Допплер-эффект

v – скорость нейтрона

V– скорость атома

$v_r = v - V$ - скорость нейтрона относительно ядра атома

$E_r = \frac{m \cdot v_r^2}{2}$ - энергия взаимодействия нейтрона с ядром

$P(V)dV$ - вероятность того, что скорость ядра лежит в интервале dV

Тогда

$$\sigma_\gamma(E) = \frac{1}{v}\int_V v_r \cdot \sigma_\gamma(E_r) \cdot P(V)dV \qquad (1)$$

$$E_r = \frac{1}{2}m \cdot (v - V)^2 = \frac{1}{2}m \cdot \left[(v - V_z)^2 + V_x^2 + V_y^2\right] \qquad (2)$$

Распределение Максвелла

$$P(V)dV = \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp(-MV^2/2kT)dV_x dV_y dV_z \qquad (3)$$

$$\int P(V)dV = 1$$

При этом

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} P(V)dV_x dV_y = \left(\frac{M}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp(-MV_z^2/2kT)$$

$V_{н.в.} = \sqrt{2kT/M}$ -наиболее вероятная скорость в распределении Максвела

$v = \sqrt{2E/m}$ - скорость нейтрона

Поскольку $V_{н.в.} << v$,то в уравнении выражении (2) можно пренебречь V^2

$$E_r \approx \frac{1}{2} m \cdot (v^2 - 2 \cdot v \cdot V_z) = E \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{V_z}{v}\right) \qquad (4)$$

Подставив выражение для сечения $\sigma_\gamma(\boldsymbol{E_r}) = \sigma_{\boldsymbol{o}} \dfrac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \cdot \dfrac{\Gamma^2}{4 \cdot (\boldsymbol{E_r} - \boldsymbol{E}_0) + \Gamma^2}$

а также выражения (3-4) в (1), получим

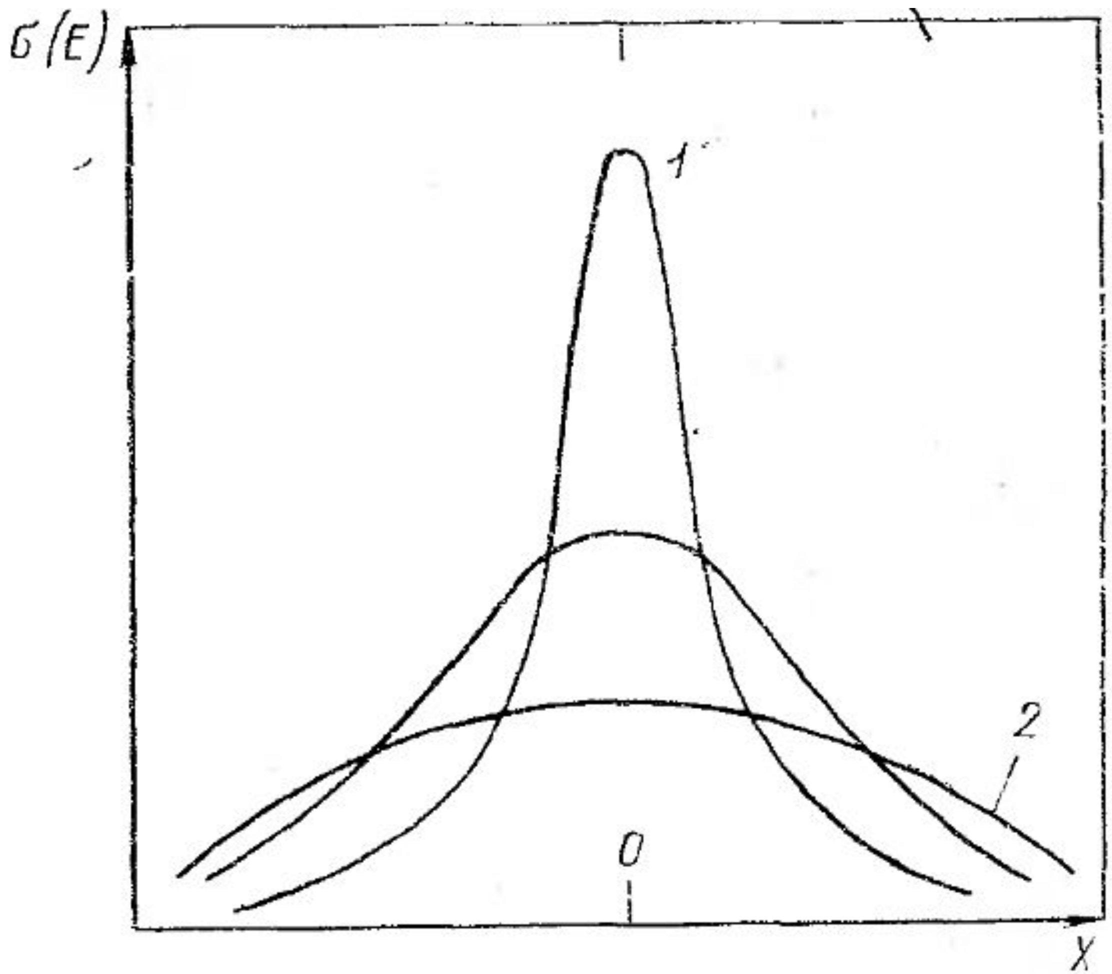
$$\sigma_\gamma(\boldsymbol{E}) = \sigma_{\boldsymbol{o}} \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \cdot \Psi(\xi, \mathrm{Y})$$

Где:

$$\Psi(\xi, \mathrm{Y}) \equiv \frac{\xi}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left[-\xi^2 (\mathrm{X} - \mathrm{Y})/4\right]}{1 + \mathrm{X}^2} d\mathrm{X} \quad ,$$

$$\xi \equiv \frac{\Gamma}{\Delta}, \qquad \Delta = \sqrt{4kTE / A} \approx \sqrt{4kTE_0 / A}$$

$$\mathrm{Y} \equiv \frac{2}{\Gamma} \cdot (E - E_0), \qquad \mathrm{X} \equiv \frac{2}{\Gamma} \cdot (E_r - E_0)$$



Доплеровское уширение резонанса при возрастании температуры:

1 — низкая температура; *2* — высокая температура.

Поскольку мы считаем резонанс «узким», то можно положить $E \approx E_0$
Тогда, учитывая симметрию резонанса получим,

$$\int \sigma_\gamma(E)dE \approx \sigma_0 \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \int_0^\infty \Psi(\xi, \Upsilon)dE = \frac{1}{2}\sigma_0\Gamma_\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\xi, \Upsilon)d\Upsilon$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\xi, \Upsilon)d\Upsilon = \pi$$

$$\Rightarrow \int \sigma_\gamma(E)dE = \frac{1}{2}\sigma_0\Gamma_\gamma \cdot \pi$$