

Лекция 7

Комплексные числа. Продолжение

Летучка

(ПИШЕМ **ТОЛЬКО ОТВЕТЫ** НА ВОПРОСЫ!)

1) Комплексное число – это

...

2) МНИМАЯ

ЕДИНИЦА :

3) Алгебраическая форма записи комплексного числа:

4) Какое число называется сопряженным данному комплексному числу?

5) $i^2 =$

Летучка(ОТВЕТЫ)

упорядоченная пара действительных чисел $z = (x; y)$.

$$i = (0; 1)$$

$$z = x + iy$$

$$\bar{z} = x - iy$$

$$i^2 = -1$$

Алгебраические действия над комплексными числами

Степени числа i – мнимой единицы:

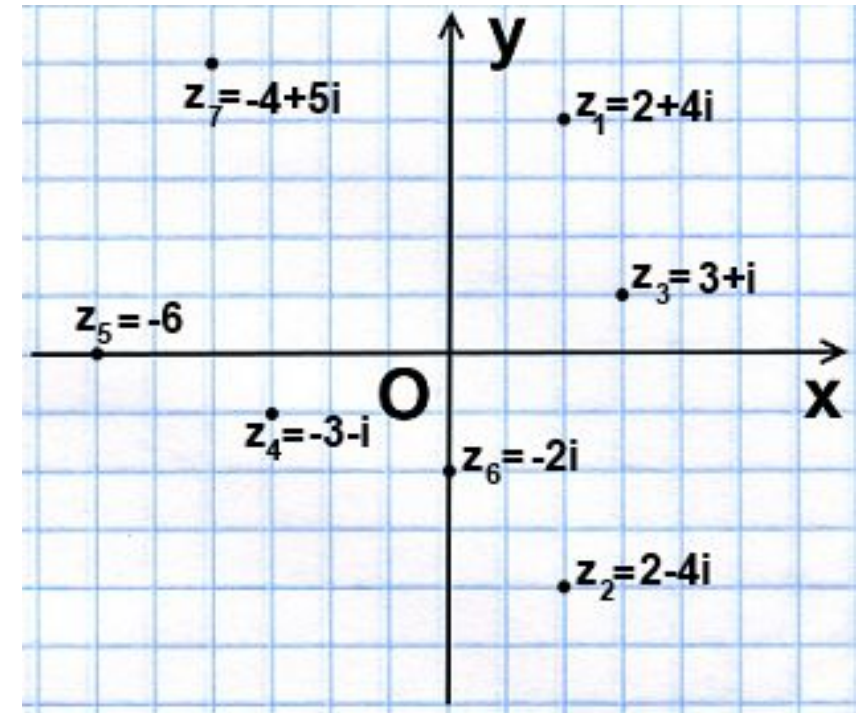
$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i \times i \times i = i^2 \times i = -1 \times i = -i$$

$$i^4 = i^3 \times i = -i \times i = -(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \times i = 1 \times i = i$$

$$i^6 = i^5 \times i = i \times i = i^2 = -1$$



Обозначить получившиеся значения степеней числа i на комплексной плоскости.

Самостоятельно подсчитать следующие степени числа i - 7-ую, 8-ую, 9-ую, 10-ую

Упростить выражения, используя формулы сокращенного умножения:

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$$

$$(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = 1 - 2i - 1 = -2i$$

$$(2+3i)^2 = 4 + 2 \times 2 \times 3i + 9i^2 = 4 + 12i - 9 = -5 + 12i$$

$$(2-3i)^3 = 2^3 - 3 \times 2^2 \times 3i + 3 \times 2 \times (3i)^2 - (3i)^3 = 8 - \underline{36i} - 54 - \underline{27(-i)} =$$

$$= -46 - \underline{36i} + \underline{27i} = -48 - 9i$$

Упростить выражения:

$$(5 - 3i)(5 + 3i) = 5^2 - (3i)^2 = 25 - 9 \times (-1) = 25 + 9 = 34$$

При умножении комплексного числа на сопряженное ему число необходимо возвести в квадрат действительную и мнимую части комплексного числа и сложить получившиеся значения квадратов. В результате получится действительное число.

$$(7 + i)(7 - i) = 49 + 1 = 50$$

$$(2 + 4i)(2 - 4i) = 4 + 16 = 20$$

$$(i + 5)(5 - i) = 25 + 1 = 26$$

$$(-2i + 6)(6 + 2i) = 36 + 4 = 40$$

$$(3i - 2)(3i + 2) = 9i^2 - 4 = -9 - 4 = -13$$

Упростить выражения:

$$1. (3 + 5i)^3 = 27 + 3 \times 9 \times 5i + 3 \times 3 \times 25i^2 + 125i^3 = 27 + 135i - 225 - 125i = \\ = -198 + 10i$$

$$2. \frac{1-5i}{2+i} = \frac{(1-5i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-10i-i+5i^2}{4+1} = \frac{2-11i-5}{5} = \frac{-3-11i}{5} = -0,6 - 2,2i$$

Упростить выражение:

3. $\frac{8-i}{2+i} =$ Можно воспользоваться формулой «сумма кубов», представить числитель как $(2^3 + i^3)$

$$= \frac{(2^3 + i^3)}{2+i} = \frac{(2+i)(4-2i+i^2)}{(2+i)} = 4 - 2i - 1 = 3 - 2i$$

Можно решать обычным способом, умножив знаменатель на сопряженное число:

3. $\frac{8-i}{2+i} = \frac{(8-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{16-2i-8i}{(2+i)(2-i)} = \frac{16-10i-1}{5} = \frac{15-10i}{5} = 3 - 2i$

Упростить выражения

4. $(2 - i)^2$

5. $(2 - i)^3$

6. $(6 - 4i)(6 + 4i)$

7. $\frac{6 - 4i}{6 + 4i}$

8. $\frac{4 - 5i}{4 + 5i}$

9. $\frac{i - 5}{i + 5}$

10. $\frac{27 - 8i}{3 + 2i}$