



Рекурсивные алгоритмы

ЕГЭ-2017 по информатике. Задание 11

Автор: Фоминова Елена Владимировна,
учитель физики и информатики
МБОУ СОШ № 23 МО Усть-Лабинский район
хутора Братского Краснодарского края

Содержание

- Теория
- Рекурсия вокруг нас
- Рекурсия в математике
- Программирование
- Задачи на закрепление
- Список использованной литературы



Теория

Рекурсия (RECURSIO - возвращение) — определение, описание, изображение какого-либо объекта или процесса внутри самого этого объекта или процесса, то есть ситуация, когда объект является частью **самого себя**.

Рекурсивным называется любой объект, который частично определяется через себя.



Теория



Что нужно знать:

Рекурсия может быть прямой и косвенной.

Рекурсия – это приём, позволяющий свести исходную задачу к одной или нескольким более простым задачам того же типа.

Чтобы определить рекурсию, нужно задать:

-условие остановки рекурсии

-рекуррентную формулу

Любую рекурсивную процедуру можно запрограммировать с помощью цикла

Рекурсия позволяет заменить цикл и в некоторых сложных задачах делает решение более понятным, хотя часто менее эффективным.

Теория

Рекурсия может быть прямой и косвенной.



В случае **прямой** рекурсии вызов функцией самой себя делается непосредственно в этой же функции

```
procedure F(n: integer);  
  begin  
    writeln(n);  
    if n > 1 then begin  
      F(n-1);  
      F(n-3)  
    end  
  
  end;  
end;
```

Теория



Косвенная рекурсия создаётся за счёт вызова данной функции из какой-либо другой функции, которая сама вызывалась из данной функции.

```
function F(n: integer): integer;  
begin  
    if n > 2 then F := F(n - 1) + G(n - 2)  
        else F := 1;  
end;  
function G(n: integer): integer;  
begin  
    if n > 2 then G := G(n - 1) + F(n - 2)  
        else G := 1;  
end;
```



Рекурсия вокруг нас...

Классическим примером конечной рекурсии является русская матрешка.



Рекурсия вокруг нас...

"Мастер и Маргарита" - один из наиболее ярких рекурсивных романов. Тема Иешуа и Пилата рекурсивно вызывается из темы Мастера и Маргариты. Кроме того, здесь так же используется прием "книга в книге". Мастер пишет роман об Иешуа и Пилате, текст которого сливается с текстом книги "Мастер и Маргарита".

повести
ет сон
а (сон
екурсии).
ого сна
второй
о второй
второго
овый сон,
придется
из С.Лева
ды» о разумной
которая обладала
ым умом и ленью,
для решения
ной задачи
себе подобную, и
решение ей.
ная рекурсия -
каждая новая машина строила
себе подобную).



Рекурсия вокруг нас...

ЛЕВ ТОЛСТОЙ

В романе Л. Толстого «Война и мир» рекурсия отражает прошлое в настоящем и будущем.



роман приемом "Сервантесовым". Сервантесовым приемом рекурсии в романе «Война и мир» Толстой использует прием рекурсии, когда персонажи вспоминают прошлые события, что позволяет читателю увидеть историю с разных точек зрения. В романе «Война и мир» Толстой использует прием рекурсии, когда персонажи вспоминают прошлые события, что позволяет читателю увидеть историю с разных точек зрения. В романе «Война и мир» Толстой использует прием рекурсии, когда персонажи вспоминают прошлые события, что позволяет читателю увидеть историю с разных точек зрения.

Элементы использования рекурсии находим еще раньше у Шекспира. Гамлет ставит спектакль, где в упрощенном варианте описываются события трагедии.


Рекурсия вокруг нас

Р. Бернс «Дом, который построил Джек» в переводе С. Маршака

Вот дом,
Который построил Джек.

А это пшеница,
Которая в темном чулане
хранится
В доме,
Который построил Джек

А это веселая птица-синица,
Которая часто ворует
пшеницу,
Которая в темном чулане
хранится.



У попа была собака, он
её любил
Она съела кусок мяса,
он её убил
В землю закопал,
Надпись написал:
«У попа была собака, он
её любил
Она съела кусок мяса,
он её убил
В землю закопал,
Надпись написал:

Рекурсия вокруг нас...

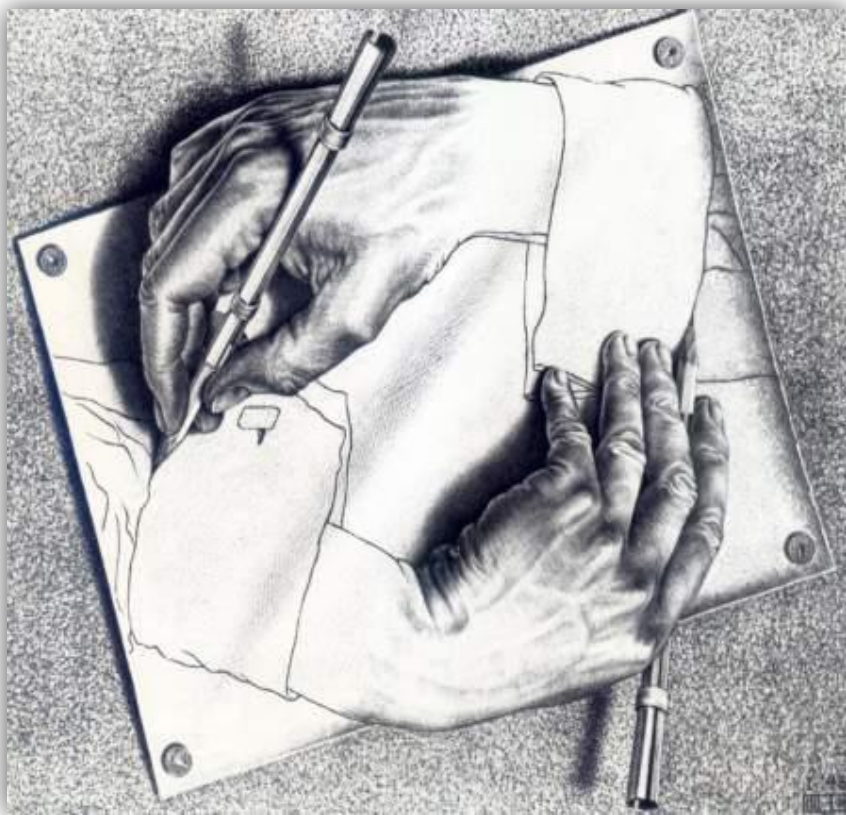
А. Блока

*Ночь, улица, фонарь, аптека.
Бессмысленный и тусклый свет.
Живи еще хоть четверть века –
Все будет так. Исхода нет.*

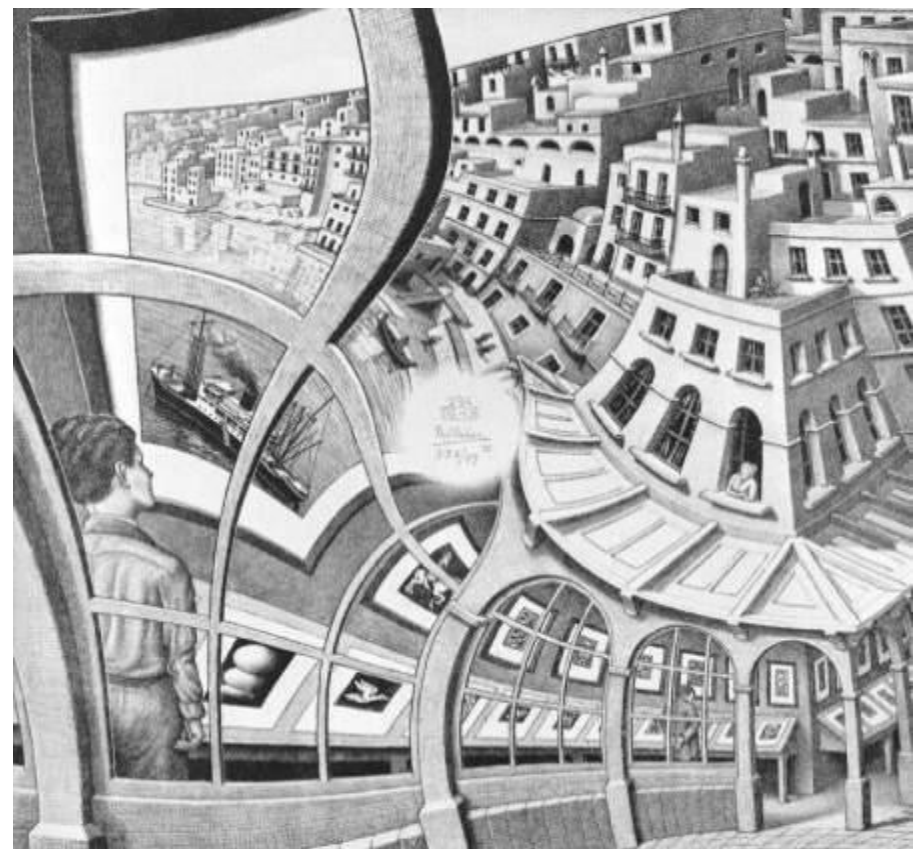
*Умрешь – начнешь опять
сначала,
И повторится все, как встарь:
Ночь, ледяная рябь канала,
Аптека, улица, фонарь.*



Рекурсия вокруг нас...



**Мориса Эшера
«Рисующие руки»**

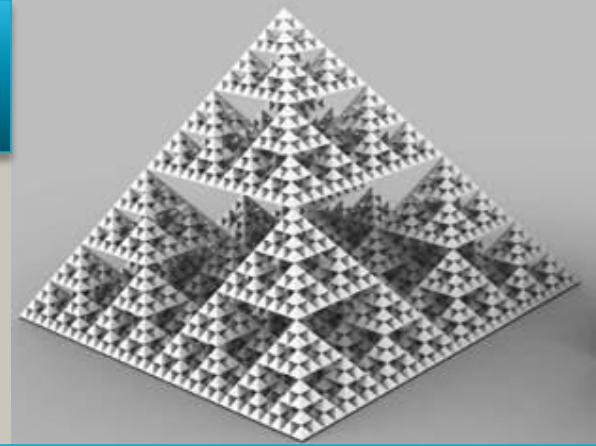


**Мориса Эшера
«Галерея гравюр»**

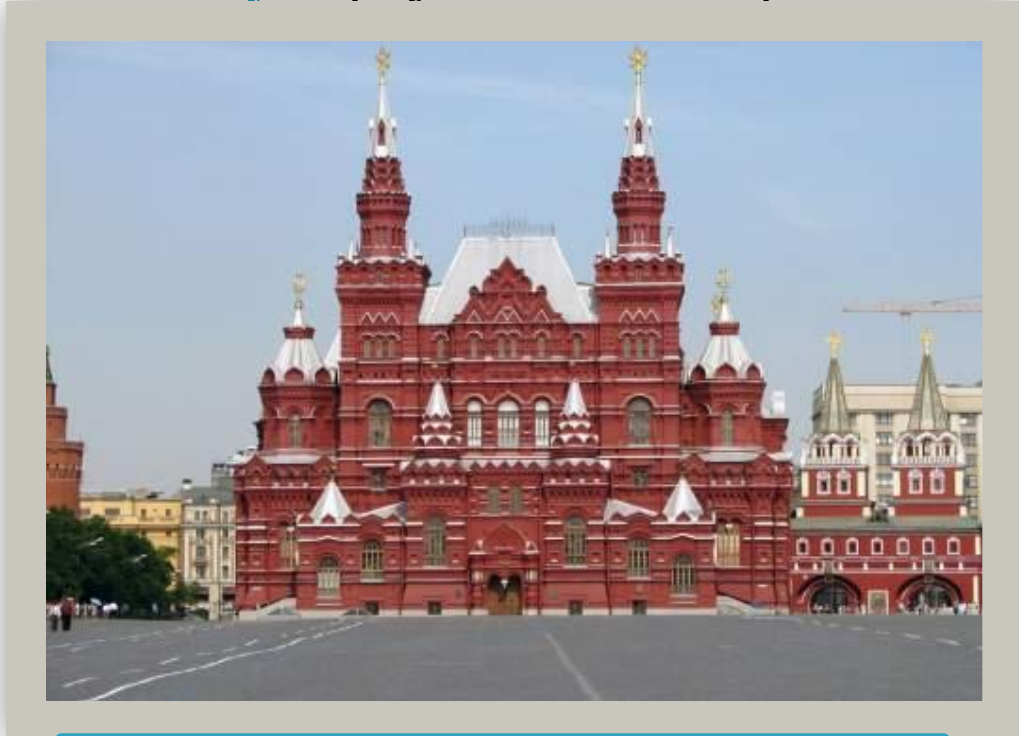
Рекурсия вокруг нас...



Эйфелева Башня в Париже

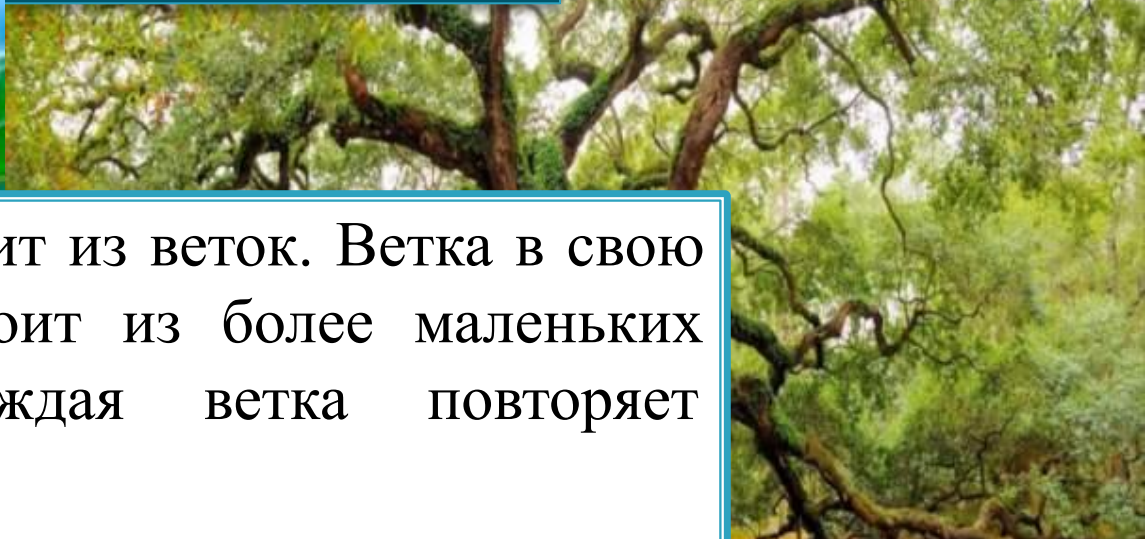
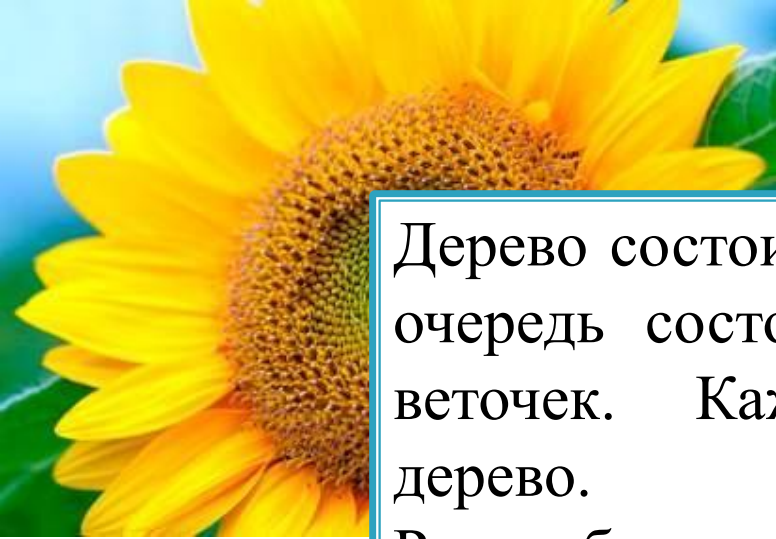


Фрактал
"Треугольник Серпинского"



Исторический музей в Москве

Рекурсия вокруг нас...



Дерево состоит из веток. Ветка в свою очередь состоит из более маленьких веточек. Каждая ветка повторяет дерево.

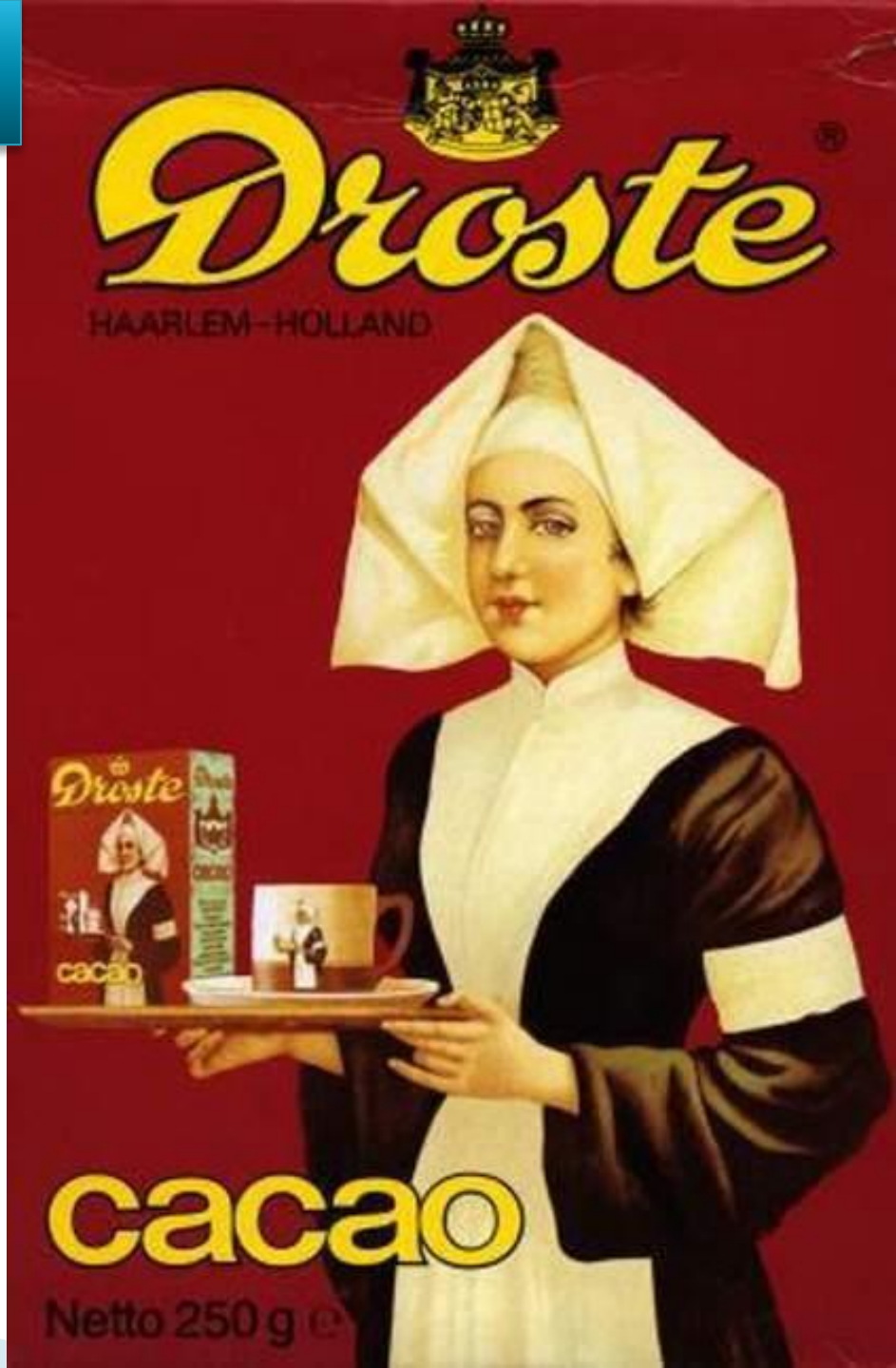
Реки образуются из впадающих в них рек.

Чешуя шишек и семена некоторых цветов (например, подсолнечника) расположены пересекающимися спиралевидными веерами, определяемыми соотношением чисел Фибоначчи.



Рекурсия вокруг нас...

Эффект Дросте - термин для изображения специфического вида рекурсивного изображения. Изображение включает уменьшенный собственный вариант самого себя. Этот более малый вариант после этого показывает даже более малый вариант себя, и так далее. Практически это продолжается пока разрешение изображения позволяет уменьшает размер. Термин был введен в честь Дросте, голландского какао.



Рекурсия вокруг нас...

Герб Российской Федерации является рекурсивно-определённым графическим объектом: в правой лапе изображённого на нём двуглавого орла зажат скипетр, который венчается уменьшенной копией герба. Так как на этом гербе в правой лапе орла также находится скипетр, получается бесконечная рекурсия.



Рекурсия в математике

1) Арифметическая прогрессия:

а) $a_1 = a_0;$

б) $a_n = a_{n-1} + d.$

2) Геометрическая прогрессия:

а) $a_1 = a_0;$

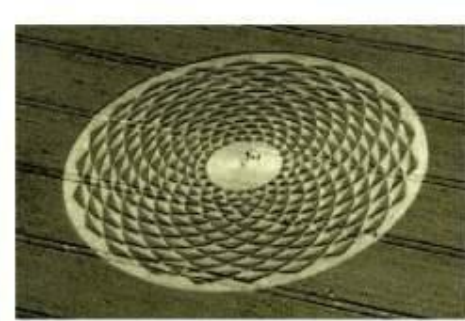
б) $a_n = a_{n-1} * q.$



К. Гаусс
(1777—1855 гг.)

По преданию, Карл Гаусс — крупнейший немецкий математик — почти мгновенно решил эту задачу, когда ему было меньше 10 лет.





Программирование



Рекурсия — это такой способ организации вспомогательного алгоритма (подпрограммы), при котором эта подпрограмма (процедура или функция) в ходе выполнения ее операторов обращается **сама к себе**.

В программировании рекурсия — вызов функции из неё же самой, непосредственно или через другие функции, например, функция А вызывает функцию В, а функция В — функцию А. Количество вложенных вызовов функции или процедуры называется **глубиной рекурсии**.

Программирование

Выполнение рекурсивного алгоритма можно представить следующим образом: каждый рекурсивный вызов процедуры F порождает в памяти компьютера новую копию этой процедуры и запускает ее на выполнение со своими значениями входных параметров.

После того как процедура F завершила работу, выполнение программы продолжается со следующего оператора после вызова F .



Важно!



Программирование



Пример рекурсивной процедуры:

```
Program n1;
```

```
uses crt;
```

```
procedure Rec(i: integer);
```

```
begin
```

```
  if i>1 then Rec(i-1);
```

```
  writeln(i);
```

```
end;
```

```
begin
```

```
  clrscr;
```

```
  Rec(5);
```

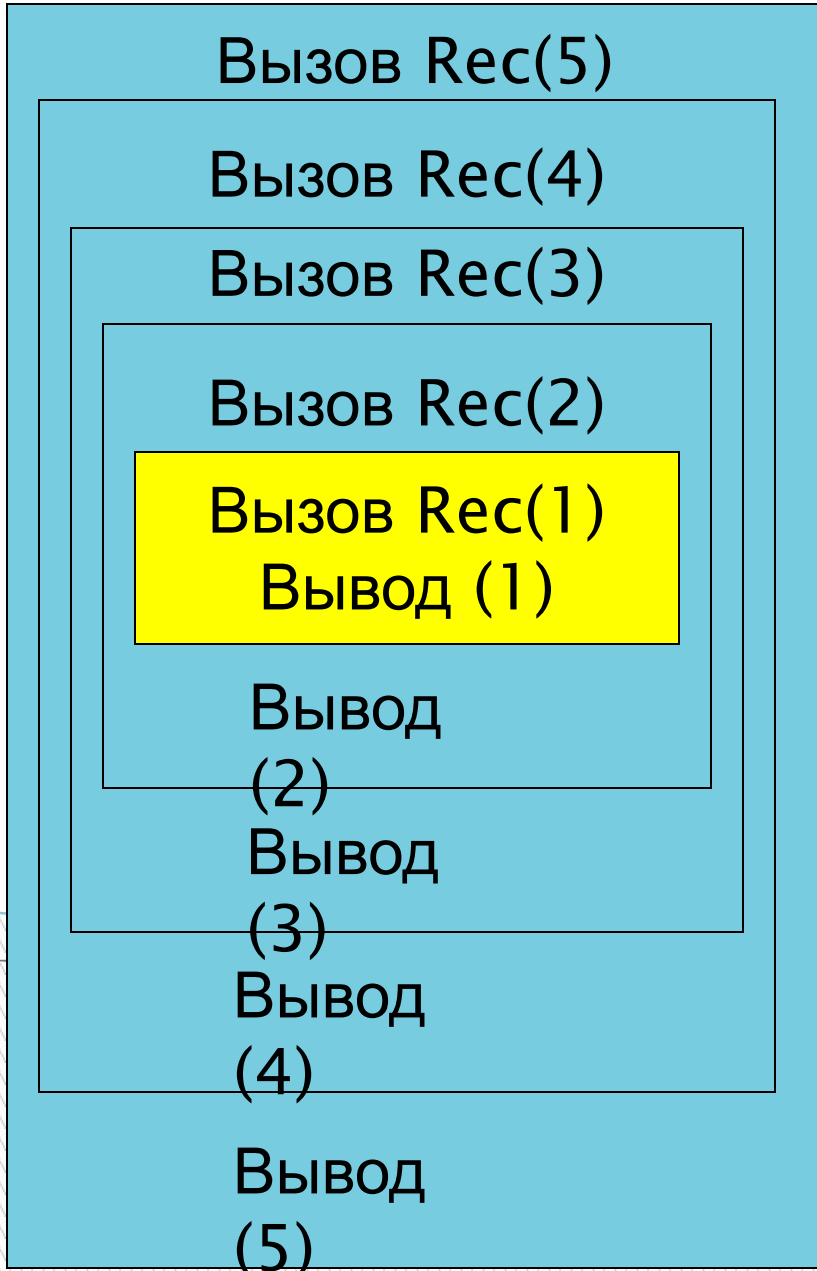
```
End.
```

Пока $i > 1$ вызывается следующая процедура

Выводится i

Выводится 1,2,3,4,5





i	i > 1	Rec(i-1)
5	5 > 1 Да	Rec(4)
4	4 > 1 Да	Rec(3)
3	3 > 1 Да	Rec(2)
2	2 > 1 Да	Rec(1)
1	1 > 1 Нет	Вывод(1)



Программирование

Задание 1. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n-1) + n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$? В ответе запишите только натуральное число.

Решение. Последовательно находим:

$$F(2) = F(1) + 2 = 3,$$

$$F(3) = F(2) + 3 = 6,$$

$$F(4) = F(3) + 4 = 10,$$

$$F(5) = F(4) + 5 = 15.$$

Ответ: 15



Программирование



Задание 2. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  writeln(n);
```

```
  if n < 5 then begin
```

```
    F(n + 1);
```

```
    F(n + 3)
```

```
  end
```

```
end;
```

Найдите сумму чисел, кото
вызове F(1).

Складывая все эти числа,
получаем **49**

n	n<5	F
1	+	
		2 4
4	+	5 7
2	+	3 5
		4 6
3	+	5 7
4	+	
6	-	

Программирование



Задание 3. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
```

```
begin
```

```
  writeln(n);
```

```
  if n < 6 then begin
```

```
    F(n+2);
```

```
    F(n*3)
```

```
  end
```

```
end;
```

Найдите сумму чисел, которые

вызове F(1).

n	n<6	F
1	+	
		3 3
3	+	5 9
3	+	5 9
5	+	7 15
5	+	7 15

Складывая все эти числа,
получаем **79**

Программирование



Задание 4. Дан рекурсивный алгоритм
procedure F(n: integer);

```
begin  
  if n < 3 then  
    write('*')  
  else begin  
    F(n-1);  
    F(n-2);  
    F(n-2)  
  end;  
end;
```

Сколько звездочек
процедура при вызове
запишите только целое ч

Решение:

Найдем значение процедуры:

$$F(6)=F(5)+2*F(4)$$

$$F(5)=F(4)+2*F(3)$$

$$F(4)=F(3)+2*F(2)$$

$$F(3)=F(2)+2*F(0)=F(2)+2*1=F(2)+2$$

$$F(2)=1$$

Следовательно:

$$F(3)=1+2=3$$

$$F(4)=3+2*1=5$$

$$F(5)=5+2*3=11$$

$$F(6)=11+2*5=21$$

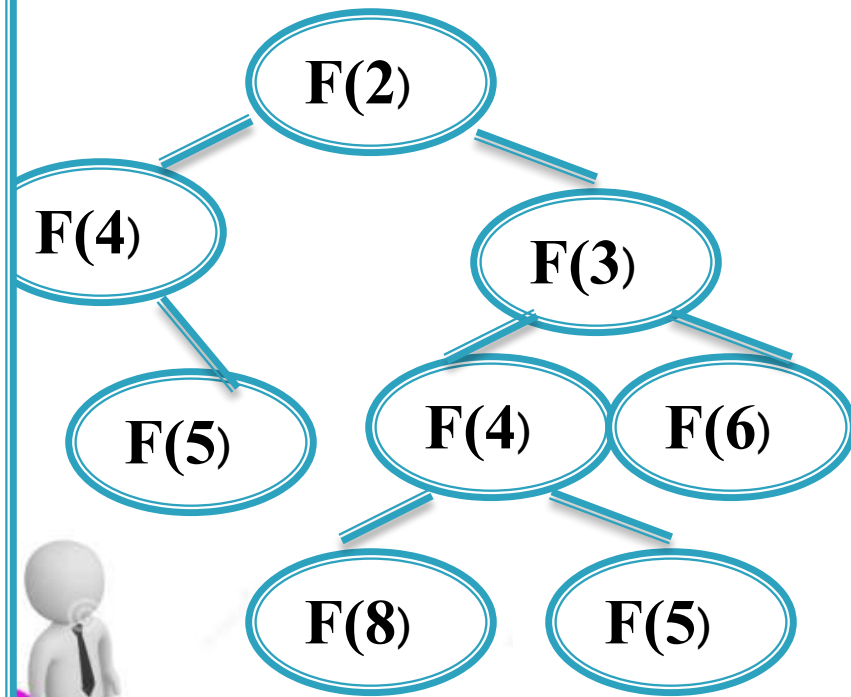
Программирование

Построенное дерево позволяет ответить на более сложный вопрос: «Что напечатает программа?»

Выписав значения узлов в порядке построения, получим:

2 4 8 5 3 6 4 8 5

Результат работы программы при ином расположении оператора печати n , в общем случае, отличается от данного.



$$8+4+5+2+3+4+6+8+5=45$$

Программирование



Задание 5. Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);
begin
  writeln(n);
  if n <=4 then
  begin
    F(n*2);
    F(n +1);
  end
end;
```

Чему равна сумма всех напечатанных на экране вызова F(2)?

Решение (II способ):

При $n \leq 4$

$$F(n) = n + F(2n) + F(n+1)$$

При $n > 4$

$$F(8) = 8; F(7) = 7; F(6) = 6; F(5) = 5$$

Найдем значение процедуры:

$$F(4) = 4 + F(2 \cdot 4) + F(4+1) = 4 + F(8) + F(5) = 4 + 8 + 5 = 17$$

$$F(3) = 3 + F(2 \cdot 3) + F(3+1) = 3 + F(6) + F(4) = 3 + 6 + 17 = 26$$

$$F(2) = 2 + F(2 \cdot 2) + F(2+1) = 2 + F(4) + F(3) = 2 + 17 + 26 = 45$$

Программирование



Задание 6. Дан рекурсивный алгоритм
procedure F(n: integer);

```
begin  
  if n <=4 then  
    begin  
      F(n*2);  
      F(n+1);  
    end;  
  write(n);  
end;
```

Укажите через запятую
выводимых чисел, и
напечатает програм
вызова F(2).

Решение:

при $n \leq 4$ $F(n) = F(2n) + F(n+1) + n$

при $n > 4$ $F(n) = n$

Найдем значение процедуры:

$$F(2) = F(2 \cdot 2) + F(2+1) + 2 = F(4) + F(3) + 2$$

$$F(3) = F(2 \cdot 3) + F(3+1) + 3 = F(6) + F(4) + 3$$

$$F(4) = F(2 \cdot 4) + F(4+1) + 4 = F(8) + F(5) + 4$$

$$F(2) = F(8) + F(5) + 4 + F(6) + F(8) + F(5) + 4 + 3 + 2$$

Ответ:

8,5,4,6,8,5,4,3,2

Программирование



Задание 7. Дан рекурсивный алгоритм
procedure F(n: integer);

```
begin  
  if n <=4 then  
    begin  
      F(n*2);  
      write(n);  
      F(n+1);  
    end;  
  end;
```

Укажите через запятую
выводимых чисел, и
напечатает програм
вызова F(2).

Решение:

при $n \leq 4$ $F(n) = F(2n) + n + F(n+1)$

при $n > 4$ $F(n) = \text{«не печатает!»}$

Найдем значение процедуры:

$F(2) = F(2*2) + 2 + F(2+1) = F(4) + 2 + F(3)$

$F(3) = F(2*3) + 3 + F(3+1) = F(6) + 3 + F(4)$

$F(4) = F(2*4) + 4 + F(4+1) = F(8) + 4 + F(5)$

$F(2) = 4 + 2 + F(3) = 4 + 2 + 3 + F(4) = 4 + 2 + 3 + 4$

Ответ:

4,2,3,4

Программирование



Задание 8. Дан рекурсивный алгоритм
procedure F(n: integer);

```
begin  
  if n > 1 then  
    begin  
      F(n-2);  
      write(n);  
      F(n div 2);  
    end;  
  end;
```

Укажите через запятую
выводимых чисел, и
напечатает програм
вызова F(6).

Решение:

при $n > 1$ $F(n) = F(n-2) + n + F(n \text{ div } 2)$

при $n \leq 1$ $F(n) = \text{«не печатает!»}$

Найдем значение процедуры:

$F(6) = F(6-2) + 6 + F(6 \text{ div } 2) = F(4) + 6 + F(3)$

$F(4) = F(4-2) + 4 + F(4 \text{ div } 2) = F(2) + 4 + F(2)$

$F(3) = F(3-2) + 3 + F(3 \text{ div } 2) = F(1) + 3 + F(1)$

$F(2) = F(2-2) + 2 + F(2 \text{ div } 2) = F(0) + 2 + F(1)$

$F(6) = F(2) + 4 + F(2) + 6 + F(3) =$

$= F(2) + 4 + F(2) + 6 + 3 = 2 + 4 + 2 + 6 + 3$

Ответ:

2,4,2,6,3

Программирование



Задание 9. Дан рекурсивный алгоритм
`procedure F(n: integer);`

`Begin`

`write(n);`

`if n > 1 then`

`begin`

`F(n-2);`

`F(n div 2);`

`end;`

`end;`

Укажите через запятую
выводимых чисел, и
напечатает програм
вызова F(5).

Решение:

при $n > 1$ $F(n) = n + F(n-2) + F(n \text{ div } 2)$

при $n \leq 1$ $F(n) = n$

Найдем значение процедуры:

$F(5) = 5 + F(5-2) + F(5 \text{ div } 2) = 5 + F(3) + F(2)$

$F(3) = 3 + F(3-2) + F(3 \text{ div } 2) = 3 + F(1) + F(1)$

$F(2) = 2 + F(2-2) + F(2 \text{ div } 2) = 2 + F(0) + F(1)$

Получим:

$F(2) = 2 + 0 + 1$

$F(3) = 3 + 1 + 1$

$F(5) = 5 + 3 + 1 + 1 + 2 + 0 + 1$

Ответ: 5,3,1,1,2,0,1

Программирование

Задание 10. Даны два фрагмента алгоритма

```
procedure F(n: integer)
```

```
procedure G(n: integer)
```

```
procedure F(n: integer)
```

```
Begin
```

```
  write('*');
```

```
  if n > 0 then F(n-2) else
```

```
end;
```

```
procedure G(n: integer)
```

```
Begin
```

```
  write('**'); if n > 1 then
```

```
end;
```

СКОЛЬКО СИМВОЛОВ «*» БУДЕТ
напечатано на экране при выполнении
F(20)?

Решение:

при $n > 10$ $F(n) = '*' + F(n-2)$

при $n \leq 10$ $F(n) = '**' + F(n-3)$

при $n \leq 1$ $G(n) = '**'$

Найдем значение процедуры:

$F(20) = * + F(18)$

$F(1) = 3$

$F(18) = * + F(16)$

$F(4) = 3 + 3 = 6$

$F(16) = * + F(14)$

$F(7) = 3 + 6 = 9$

$F(14) = * + F(12)$

$F(10) = 3 + 9 = 12$

$F(12) = * + F(10)$

$F(12) = 1 + 12 = 13$

$F(10) = * + ** + F(7)$

$F(14) = 1 + 13 = 14$

$F(7) = * + ** + F(4)$

$F(16) = 1 + 14 = 15$

$F(4) = * + ** + F(1)$

$F(18) = 1 + 15 = 16$

$F(1) = * + **$

$F(20) = 1 + 16 = 17$

Ответ: 17

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 1. Дан рекурсивный алгоритм

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  writeln(n);
```

```
  if n < 5 then
```

```
    begin
```

```
      F(n+1);
```

```
      F(n + 2);
```

```
    end;
```

```
  end;
```

Справка

при $n < 5$

$F(n) = n + F(n+1) + F(n+2)$

при $n \geq 5$

$F(n) = n$

Чему равна сумма выводимых на экран чисел при вызове $F(1)$.



Справка



Ответ: 64

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 2. Дан рекурсивный алгоритм
procedure F(n: integer);

Begin

writeln(n);

if n > 3 then

begin

F(n-1);

F(n-3);

end;

end;

Справка

при $n > 3$

$F(n) = n + F(n-1) + F(n-3)$

при $n \leq 3$

$F(n) = n$

Чему равна сумма выводимых на экран чисел при вызове F(5).



Справка



Ответ: 15

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 3. Даны два рекурсивных алгоритма

```
procedure F(n: integer); forward;
```

```
procedure G(n: integer); forward
```

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write('*');
```

```
  if n > 10 then F(n-2) else G(n);
```

```
end;
```

```
procedure G(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write('**'); if n > 0 then F(n-3);
```

```
end;
```

СКОЛЬКО СИМВОЛОВ «звездочка» БУДЕТ
напечатано на экране при выполнении F(18)?



Ответ: 19

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 4. Даны два рекурсивных алгоритма

```
procedure F(n: integer); forward;
```

```
procedure G(n: integer); forward
```

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write('*');
```

```
  if n >=2 then F(n-2) else G(n);
```

```
end;
```

```
procedure G(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write('**'); if n >1 then F(n-3);
```

```
end;
```

СКОЛЬКО СИМВОЛОВ «ЗВЕЗДОЧКА» БУДЕТ
НАПЕЧАТАНО НА ЭКРАНЕ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ F(22)?



Ответ: 18

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 5. Даны два рекурсивных алгоритма

```
procedure F(n: integer); forward;
```

```
procedure G(n: integer); forward
```

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write(n);
```

```
  if n mod 2 = 0 then F(n div 2)
```

```
    else G((n-1) div 2);
```

```
end;
```

```
  procedure G(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write(n); if n > 0 then F(n);
```

```
end;
```

Какова сумма чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(17)?



Ответ: 40

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 6. Даны два рекурсивных алгоритма

```
procedure F(n: integer); forward;
```

```
procedure G(n: integer); forward
```

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write(n mod 2);
```

```
  if n mod 2 = 0 then F(n div 2)
```

```
    else G((n-1) div 2);
```

```
end;
```

```
  procedure G(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write(n); if n > 0 then F(n);
```

```
end;
```

Какова сумма чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(19)?



Ответ: 16

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 7. Даны два рекурсивных алгоритма

```
procedure F(n: integer); forward;
```

```
procedure G(n: integer); forward
```

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write(n mod 2);
```

```
  if n mod 2 = 0 then F(n div 2)
```

```
    else G((n-1) div 2);
```

```
end;
```

```
  procedure G(n: integer);
```

```
Begin
```

```
  write(n mod 2); if n > 0 then F(n);
```

```
end;
```

Сколько нулей будет выведено на экране при выполнении вызова F(21)?



Ответ: 5

Программирование

Задачи на закрепление

Задача 8. Даны два рекурсивных алгоритма

```
procedure F(n: integer); forward;
```

```
procedure G(n: integer); forward
```

```
procedure F(n: integer);
```

```
Begin
```

```
    if n mod 5 =0 then G(n -5)
```

```
        else F(n-3);
```

```
end;
```

```
    procedure G(n: integer);
```

```
Begin
```

```
    write('*'); if n >0 then F(n-1);
```

```
end;
```

СКОЛЬКО СИМВОЛОВ «звездочка» БУДЕТ
напечатано на экране при выполнении вызова
F(51)?



Ответ: 4



ТЕПЕРЬ И ТЫ
знаешь, что такое "рекурсия"

YAPLAKAL.COM



Список использованной литературы



1. Крылов С.С ЕГЭ 2017. Информатика Тематические тестовые задания/С.С. Крылов, Д.М. Ушаков.-М.:Издательство «Экзамен», 2017
2. Крылов С.С, Чуркина Т.Е. ЕГЭ. Информатика и ИКТ: типовые экзаменационные варианты: 20 вариантов. -М.:Издательство «Национальное образование», 2017
3. Бражникова О.В. Рекурсия. Рекурсивные алгоритмы
<http://easyen.ru>
4. Исламов Р.Г. «Рекурсивные алгоритмы». Разбор заданий №11 ЕГЭ по информатике и ИКТ
5. Коротун О.В. Рекурсивные алгоритмы. Задание 11 ЕГЭ.
http://proteacher.ru/2015/01/10/Rekursivnye_algoritmy_1420913156_12749.pptx
6. Юдин А.Б. Рекурсия
<http://www.uchportal.ru/load/18-1-0-55354>

Интернет-ресурсы

Слайд 1, 2 <http://arxweb.net/pictures/raznoe/recursia.jpeg>

Слайд 3-7,17,18,20-36, 44

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b3/Screenshot_Recursion_via_vlc.png

Слайд 3 http://lols.ru/uploads/posts/2011-07/1309983680_1309964j.jpg

Слайд 7 Змей <http://ezolan.ru/image/cache/data/Talisman/smola/kumirnica/95-500x500.jpg>

Зеркала <http://cdn01.ru/files/users/images/92/44/92443e52bffa0b4f29b8075eb6a50193.jpg>

Матрешки

<https://image.jimcdn.com/app/cms/image/transf/none/path/seb6ba021dbaf218c/image/i0b5fd1e834074150/version/1418029668/image.jpg>

Слайд 8 Лем http://tomuz.ru/uploads/images/1/e/m/lem_stanislav_kiberiada_01_skazki_robotov.jpg

Портрет <https://fs00.infourok.ru/images/doc/233/91173/2/img4.jpg>

Мастер и Маргарита <http://biblus.ru/pics/7/f/f/1005817671.jpg>

Слайд 9

Гамлет

http://botinok.co.il/sites/default/files/images/c44e9d5e0c2582fb3bfd9c60e1e36ea5_smoktunovskiy_gamlet.jpg

Дон Кихот

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/ac/Honoré_Daumier_017_%28Don_Quixote%29.jpg/416px-Honoré_Daumier_017_%28Don_Quixote%29.jpg

Война и мир <http://www.abbyreader.ru/pic/fa649070809c3dfb3fa768b4d8fd528a.jpg>

Слайд 10

Поп <http://cdn01.ru/files/users/images/e4/31/e4311658d876f53c249807107fc54648.jpg>

Джек http://s-marshak.ru/books/d/d27/d27_02.jpg

Слайд 11

https://lh3.googleusercontent.com/-SqqOCO0nNsk/TKnKgCfpcKI/AAAAAAAAHe4/1E4isRsTzeEJBdFNBeDLDEp_RRH-VHnEgCHM/s800/0_2910a_67b4058a_XL.jpg

Интернет-ресурсы

Слайд 12 Руки

https://1.bp.blogspot.com/-fbcn-arPJ-U/VzcSEzMsn0I/AAAAAAAAALfQ/JOwbBZ2BLaMtAL1mNK-e7ZPt_OAPkAksgCLcB/s1600/drawing-hands.jpg

Галерея <http://escherdroste.math.leidenuniv.nl/images/scan450.jpg>

Слайд 13 Эйфелева башня

http://ic.pics.livejournal.com/alexey_soloviev/41323646/48823/48823_original.jpg

Музей <http://akademicheskyy.mos.ru/upload/medialibrary/38e/git.jpg>

Фрактал http://lurkmore.so/images/a/a8/Fractal_pyramid.jpg

Слайд 14 Подсолнух <http://thefaceshop.info/image/data/подсолнечник.jpg>

Дерево http://slavaveto.ru/notes/images/the_tree.jpg

Река <http://static.panoramio.com/photos/large/53740152.jpg>

Шишки <http://traffic-moscow.ru/img/elovie-shishki-v-retseptah-narodnoy-meditsini-3.jpg>

Слайд 15 <http://monemo.ru/uploads/2963/images/ecaeb3a20d09ba73.jpg>

Слайд 16 http://picsview.ru/images/930461_flag-rossii-s-gerbom-png.jpg

Слайд 17 <http://yavix.ru/i/1/1/7/1f5e585142098e76790c71553053d.jpg>

Слайд 18 Факториал

http://a887.phobos.apple.com/us/r30/Purple1/v4/7a/1a/7e/7a1a7e1e-85d1-dbb9-22dc-0491dbc71b71/p_r_source.png?downloadKey=1428831233_243c912f63c872b85a411a2fb282a4f2

Фибоначи <http://binarnyestrategii.ru/wp-content/uploads/2015/10/fibonacci-luchshaya-strategiya.png>

Слайд 19 http://perego-shop.ru/gallery/images/1223129_zolotoe-sechenie-v-kosmose.jpg

Слайд 21-36

Человечек <http://sch2.luninec.edu.by/be/sm.aspx?guid=6463>

Слайд 37-42

http://ivanov-shkola-70.myjino.ru/informatika_06_fgos/par_17/ris_62.png

Слайд 43 http://s00.yaplakal.com/pics/pics_original/0/5/2/377250.jpg