

Тема урока: "Арифметическая и геометрическая прогрессии"



Церетели Н.К.



Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают члены последовательности так

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \dots a_n$$

1, 2, 3, 4, ... , n - порядковый номер члена последовательности.

(a_n) - последовательность, a_n - n-ый член
последовательности

a_{n-1} - предыдущий член последовательности

a_{n+1} - последующий член последовательности



Способы задания последовательностей

АНАЛИТИЧЕСКИЙ

С помощью формулы n -ого члена – позволяет вычислить член последовательности с любым заданным номером

$$X_n = 3n + 2$$

$$X_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

$$X_{45} = 3 \cdot 45 + 2 = 137$$

СЛОВЕСНЫЙ

С помощью описания

Например: Записать последовательность, все члены которой с нечётными номерами равны -10, а с чётными номерами равны 10.

-10; 10; -10; 10; -10; 10; ...

РЕКУРЕНТНЫЙ

от слова recursio - возвращаться

$$x_1 = 1; \quad x_{n+1} = (n+1)x_n$$
$$n = 1; 2; 3; \dots$$

$$x_2 = (1+1)x_1 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$x_3 = (2+1)x_2 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$x_4 = (3+1)x_3 = 4 \cdot 6 = 24$$

$$x_5 = (4+1)x_4 = 5 \cdot 24 = 120$$

$$x_6 = (5+1)x_5 = 6 \cdot 120 = 720$$

Прогрессии

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ
ПРОГРЕССИЯ**

**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ
ПРОГРЕССИЯ**

Определения

Числовая последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство $a_{n+1} = a_n + d$, где d – некоторое число.

Числовая последовательность $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных n выполняется равенство $b_{n+1} = b_n q$, где $b_n \neq 0$, q – некоторое число, не равное нулю.

Свойство членов прогрессий

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов, при $n > 1$.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Если все члены прогрессии положительны, то каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов, при $n > 1$.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

Формулы n-ого члена прогрессий

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Сумма n первых членов прогрессий

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$





Задания ГИА

- 1) Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4, а ее десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.
- 2) Число $-3,8$ является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число $a_n = -30,8$?
- 3) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.
- 4) В геометрической прогрессии $b_{12} = 3^{15}$ и $b_{14} = 3^{17}$. Найдите b_1 .



Решите задачи

- Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. Сколько дней следует принимать воздушные ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут.



- **Ребенок заболит ветрянкой, если в его организме окажется не менее 27000 вирусов ветряной оспы. Если заранее не сделана прививка от ветрянки, то каждый день число попавших в организм вирусов утраивается. Если в течении 6 дней после попадания инфекции болезнь не наступает, организм начинает вырабатывать антитела, прекращающие размножение вирусов. Какое минимальное количество вирусов должно попасть в организм, чтобы ребенок, которому не сделали прививку, заболел**



Домашнее задание

I) Числовые последовательности

Задание 1. Последовательность задана условиями:

1) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 4$. Найдите a_6 . 7) $b_1 = 4, b_{n+1} = -2 \cdot \frac{1}{b_n}$. Найдите b_3 .

II) Арифметическая прогрессия

Задание 2. Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:

1) -6; 1; 8; ... Найдите 6-й член этой прогрессии.

Задание 3. Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:

1) -1; 2; 5; ... Найдите сумму первых пяти её членов.

III) Геометрическая прогрессия

Задание 9. Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

1) -84; 42; -21; ... Найдите её пятый член.

Задание 10. Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

1) 7; -35; 175; ... Найдите сумму первых четырёх её членов.

Задание 11. Геометрическая прогрессия задана условиями:

1) $b_1 = -2, b_{n+1} = 2b_n$. Найдите b_7 . 4) $b_1 = 3, b_{n+1} = 4b_n$. Найдите b_4 .

