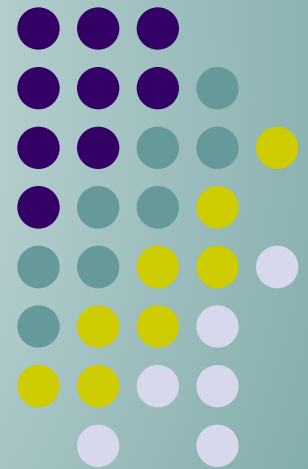


Вычисление площадей плоских фигур

с помощью
определённого
интеграла



Формула Ньютона - Лейбница.



Вычисляют определённый интеграл

$$\int_a^b f(x)dx$$

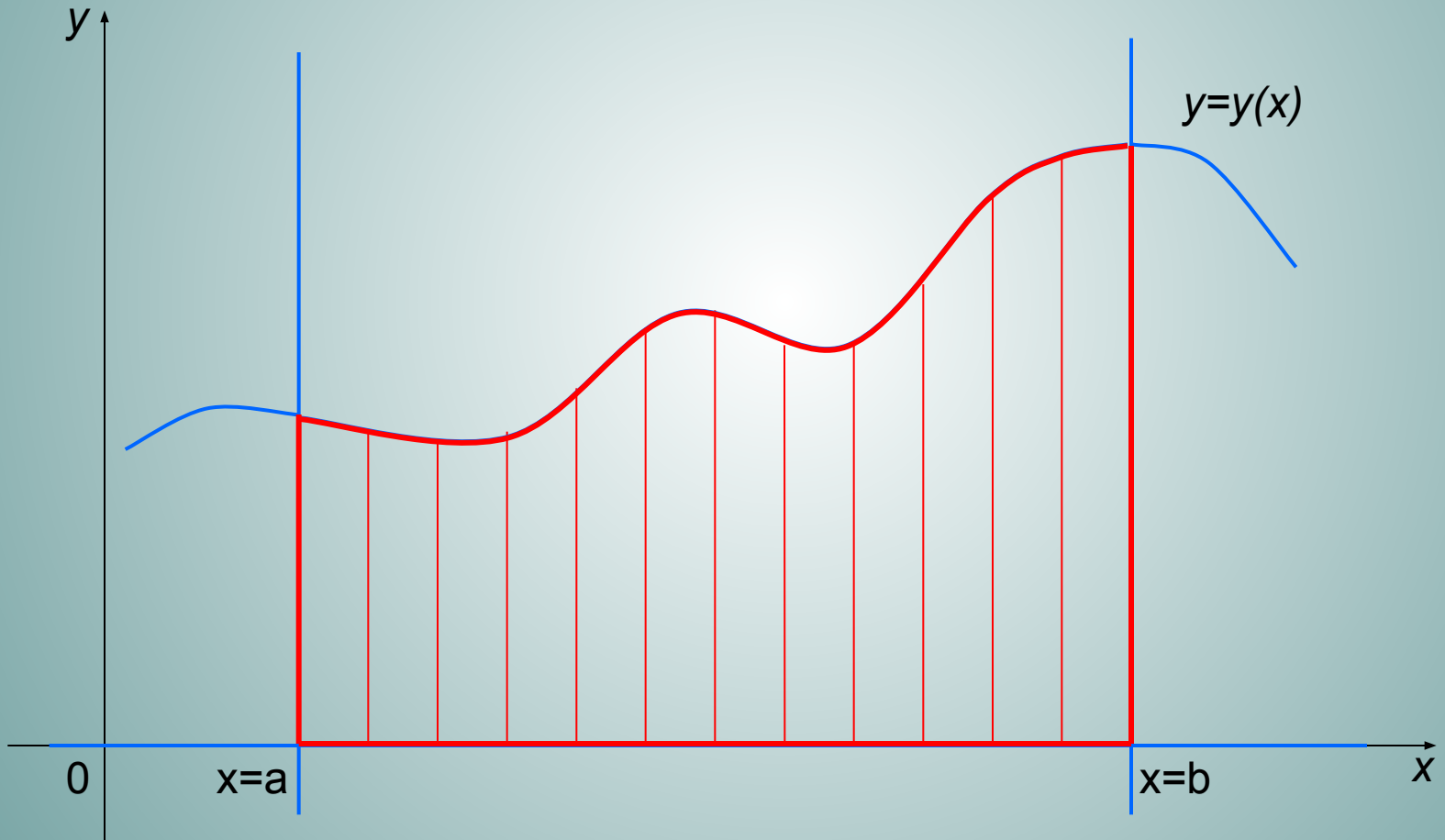
по формуле Ньютона - Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

где $F(x)$ - первообразная для $f(x)$
функции



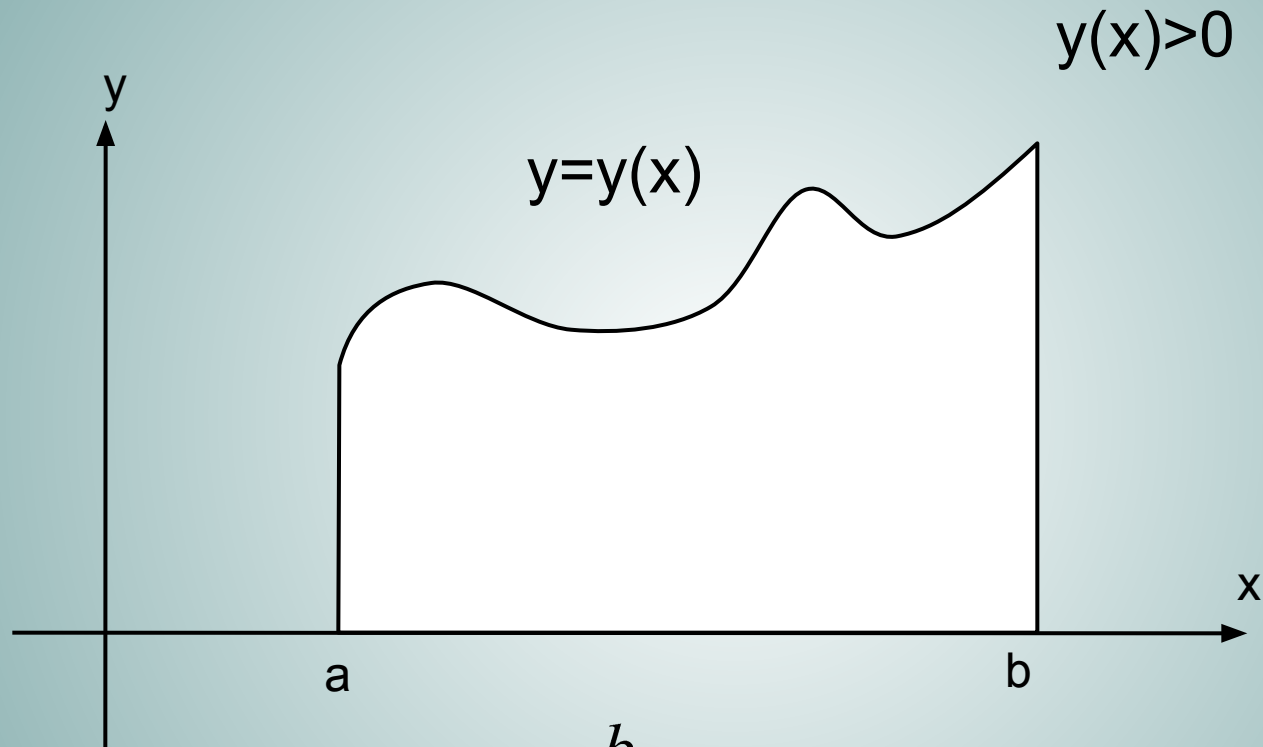
Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная линиями: $x=a$, $x=b$, $y=0$, $y=y(x)$.



Вычисление площадей плоских фигур:

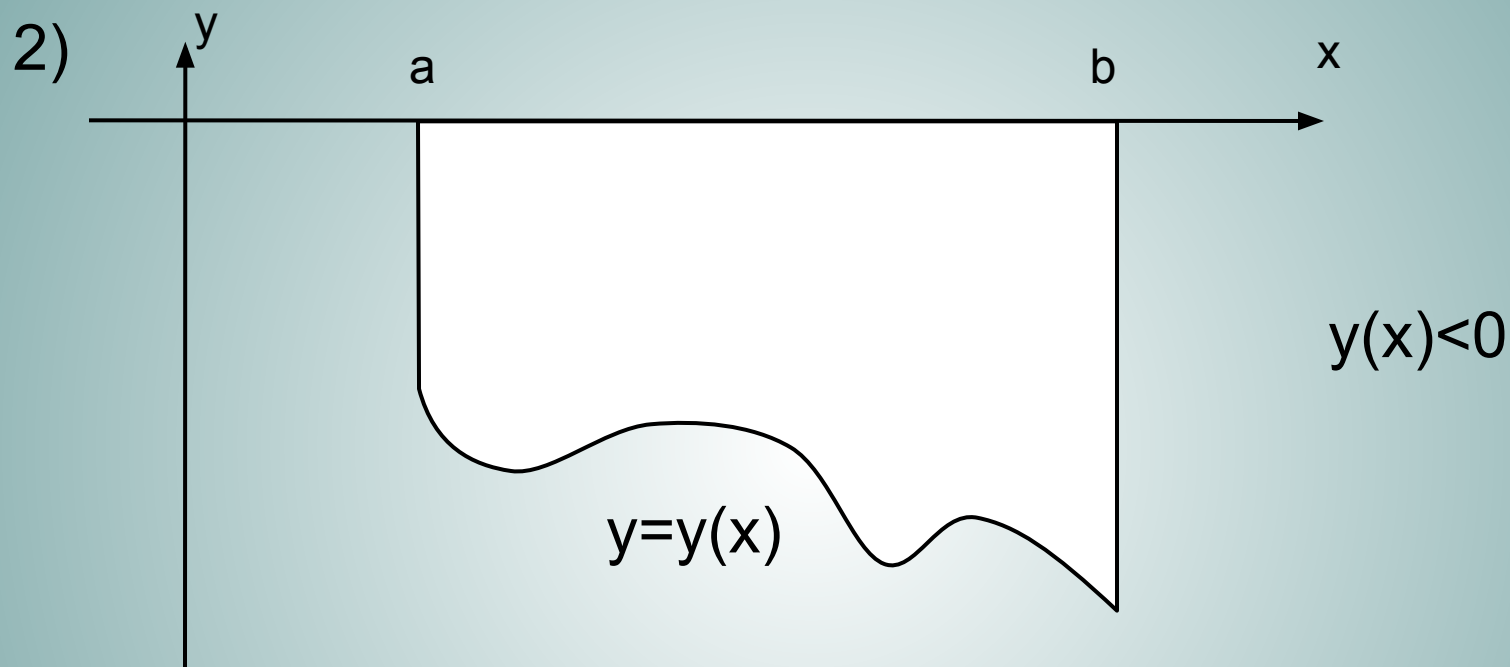


1)



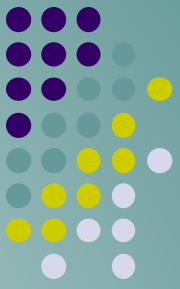
$$S = \int_a^b y(x) dx$$

Вычисление площадей плоских фигур:

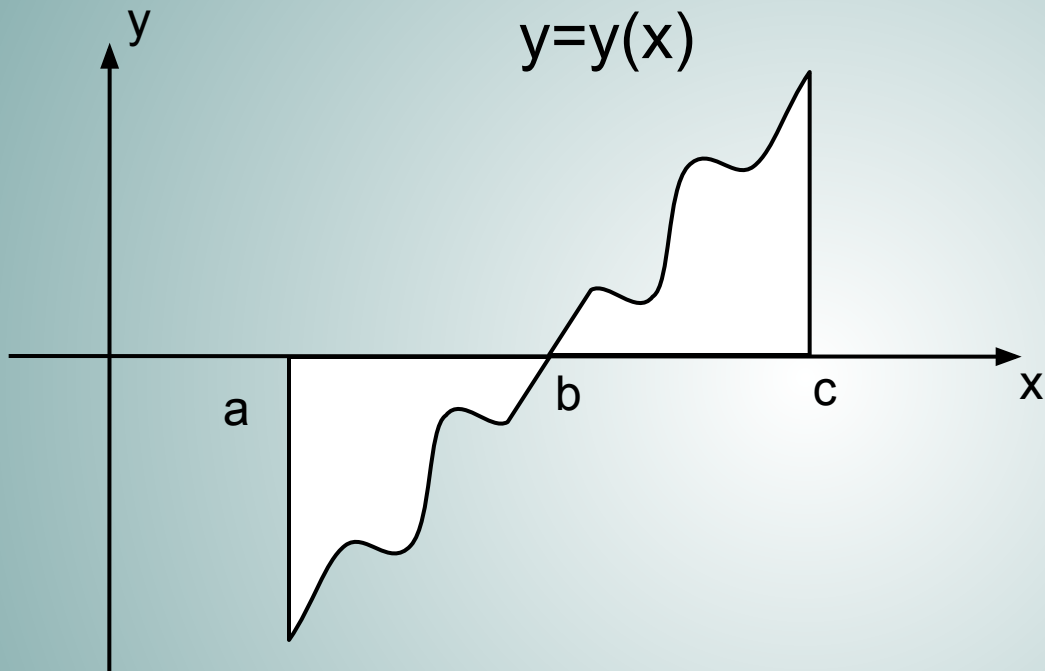


$$S = \left| \int_a^b y(x) dx \right|$$

Вычисление площадей плоских фигур:



3)



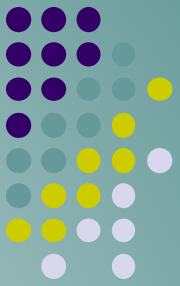
на $[a;b]$ $y(x)<0$

на $[b;c]$ $y(x)>0$

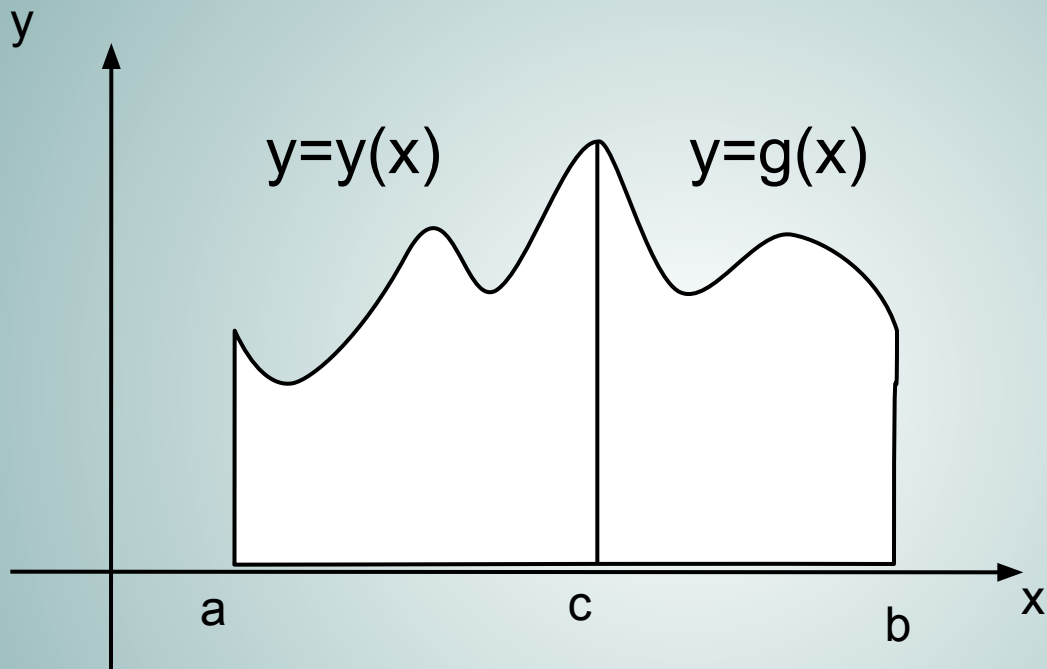
$$S = \left| \int_a^b y(x) dx \right| + \int_b^c y(x) dx$$

где b находят из уравнения $y(x)=0$

Вычисление площадей плоских фигур:



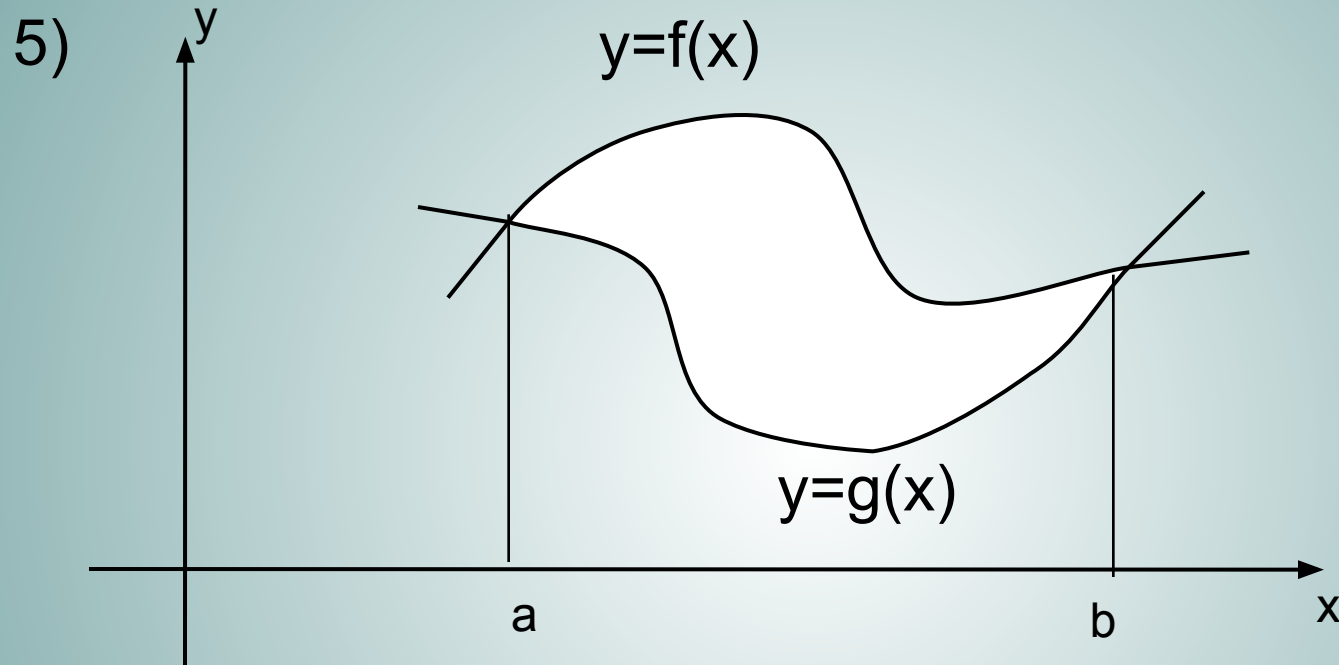
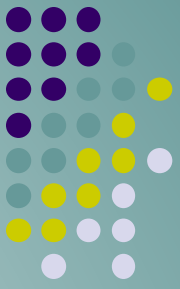
4)



$$S = \int_a^c y(x) dx + \int_c^b g(x) dx$$

где c находят из уравнения $y(x)=g(x)$

Вычисление площадей плоских фигур:



$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

, где **a** и **b** находят из уравнения : $f(x) = g(x)$

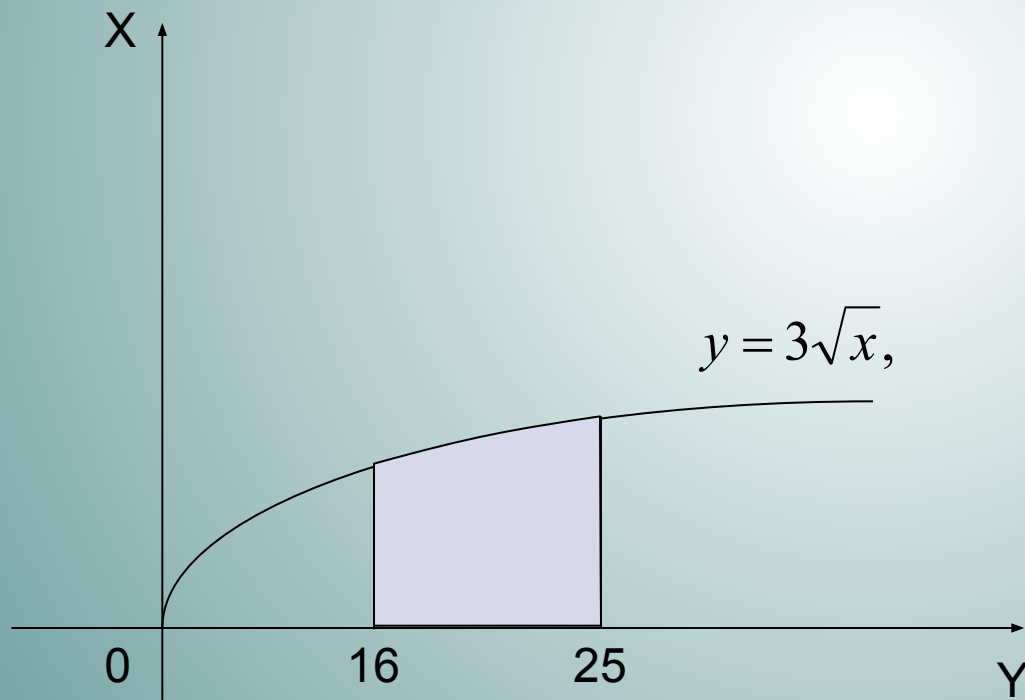
Задачи на вычисление площадей плоских фигур:



№1

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = 3\sqrt{x}, \quad x = 16, \quad y = 0, \quad x = 25.$$

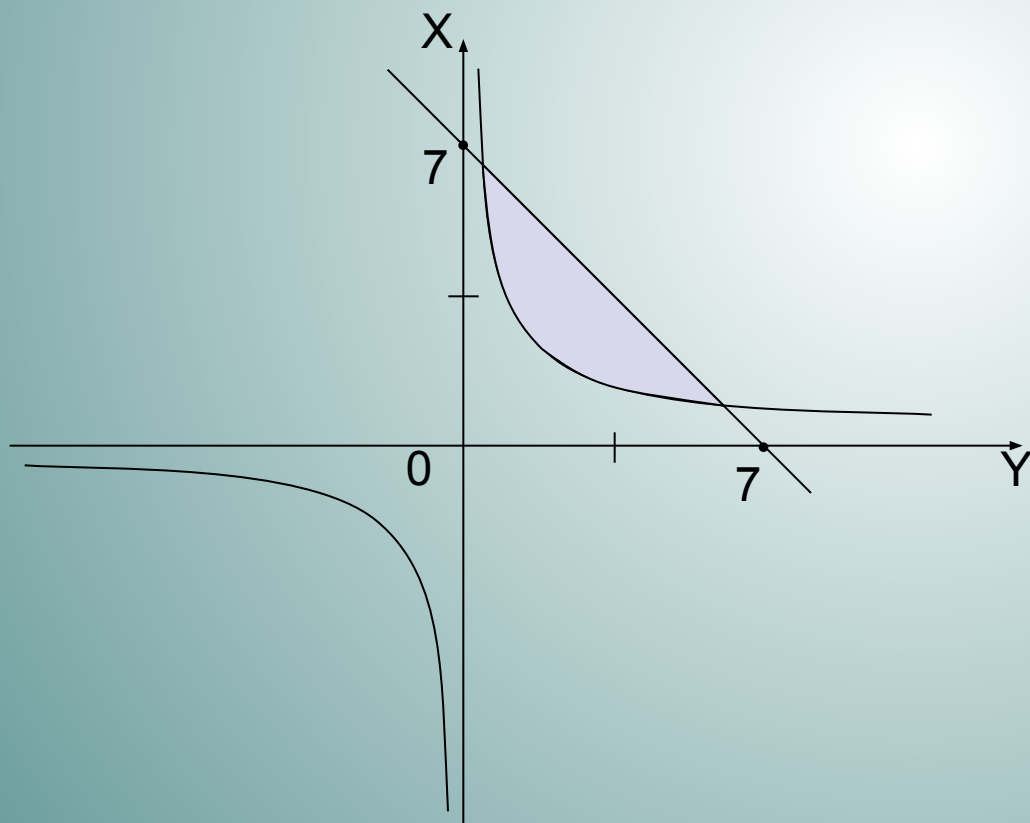


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = \frac{6}{x}, \quad y = 7 - x$$

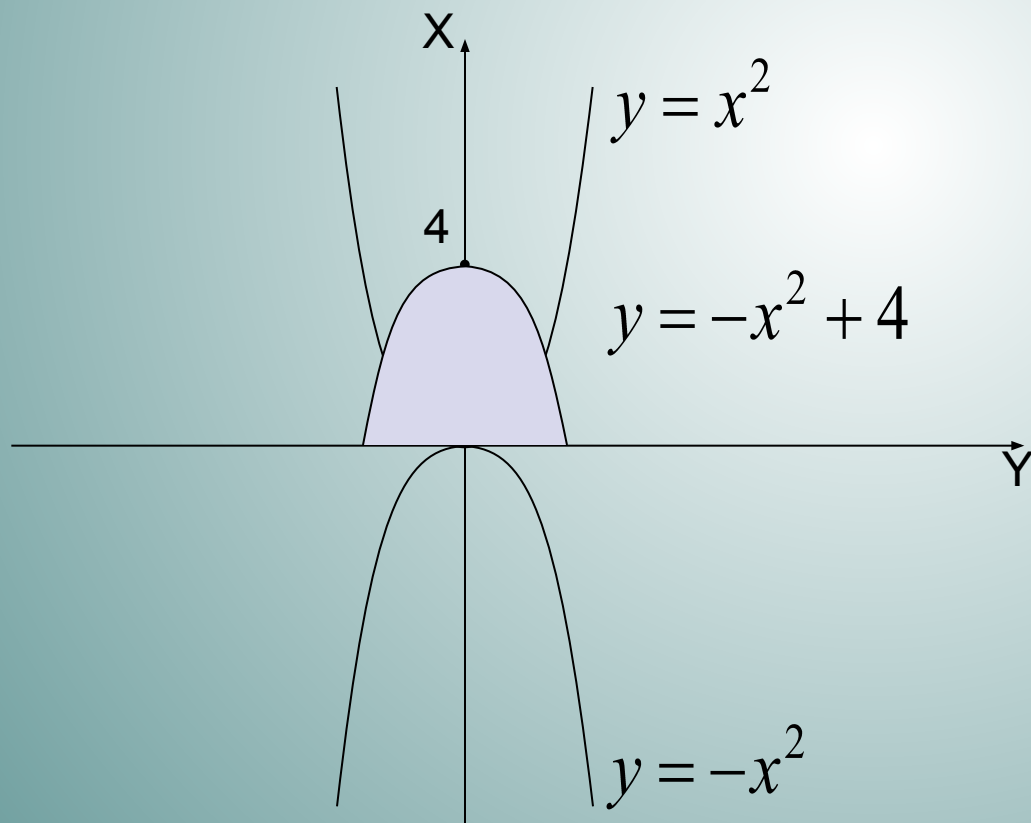


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№3

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = -x^2 + 4, \quad y = 0$$



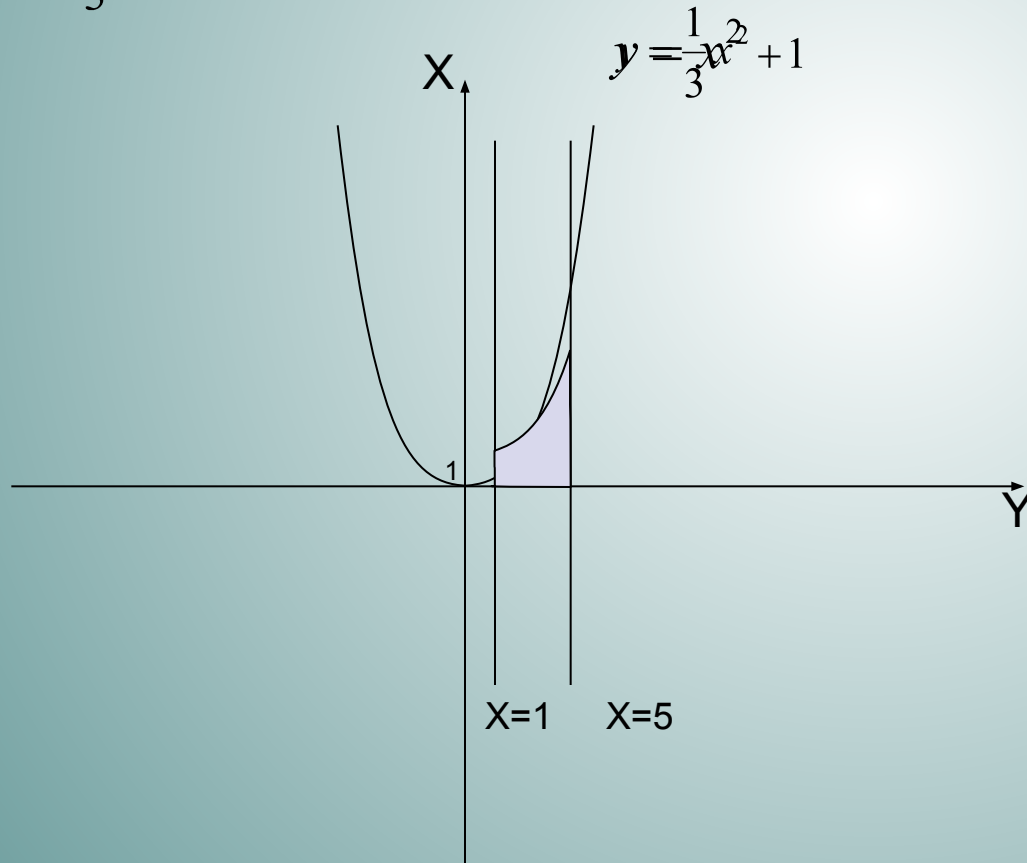
Задачи на вычисление площадей плоских фигур:



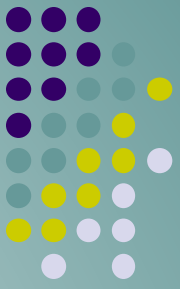
№4

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 1, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 5$$



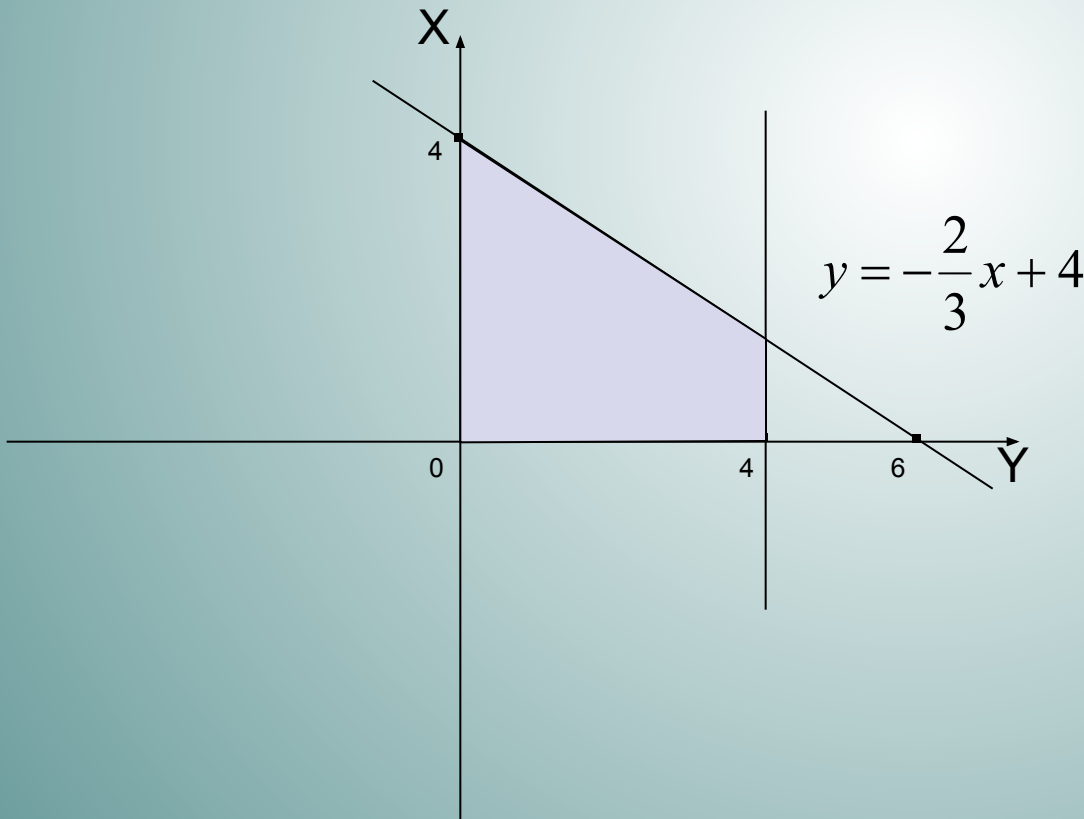
Задачи на вычисление площадей плоских фигур:



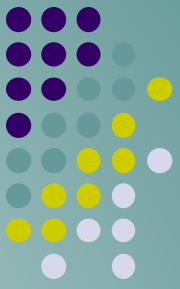
№5

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = -\frac{2}{3}x + 4, \quad x = 0, \quad x = 4, \quad y = 0$$



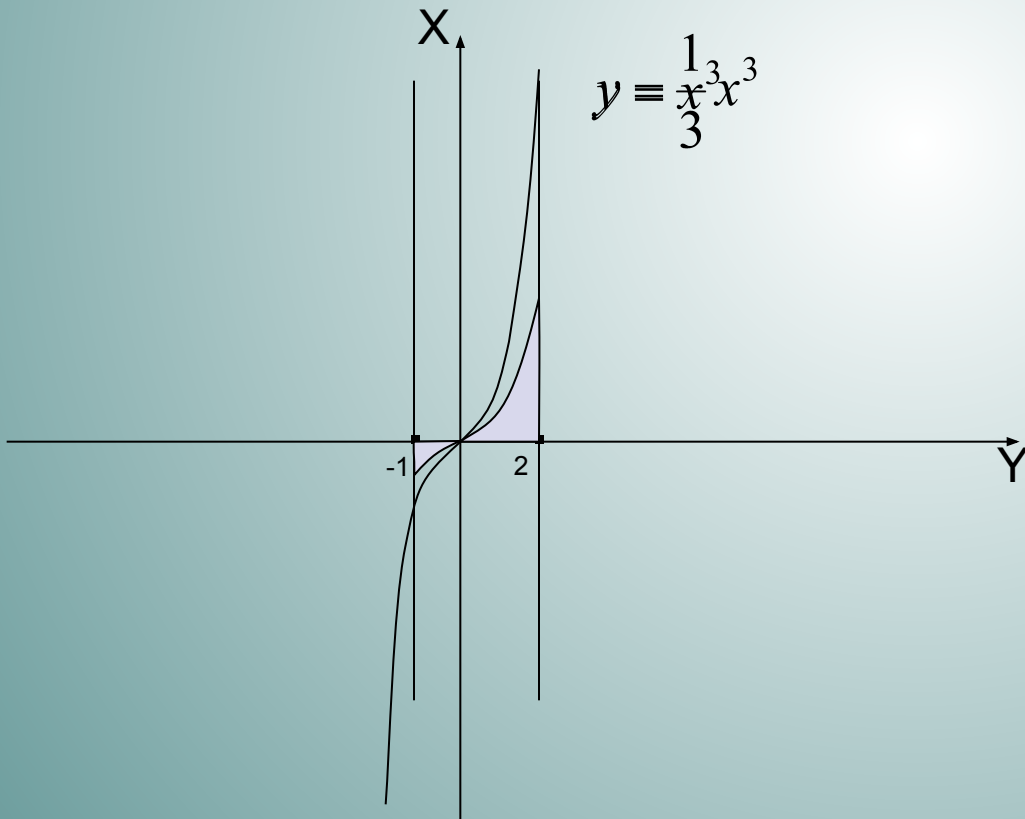
Задачи на вычисление площадей плоских фигур:



№6

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = \frac{1}{3}x^3, \quad x = -1, \quad x = 2, \quad y = 0$$



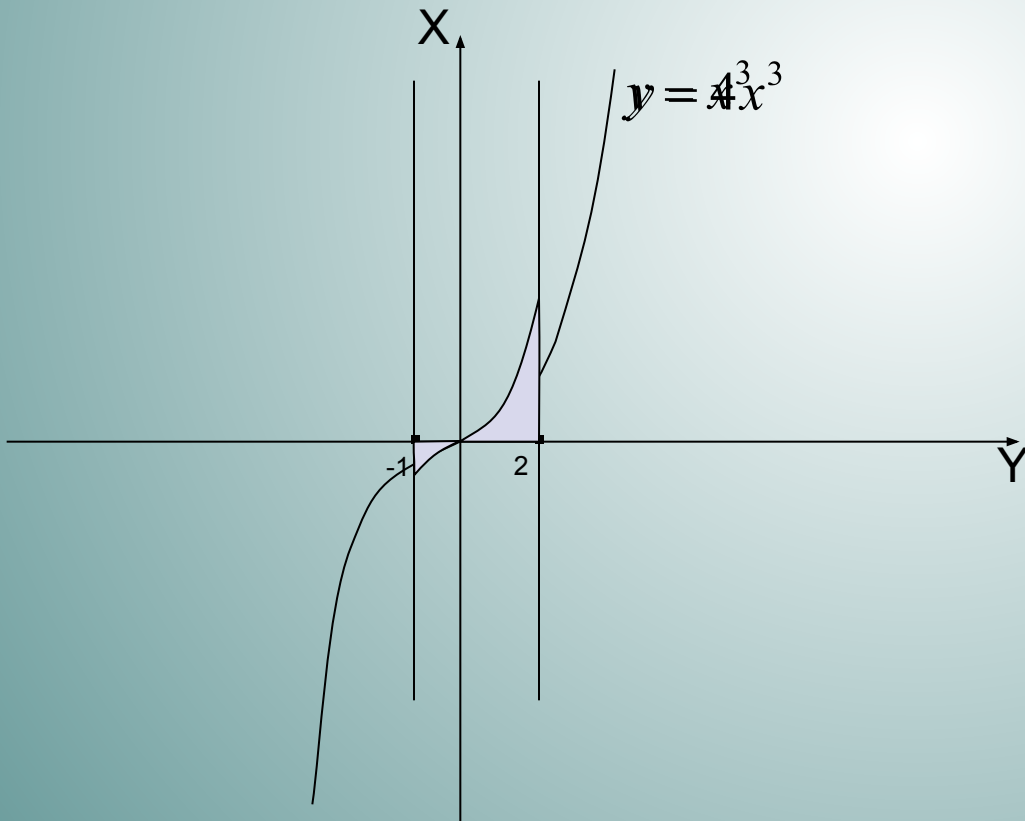
Задачи на вычисление площадей плоских фигур:



№7

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = 4x^3, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 2$$

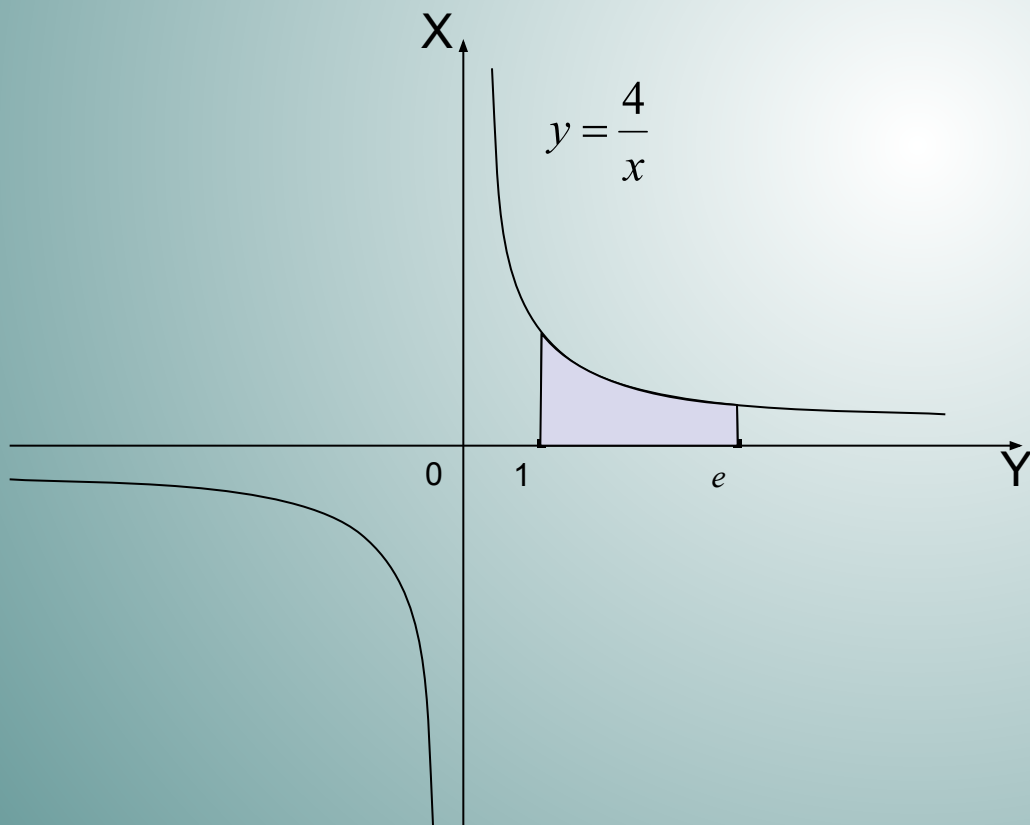


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№8

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = \frac{4}{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = e$$

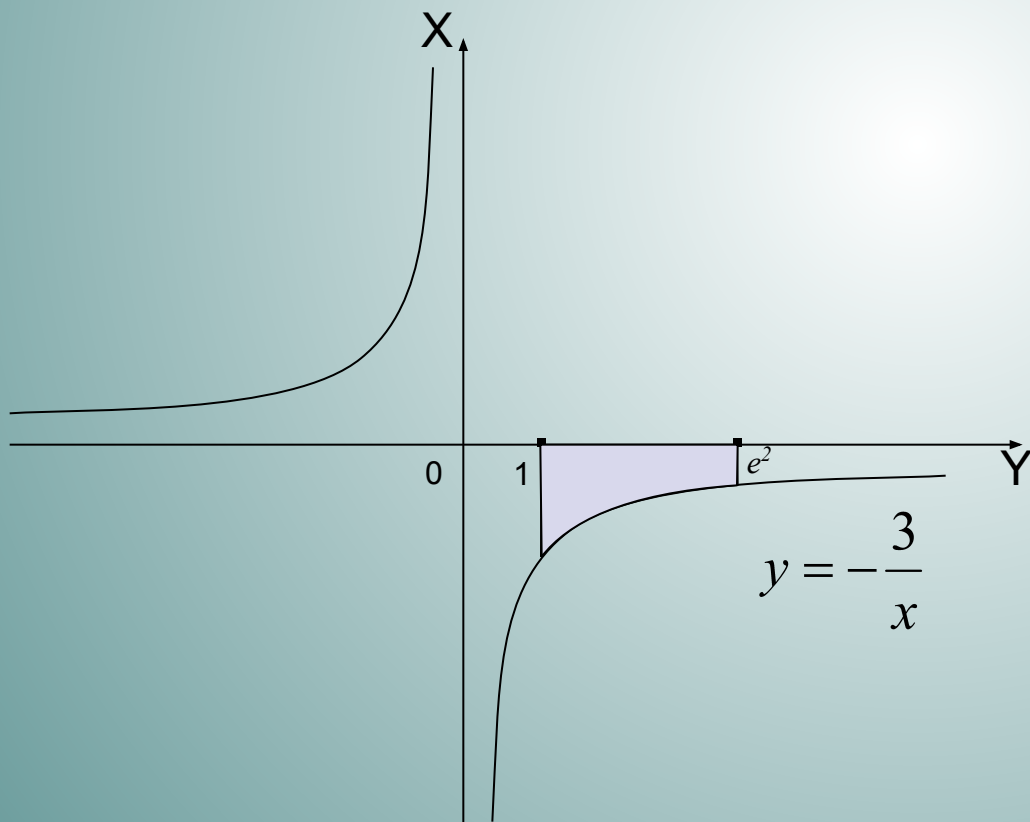


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№9

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = -\frac{3}{x}, \quad x = 1, \quad x = e^2, \quad y = 0$$

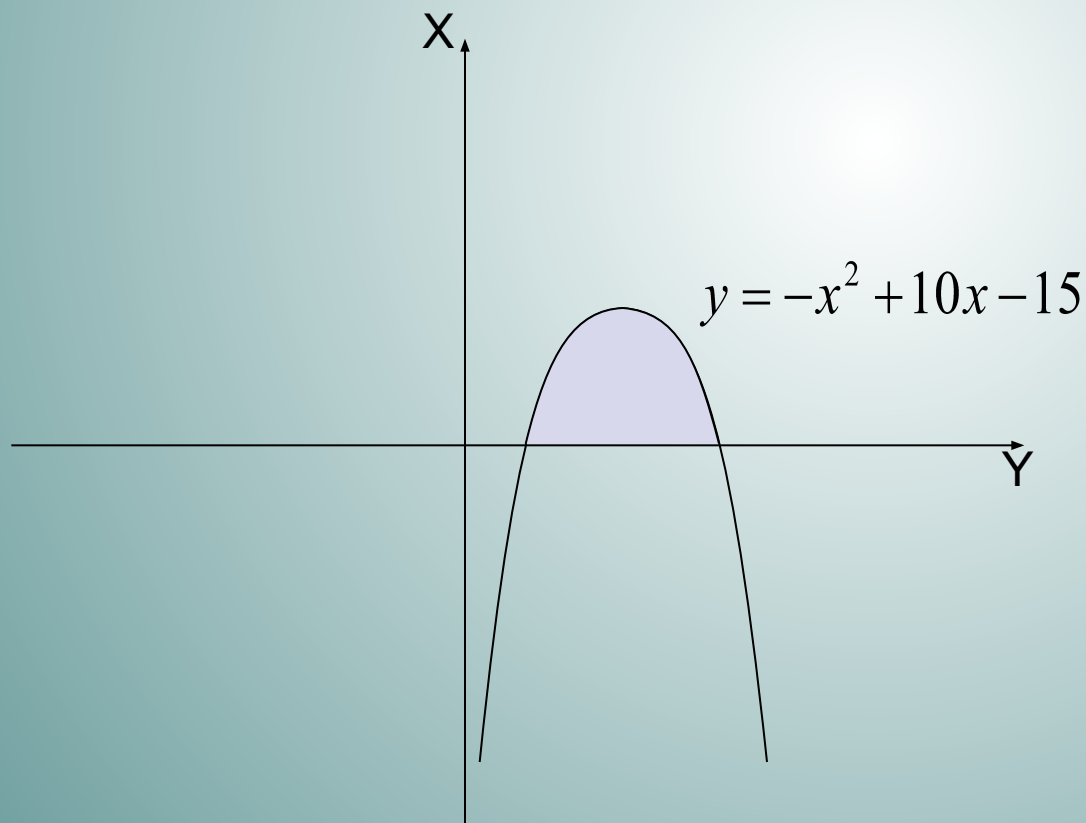


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№10

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = -x^2 + 10x - 15, \quad y = 0$$



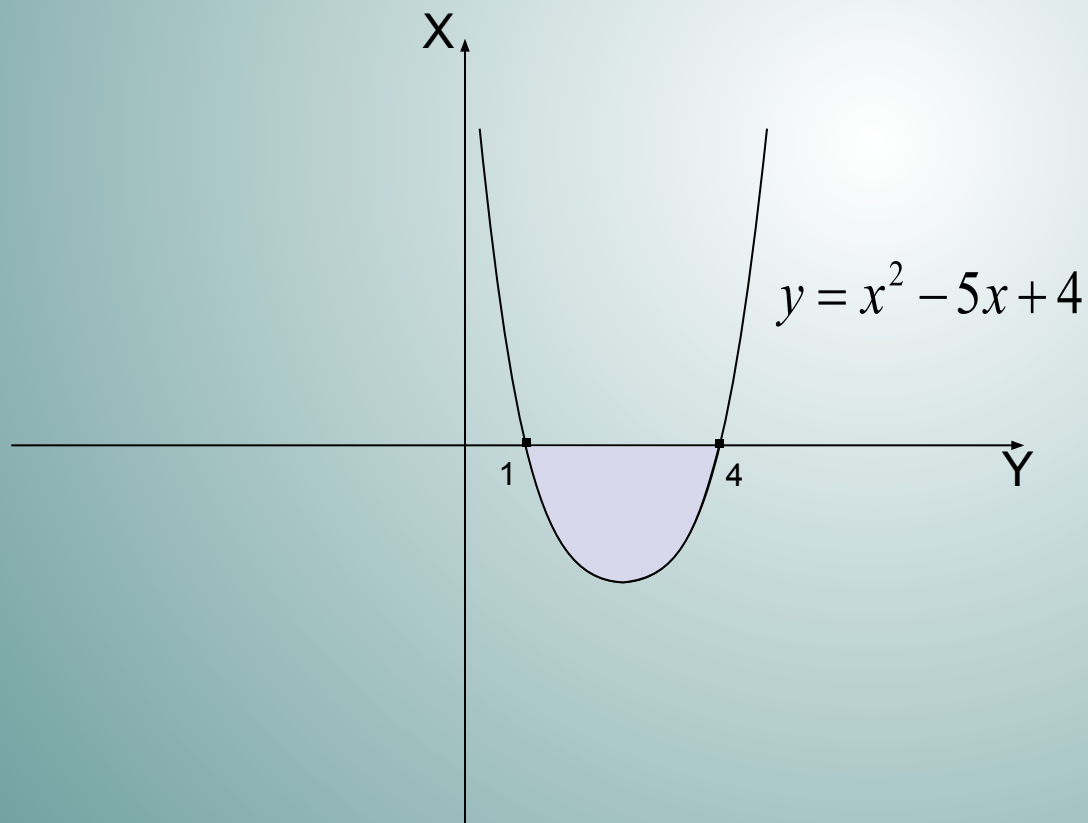
Задачи на вычисление площадей плоских фигур:



№11

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = x^2 - 5x + 4, \quad y = 0$$

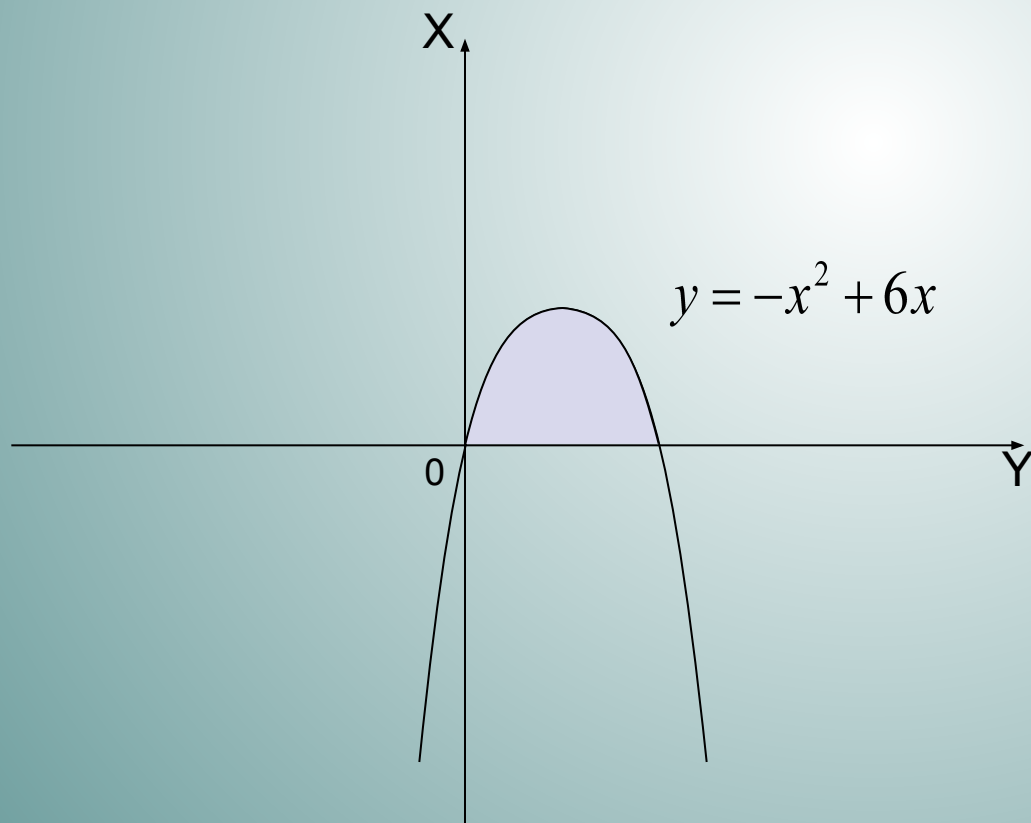


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№12

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = -x^2 + 6x, \quad y = 0$$

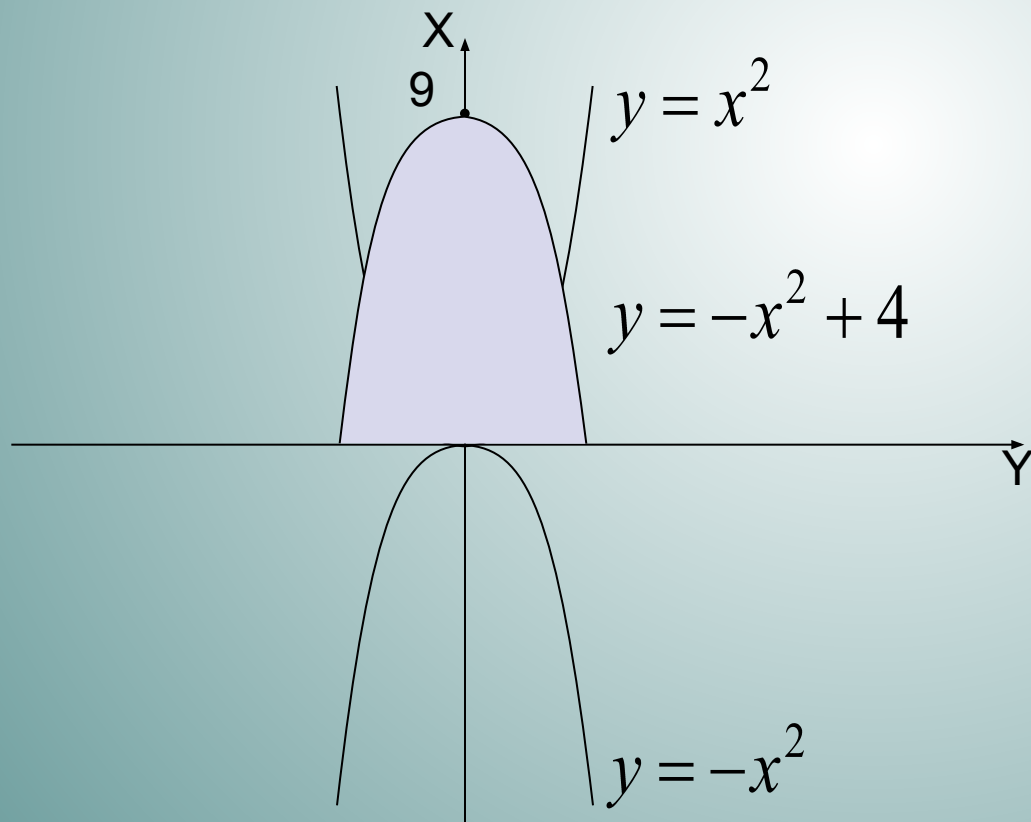


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№13

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = 9 - x^2, \quad y = 0$$

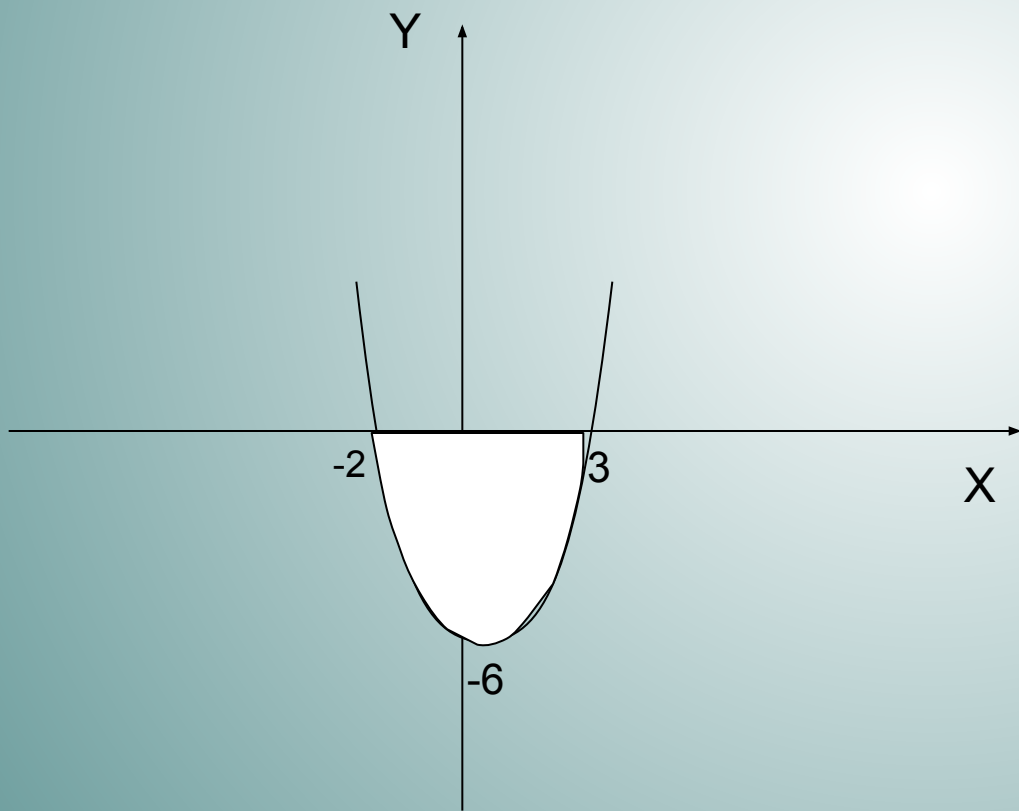


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№14

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = x^2 - x - 6, \quad y = 0$$

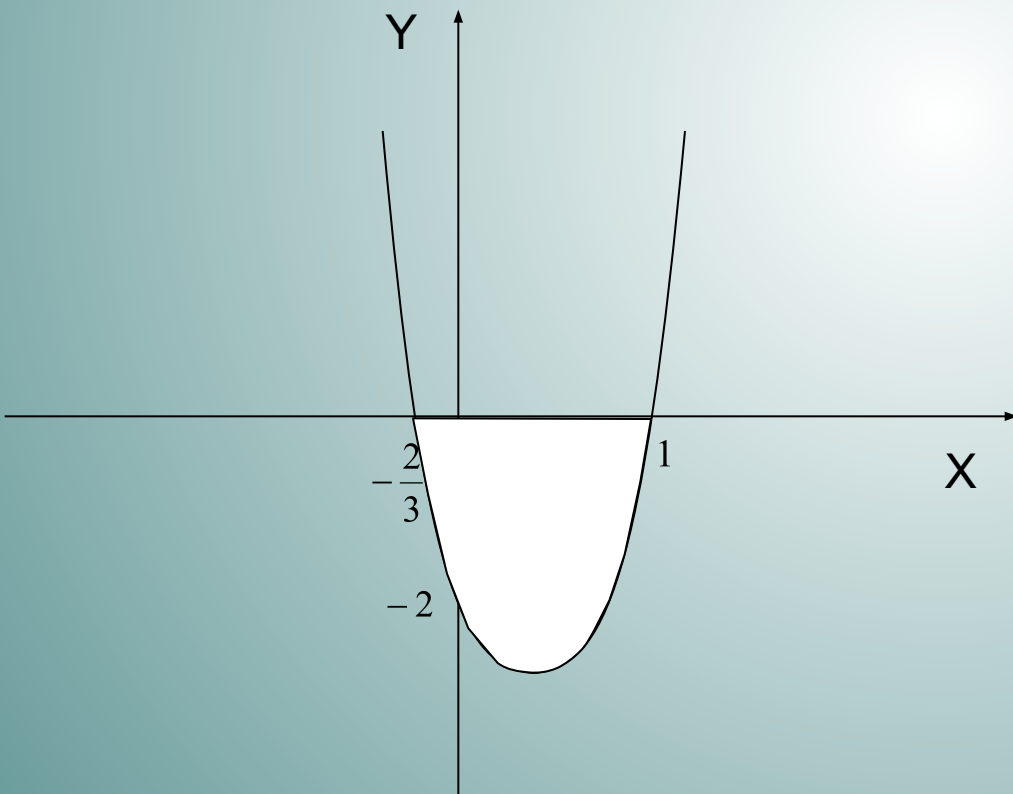


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№15

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = 3x^2 - x - 2, \quad y = 0$$

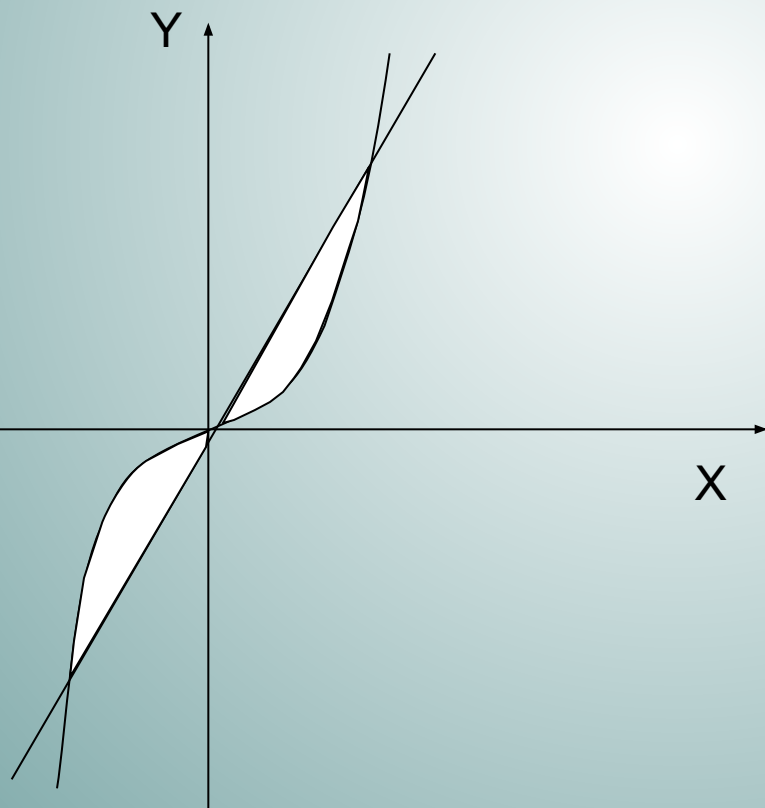


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№16

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = x^3, \quad y = 4x$$

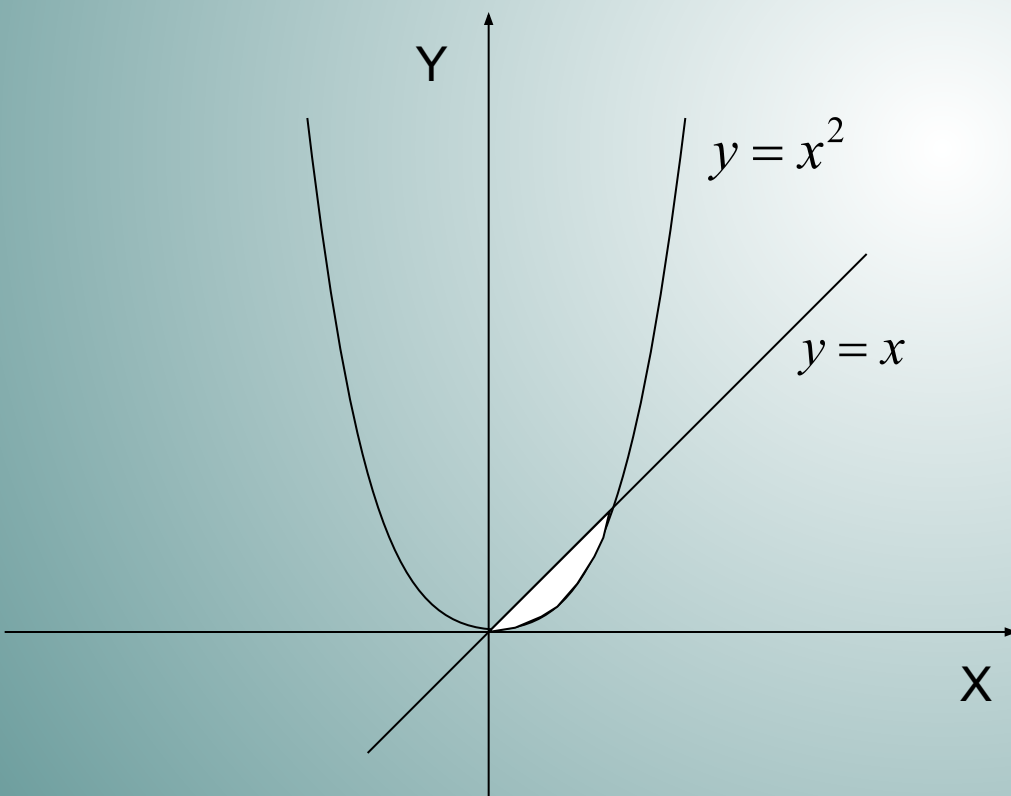


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№17

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = x^2 \quad y = x$$

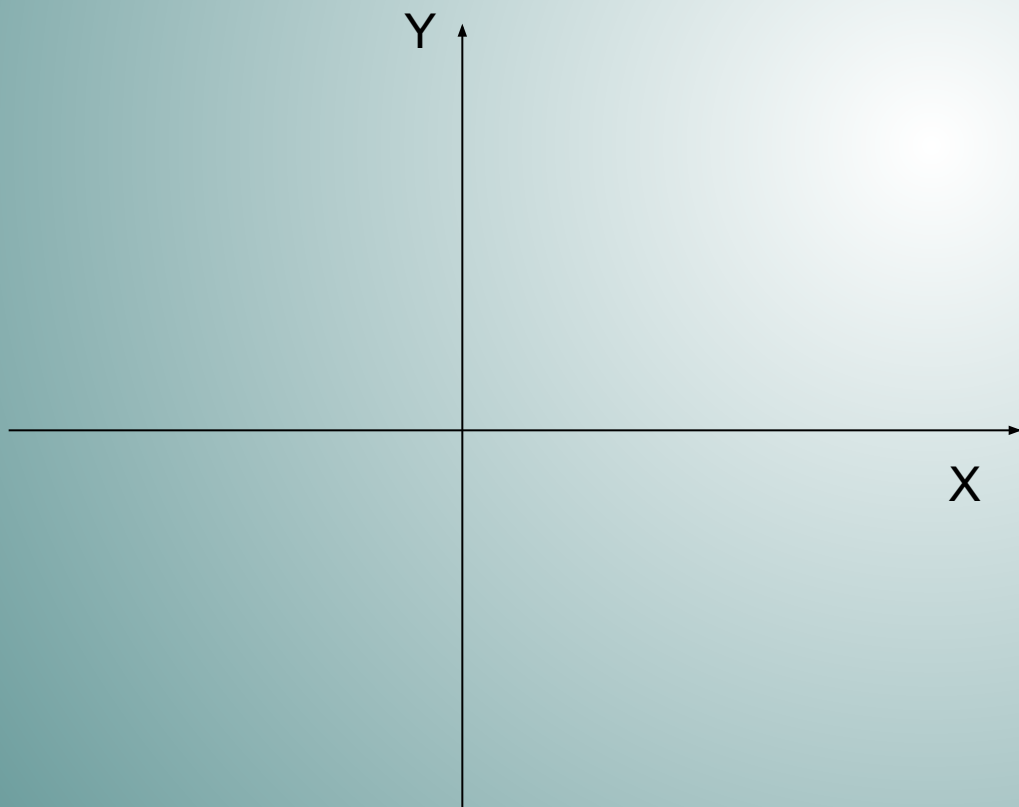


Задачи на вычисление площадей плоских фигур:

№18

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

$$y = 2 - x^2 \quad y^3 = x^2$$





$$y = -\frac{2}{3}x + 4, \quad x = 0, \quad x = 4, \quad y = 0$$

3.

$$y = \frac{1}{3}x^3, \quad x = -1, \quad x = 2, \quad y = 0$$

4.

$$y = 4x^3, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 2$$

5.

$$y = \frac{4}{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = e$$

6.

$$y = -\frac{3}{x}, \quad x = 1, \quad x = e^2, \quad y = 0$$

7.

$$y = -x^2 + 10x - 15, \quad y = 0$$

8.

$$y = x^2 - 5x + 4, \quad y = 0$$

9.

$$y = -x^2 + 6x, \quad y = 0$$

10.

$$y = 9 - x^2, \quad y = 0$$

11.

$$y = x^2 - x - 6, \quad y = 0$$

12.

$$y = 3x^2 - x - 2, \quad y = 0$$

13.

$$y = x^3, \quad y = 4x$$

14.

$$y = x^2, \quad y = x$$

,

и

15.

$$y = 2 - x^2, \quad y^3 = x^2$$