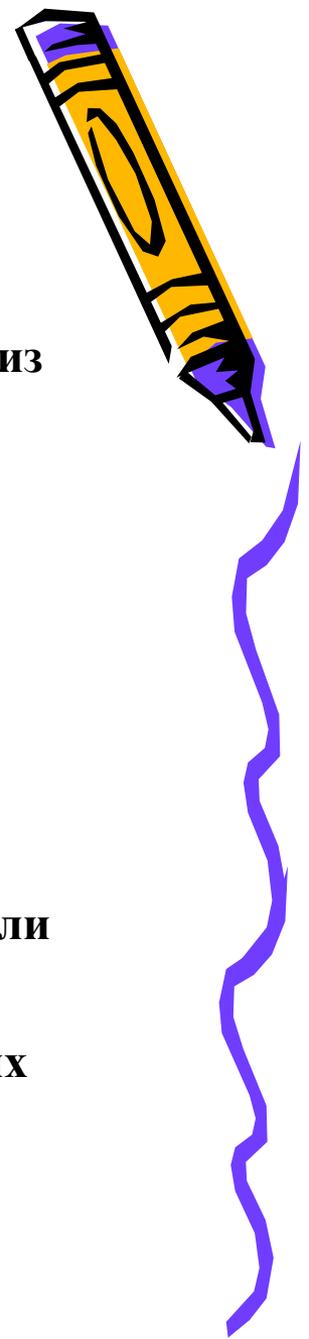
## Сообщение из истории тригонометрии (краткая историческая справка)

Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности. Еще задолго до новой эры вавилонские ученые умели предсказывать солнечные и лунные затмения. Это позволяет сделать вывод о том, что им были известны простейшие сведения из тригонометрии.

Само название «тригонометрия» греческого происхождения, обозначающее **«измерение треугольников»**. Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во 2 веке до нашей эры. Гиппарх является автором первых тригонометрических таблиц.

Важный вклад в развитие тригонометрии был внесен **индийской математикой** в период 5- 12 век нашей эры. Индийские математики стали вычислять не полную хорду, как это делали греки, а ее половину (то есть «линию синусов»). Линия синусов именовалась ими «архаджива», буквально означало «половина тетивы лука». Индийцы составили таблицу синусов, в которой были даны значения полухорд, измеренных частями (минутами) окружности для всех углов от 0 до 90 градусов. Индийским математикам были известны соотношения, которые в современных обозначениях пишут так:

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1;$$
$$\cos a = \sin (90-a).$$

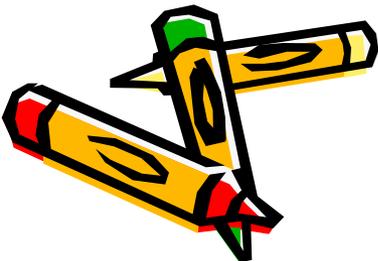


В 15- 17 веках в Европе было составлено и издано несколько тригонометрических таблиц, над их составлением работали крупнейшие ученые: **Н. Коперник** (1540-1603);  
**И. Кеплер** (1571-1630);  
**Ф. Виет** (1540-1603).

В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 году при участии Л.Ф. Магницкого. На первоначальных стадиях своего развития тригонометрия служила средством решения вычислительных геометрических задач. Ее содержанием считалось вычисление элементов простейших геометрических фигур, то есть треугольников. Таким образом, тригонометрия возникла на геометрической основе, имела геометрический язык и применялась к **решению геометрических задач**.

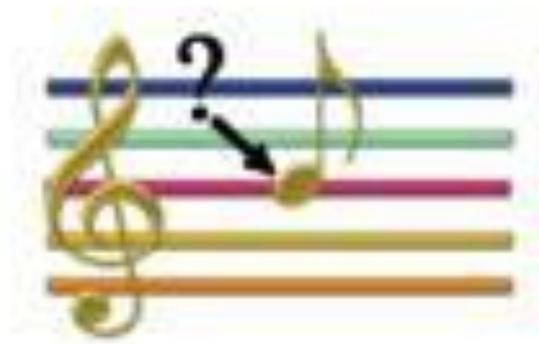
Современный вид тригонометрии получила в трудах великого ученого, члена Российской академии наук **Л. Эйлера** (1707-1783). Эйлер стал рассматривать значения тригонометрических функций как числа - величины тригонометрических линий в круге, радиус которого принят за единицу (**«тригонометрический круг»** или **«единичная окружность»**).

Эйлер дал окончательное решение о знаках тригонометрических функций в разных четвертях, вывел все тригонометрические формулы из нескольких основных, установил несколько неизвестных до него формул, ввел единообразное обозначение:  $\sin a$ ,  $\cos a$ ,  $\operatorname{tg} a$ ,  $\operatorname{ctg} a$ . На основании работ Л. Эйлера были составлены учебники тригонометрии. Аналитическое (не зависящее от геометрии) построение теории тригонометрических функций, начатое Эйлером, получило завершение в трудах великого русского ученого **Н.И. Лобачевского**.



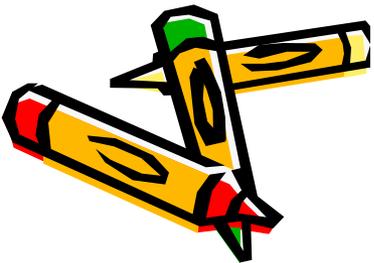
Блез Паскаль (19 июня 1623—19 августа 1662) французский математик, физик, литератор и философ. Классик французской литературы, один из основателей математического анализа, теории вероятностей и проективной геометрии, создатель первых образцов счётной техники, автор основного закона гидростатики.

Когда-то Блез Паскаль сказал, что математика – наука настолько серьёзная, что нельзя упускать случая, сделать её немного занимательной. Поэтому я предлагаю наш урок начать **с занимательной странички.**



”

синус

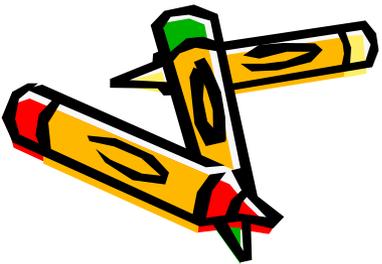
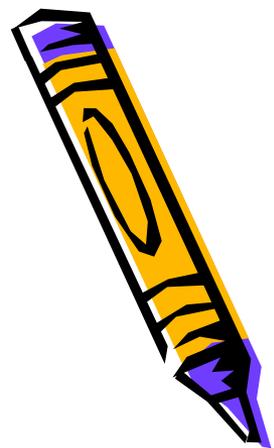


# Ребус



, —

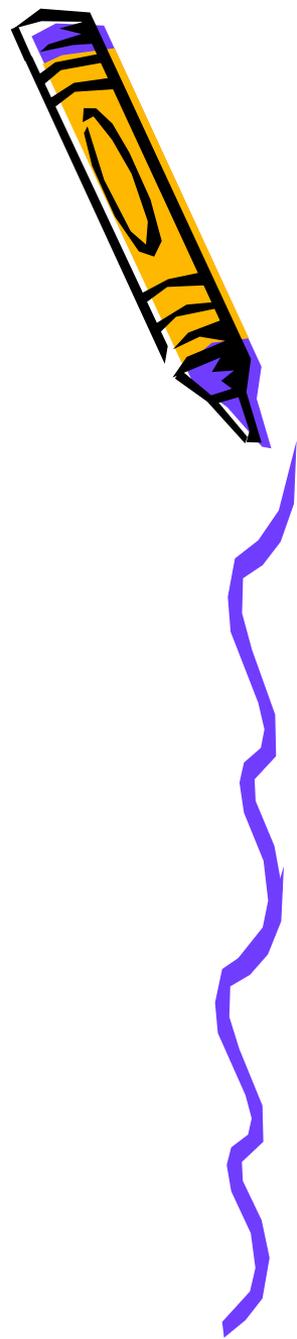
КОСИНУС



# Ребус



ТАНГЕНС



# Ребус

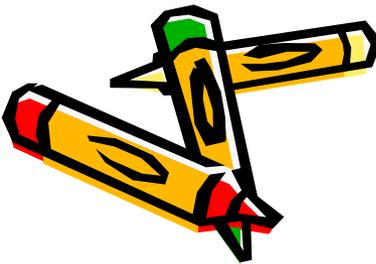
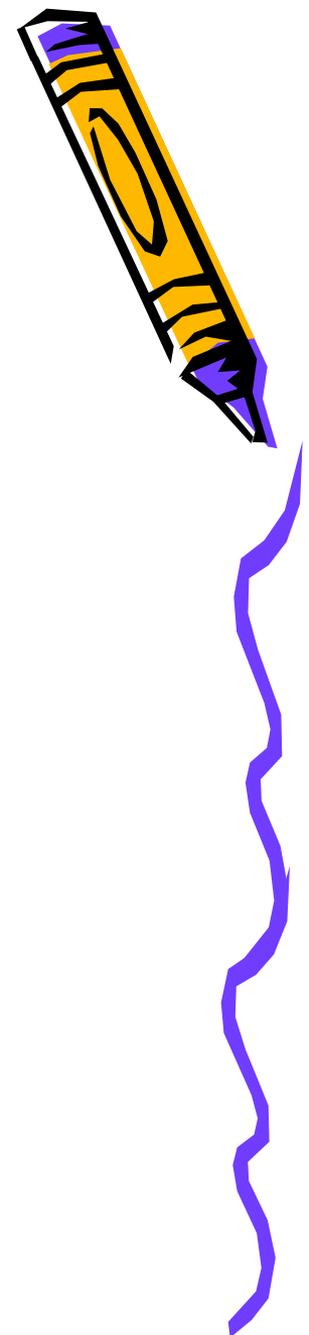


“



’ А=С

КОТАНГЕНС



# «Знаешь ли ты значения некоторых углов»

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 360^\circ = 1$$

$$\operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

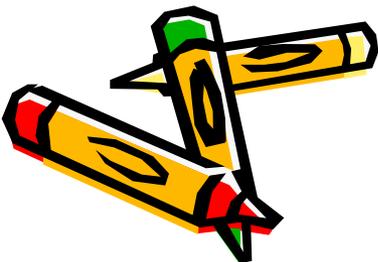
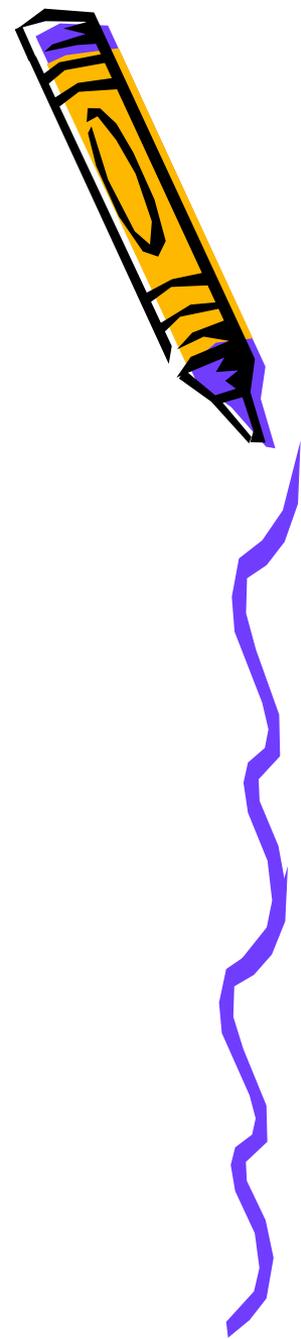
$$\operatorname{tg} 405^\circ = 1$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 330^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 180^\circ = 0$$

$$\operatorname{ctg} 780^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



# Устный опрос

Вспомним 6 основных  
тригонометрических формул.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

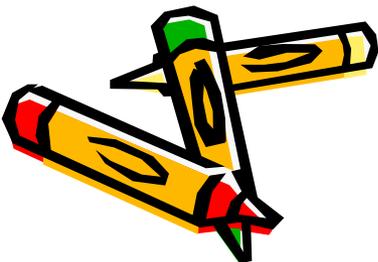
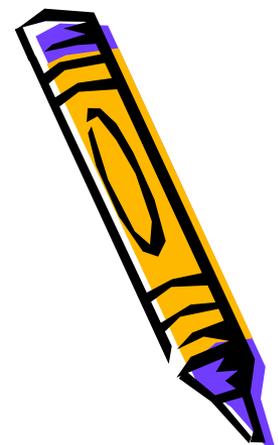
$$\operatorname{tg}\alpha * \operatorname{ctg}\alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha / \cos\alpha$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = 1 / \cos^2\alpha$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \cos\alpha / \sin\alpha$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = 1 / \sin^2\alpha$$



# Устный опрос

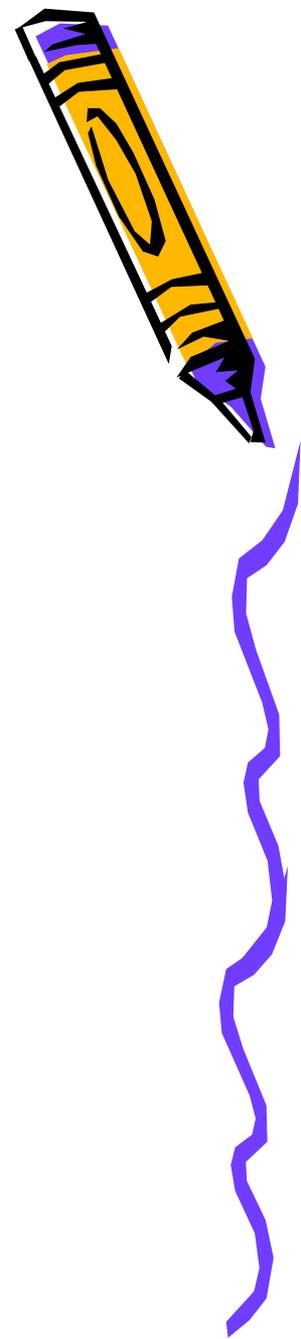
Вспомним формулу двойного угла  
синуса, косинуса, тангенса и  
котангенса.

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

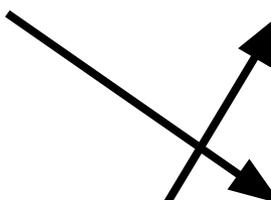
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

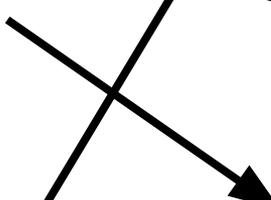
$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha / 1 - \operatorname{tg}^2\alpha$$

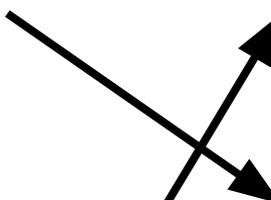
$$\operatorname{ctg} 2\alpha = (\operatorname{ctg}^2\alpha - 1) / 2\operatorname{ctg}\alpha$$



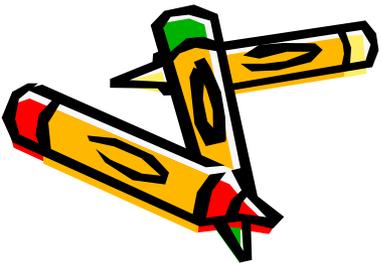
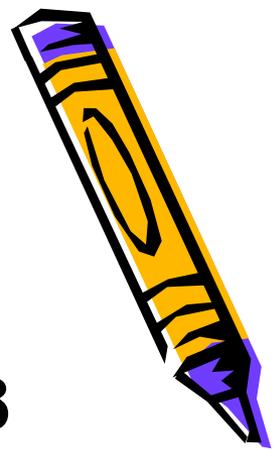
# Соотнеси:

1.  $\sin(\alpha - \beta) =$   •  $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

2.  $\sin(\alpha + \beta) =$   •  $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

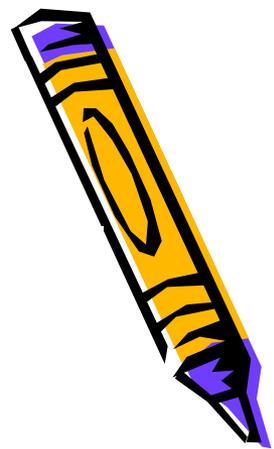
3.  $\cos(\alpha + \beta) =$   •  $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

4.  $\cos(\alpha - \beta) =$   •  $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$



# Тест

## 1 вариант



1. Укажите значение выражения  $\sin 60^\circ$

A)  $\frac{1}{2}$ ; B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; C) 1; D) 0.

2. Упростите выражение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

A)  $\cos \alpha$ ; B)  $-\cos \alpha$ ; C)  $\sin \alpha$ ; D)  $\operatorname{tg} \alpha$ .

3. Найдите значение выражения  $\cos 157^\circ \cos 97^\circ + \sin 157^\circ \sin 97^\circ$

A)  $\frac{1}{2}$ ; B) 0; C) 1; D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

4. Упростите выражение  $2 \sin 65^\circ \cos 65^\circ$

A)  $\cos 130^\circ$ ; B)  $\cos 50^\circ$ ; C)  $\sin 50^\circ$ ; D)  $\operatorname{tg} 65^\circ$ .

5. Представьте в виде произведения  $\cos 80^\circ - \cos 40^\circ$

A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 20^\circ$ ; B)  $\cos 20^\circ$ ; C)  $-\sqrt{3} \sin 20^\circ$ ; D)  $-\sqrt{3} \cos 20^\circ$ .



# Тест по теме «Формулы сложения»

## 2 вариант

1.  $\sin 5x \cos 3x + \sin 3x \cos 5x =$

- 1)  $\sin 2x$     2)  $\cos x$     3)  $\sin 8x$     4)  $\cos 8x$

2.  $\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ =$

- 1) 1    2) -1    3) 0,5    4)  $\sqrt{3}/2$

3.  $\cos 107^\circ \cos 17^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ =$

- 1) 0    2) 1    3) -1    4) 0,5

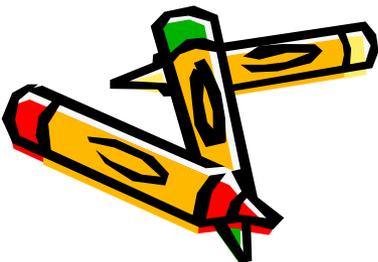
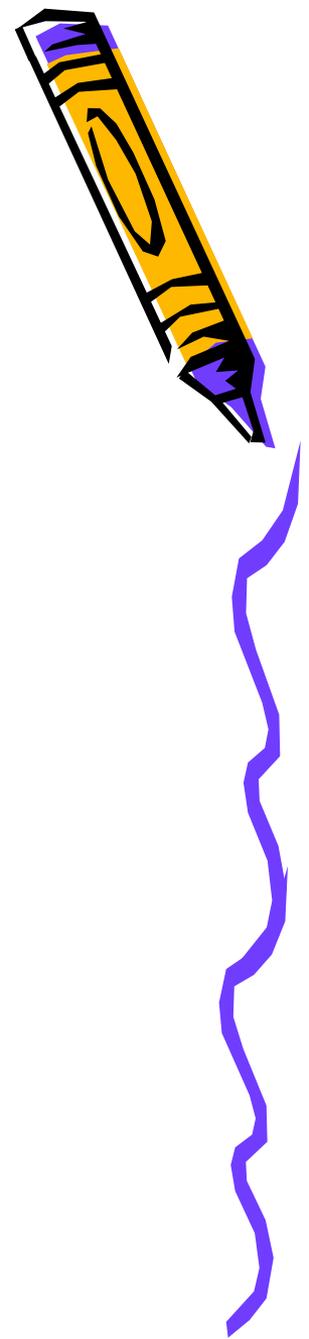
4.  $\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \sin 13^\circ \cos 17^\circ =$

- 1)  $\sqrt{2}/2$     2) 0    3) -0,5    4) 0,5

5.  $\cos(\alpha + \beta)$ , если  $\alpha = 42^\circ$ ,  $\beta = 18^\circ$

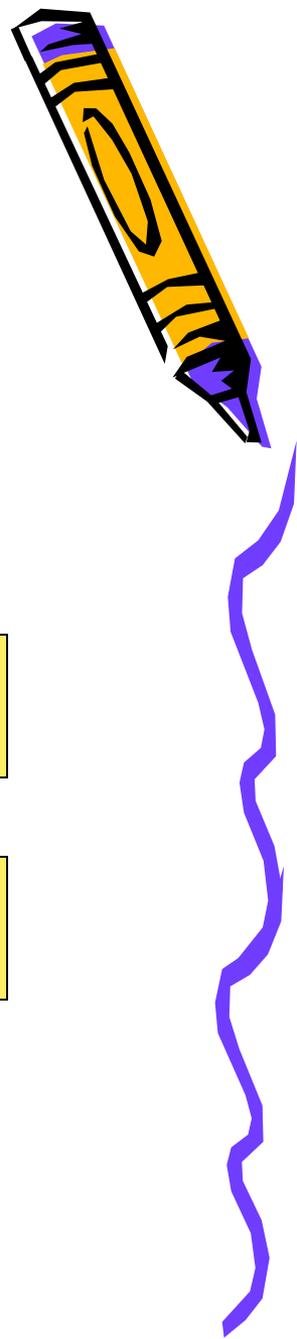
- 1) -0,5    2)  $\sqrt{3}/2$     3) 0,5    4)  $-\sqrt{2}/2$

3; 4; 1; 4; 3



# *Работа в парах*

## *№ 1. Упростить:*



• а)  $\cos \alpha \cos 3\alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha$

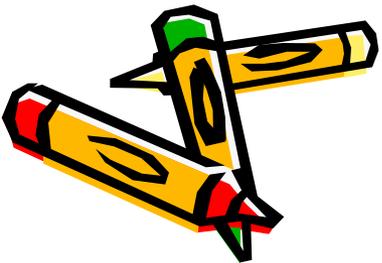
$\cos 4\alpha$

• б)  $\sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha$

$\sin 3\alpha$

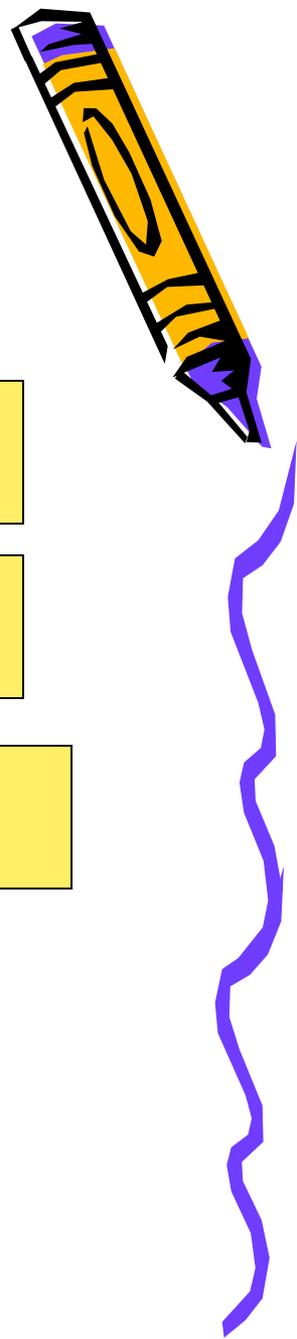
• в)  $\sin \alpha \cos 3\alpha + \cos \alpha \sin 3\alpha$

$\sin 4\alpha$



# *Работа в парах*

## *№ 2. Вычислить:*



• а)  $\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ$

$\sqrt{3}/2$

• б)  $\sin 40^\circ \cos 5^\circ + \cos 40^\circ \sin 5^\circ$

$\sqrt{2}/2$

• в)  $\sin 10^\circ \cos 20^\circ + \cos 10^\circ \sin 20^\circ$

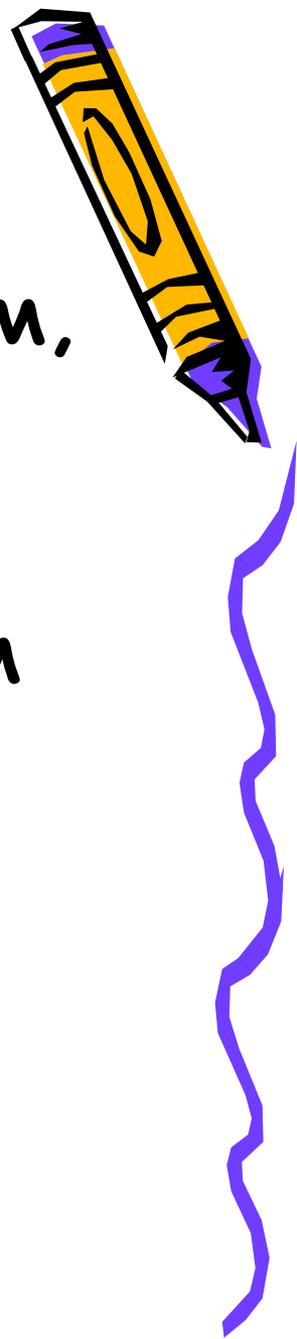
$1/2$

• г)  $\cos 7^\circ \cos 38^\circ - \sin 7^\circ \sin 38^\circ$

$\sqrt{2}/2$



# Физминутка



$$\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

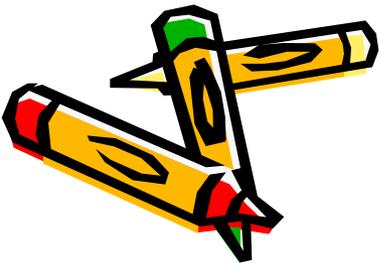
$$\operatorname{ctg} 60^\circ = \sqrt{3}/3$$

$$\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$$

$$\cos 90^\circ = 1$$

**ВЕРНО** - приседаем,  
вытянув руки

**НЕВЕРНО** - делаем  
наклоны влево,  
вправо, вперёд,  
назад.



# Формулы приведения.

## №3. Найди ошибку.

$$\sin (\pi-\alpha)=\sin \alpha$$

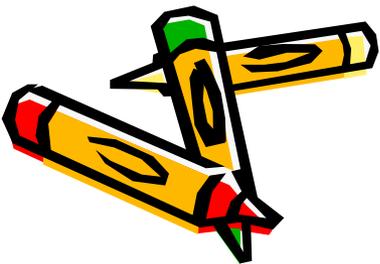
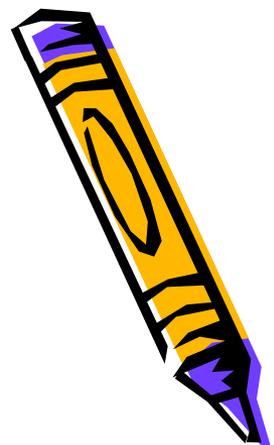
$$\cos (3\pi/2+\alpha)=-\cos \alpha$$

$\sin \alpha$

$$\operatorname{tg} (2\pi-\alpha)=-\operatorname{tg} \alpha$$

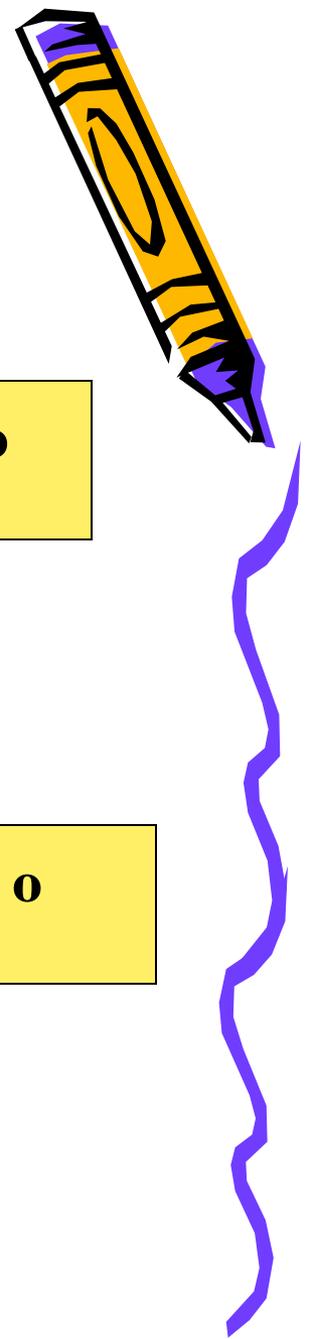
$$\operatorname{ctg} (\pi/2+\alpha)=\operatorname{ctg} \alpha$$

$-\operatorname{tg} \alpha$



# Формулы двойного угла

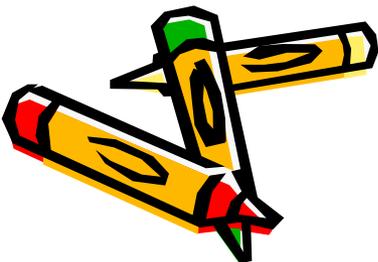
## №3. Сократи дробь



1.  $\sin 100^\circ / \cos 50^\circ =$   $2 \sin 50^\circ$

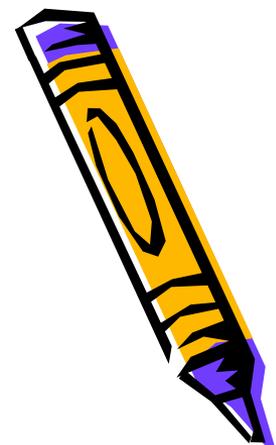
2.  $(\cos 36^\circ + \sin^2 18^\circ) / \cos 18^\circ =$

$\cos 18^\circ$



# Самостоятельная работа

## Упростите



### Уровень А

1.  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sin^2 \alpha$

2.  $1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$

### Уровень В

1.  $(1 - \sin \alpha) / \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 1 / \cos \alpha$

2.  $1 / (1 + \cos \alpha) + 1 / (1 - \cos \alpha) = 2 / \sin^2 \alpha$

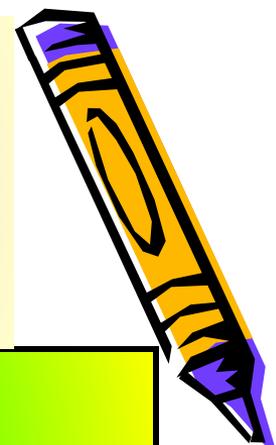
### Уровень С

1.  $\sin \alpha / (1 + \cos \alpha) + (1 + \cos \alpha) / \sin \alpha = 2 / \sin \alpha$

2.  $1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \sin^2 \alpha$



# Критерий оценивания всех заданий



Количество правильных ответов	Оценка
0 - 9	2
10 - 14	3
15 - 19	4
20 - 24	5



# Домашнее задание

Выполни задания из  
презентации в  
тетрадь.

