

РЕКУРСИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Задание №11
Подготовка к ЕГЭ
по материалам К.Ю. Полякова

РЕКУРСИВНЫЙ АЛГОРИТМ

Рекурсивным называется алгоритм, вызывающий в процессе исполнения сам себя. Для того, чтобы рекурсивный алгоритм имел завершение, требуется, чтобы его параметр изменялся в процессе исполнения и чтобы было явно написано условие завершения рекурсии.

ЧТО НУЖНО ЗНАТЬ:

- ◎ Рекурсия - это приём, позволяющий свести исходную задачу к одной или нескольким более простым задачам того же типа.

ЗАДАЧА №1

- Алгоритм вычисления значения функции $F(x)$, где n - натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1;$$

$$F(n) = F(n-1) * n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(5)$?

В ответе записать только натуральное число.

Решение:

$$F(1)=1$$

$$F(2)=1*2=2$$

$$F(3)=2*3=6$$

$$F(4)=6*4=24$$

$$F(5)=24*5=120$$

Нетрудно заметить, что это

$$F(n)=1*2*3*...*n=n!$$

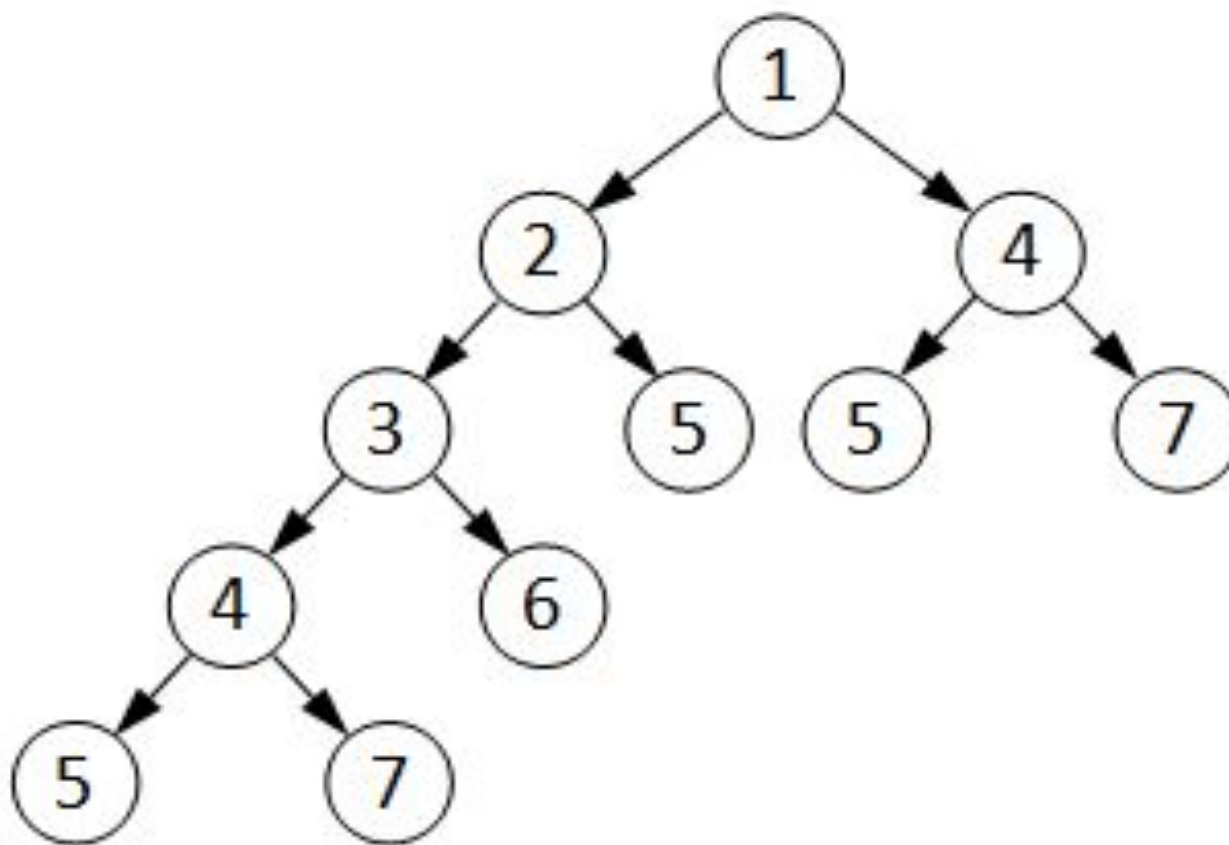
Ответ: 120

ЗАДАЧА №2

```
Procedure F(n:integer);  
begin  
  writeln(n);  
  if n<5 then  
  begin  
    F(n+1);  
    F(n+3)  
  end;  
end.
```

Чему равна сумма всех чисел, напечатанных на экране при выполнении вызова F(1).

- 1) поскольку в начале каждого вызова на экран выводится значение единственного параметра функции, достаточно определить порядок рекурсивных вызовов и сложить значения параметров;
- 2) поскольку при $n > 5$ выполняется два рекурсивных вызова, решать такую задачу удобно в виде двоичного дерева (в узлах записаны значения параметров при вызове функции):



Складывая все эти числа, получим ответ - 49

Решение (вариант 2, подстановка):

- 1) можно обойтись и без дерева, учитывая, что при каждом вызове с $n < 5$ происходит два рекурсивных вызова; сумму чисел, полученных при вызове $F(n)$, обозначим через $S(n)$:

$$S(n) = \begin{cases} n + S(n+1) + S(n+3), & n < 5 \\ n, & n \geq 5 \end{cases}$$

- 2) выполняем вычисления:

$$S(1) = 1 + S(2) + S(4)$$

$$S(2) = 2 + S(3) + S(5) = 7 + S(3)$$

$$S(3) = 3 + S(4) + S(6) = 9 + S(4)$$

$$S(4) = 4 + S(5) + S(7) = 16$$

- 3) теперь остаётся вычислить ответ «обратным ходом»:

$$S(3) = 9 + 16 = 25$$

4) $S(2) = 7 + 25 = 32$

$$S(1) = 1 + 32 + 16 = 49$$

- 5) Ответ: **49**.

n	5	4	3	2	1
$F(n+1)$	$4+1=5$	$F(4+1)=5$	$F(3+1)=F(4)=16$	$F(2+1)=F(3)=25$	$F(1+1)=F(2)=32$
$F(n+3)$		$F(4+3)=7$	$F(3+3)=6$	$F(2+3)=5$	$F(1+3)=f(4)=16$
Сумма	5	$4+5+7=16$	$3+16+6=25$	$3+25+5=32$	$1+32+16=49$