



Экстремум функции двух переменных Пример 1.

Попова Елена Александровна
К. пед. н., доцент
доцент кафедры ММиИТ ТЭИ,
СФУ
popova_elena15@mail.ru

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) =$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x =$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) =$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y =$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x \cdot y = 6 \end{cases}$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -1 \\ y_3 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = -3 \\ y_4 = -1 \end{cases}$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 1 \end{cases} M_1(3; 1) \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 3 \end{cases} M_2(1; 3)$$

$$\begin{cases} x_3 = -1 \\ y_3 = -3 \end{cases} M_3(-1; -3) \quad \begin{cases} x_4 = -3 \\ y_4 = -1 \end{cases} M_4(-3; -1)$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x =$$

$$f''_{yy}(x, y) =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x =$$

$$f''_{yy}(x, y) = (6x \cdot y - 18)'_y =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x =$$

$$f''_{yy}(x, y) = (6x \cdot y - 18)'_y =$$

$$f''_{xy}(x, y) =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x =$$

$$f''_{yy}(x, y) = (6x \cdot y - 18)'_y =$$

$$f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y) =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x =$$

$$f''_{yy}(x, y) = (6x \cdot y - 18)'_y =$$

$$f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y) =$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_x = 3x^2 + 3y^2 - 30$$

$$f'_y(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y)'_y = 6x \cdot y - 18$$

$$f''_{xx}(x, y) = (3x^2 + 3y^2 - 30)'_x = 6x$$

$$f''_{yy}(x, y) = (6x \cdot y - 18)'_y = 6x$$

$$f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y) = 6y$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$M_1(3; 1)$$

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$M_1(3; 1)$$

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$B = f''_{yy}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$M_1(3; 1)$$

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$B = f''_{yy}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$C = f''_{xy}(3, 1) = f''_{yx}(3, 1) = 6 \cdot 1 = 6$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$M_1(3; 1)$$

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$B = f''_{yy}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$C = f''_{xy}(3, 1) = f''_{yx}(3, 1) = 6 \cdot 1 = 6$$

$$\Delta = A \cdot B - C^2 = 18 \cdot 18 - 6^2 = 324 - 36 = 288$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$M_1(3; 1)$$

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$B = f''_{yy}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$C = f''_{xy}(3, 1) = f''_{yx}(3, 1) = 6 \cdot 1 = 6$$

$$\Delta = A \cdot B - C^2 = 18 \cdot 18 - 6^2 = 324 - 36 = 288 > 0$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$$M_1(3; 1)$$

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18 \quad A > 0$$

$$B = f''_{yy}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$C = f''_{xy}(3, 1) = f''_{yx}(3, 1) = 6 \cdot 1 = 6$$

$$\Delta = A \cdot B - C^2 = 18 \cdot 18 - 6^2 = 324 - 36 = 288 > 0$$

Пример 1. Найти экстремумы функции

$$z = f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y$$

Решение.

$M_1(3; 1)$ – точка минимума.

$$A = f''_{xx}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18 \quad A > 0$$

$$B = f''_{yy}(3, 1) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$C = f''_{xy}(3, 1) = f''_{yx}(3, 1) = 6 \cdot 1 = 6$$

$$\Delta = A \cdot B - C^2 = 18 \cdot 18 - 6^2 = 324 - 36 = 288 > 0$$