Тема урока: "Производная сложной функции".

Цель обучения:

находить производную сложной функции

Найдите пару (функция и ее производная)

1) $-\frac{1}{x^2}$

2) x^4

3) $\frac{1}{x}$

4) $\sqrt{x}$

5) $\cos x$

6) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

7) $\frac{1}{x^2}$

8) x^5

9) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

10) tgx

11) $5x^4$

12) $\sin x$

Ответ

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\sin x\right)' = \cos x$$

$$\left(x^5\right)' = 5x^4$$

Производные каких функций знаем?

1) $y = \sqrt{x}$

2) $y = (1 - 7x)^{10}$

3) $y = \cos x$

4) $y = \dfrac{1}{5x - 3}$

5) $y = \cos(2 - 3x)$

6) $y = \dfrac{1}{x}$

7) $y = \sqrt{3x + 2}$

8) $y = x^{10}$

Простые (элементарные) функции

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = x^{10}$$

$$y = \cos x$$

$$y = \frac{1}{x}$$

Сложные функции

$$y = \sqrt{3x + 2}$$

$$y = (1 - 7x)^{10}$$

$$y = \cos(2 - 3x)$$

$$y = \frac{1}{5x - 3}$$

Жозе́ф Луи́ Лагра́нж-(1736-1813)-французский математик , астроном и механик . Сначала Лагранж заинтересовался филологией. Но в руки Лагранжа случайно попал трактат по математической оптике, и он почувствовал своё настоящее призвание.
В 1755 году Лагранж был назначен преподавателем математики в Королевской артиллерийской школе в Турине. В 1766 Лагранж переехал в Берлин . Здесь он вначале руководил физико-математическим отделением Академии наук, а позже стал президентом Академии. агранж внёс существенный вклад во многие области математики, включая вариационное исчисление(1736-1813)-французский математик , астроном и механик . Сначала Лагранж заинтересовался филологией. Но в руки Лагранжа случайно попал трактат по математической оптике, и он почувствовал своё настоящее призвание. В 1755 году Лагранж был назначен преподавателем математики в Королевской артиллерийской школе в Турине. В 1766 Лагранж

Производная сложной функции

Сложная функция: $y = g\left(f\left(x\right)\right).$

Примеры: 1) $y = \left(3x^2 - 2x\right)^5$ $\left[\begin{array}{l} y = f^5; \\ f = 3x^2 - 2x. \end{array}\right.$

2) $y = \sqrt{\sin x}.$ $\left[\begin{array}{l} y = \sqrt{f}; \\ f = \sin x. \end{array}\right.$

3) $y = \cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right).$ $\left[\begin{array}{l} y = \cos f; \\ f = 2x - \dfrac{\pi}{3}. \end{array}\right.$

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'\left(f\left(x\right)\right) = g'\left(f\right) \cdot f'\left(x\right)$$

(производная сложной функции равна
производной основной функции
на производную внутренней функции)

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g(f(x))$.

Правило нахождения производной сложной функции

$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x)$ **(производная сложной функции равна производной основной функции на производную внутренней функции)**

Простая функция	**Производная простой функции**	**Сложная функция**	**Производная сложной функции**
x^n	nx^{n-1}	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g\left(f\left(x\right)\right).$

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'\left(f\left(x\right)\right) = g'\left(f\right) \cdot f'\left(x\right)$$

(производная сложной функции равна производной основной функции на производную внутренней функции)

Простая функция	*Производная простой функции*	*Сложная функция*	*Производная сложной функции*
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f\left(x\right)}$	$-\frac{1}{f^2\left(x\right)} \cdot f'\left(x\right) = -\frac{f'\left(x\right)}{f^2\left(x\right)}$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g\left(f\left(x\right)\right)$.

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'\left(f\left(x\right)\right) = g'\left(f\right)\cdot f'\left(x\right)$$

(производная сложной функции равна производной основной функции на производную внутренней функции)

Простая функция	*Производная простой функции*	*Сложная функция*	*Производная сложной функции*
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f\left(x\right)}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{f\left(x\right)}}\cdot f'\left(x\right) = \dfrac{f'\left(x\right)}{2\sqrt{f\left(x\right)}}$

Пример:

1) $y = \sqrt{2x^3 - x}$. $\left[\begin{array}{l} y = \sqrt{f}; \\ f = 2x^3 - x. \end{array}\right.$

$$y' = \sqrt{\left(2x^3 - x\right)^4}' = \frac{1}{2\sqrt{2x^3 - x}}\cdot\left(2x^3 - 1\right)' = \frac{6x^2}{2x\sqrt{2x^2 - 1}} = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 - 1}}.$$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция: $y = g\left(f\left(x\right)\right).$

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'\left(f\left(x\right)\right) = g'\left(f\right) \cdot f'\left(x\right)$$

(производная сложной функции равна производной основной функции на производную внутренней функции)

Простая функция	***Производная простой функции***	***Сложная функция***	***Производная сложной функции***
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f\left(x\right)$	$\cos f\left(x\right) \cdot f'\left(x\right)$

Пример:

1) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$ $\left[\begin{array}{l} y = \sin f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{array}\right.$

$$y' = \sin'\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)' = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Простая функция	*Производная простой функции*	*Сложная функция*	*Производная сложной функции*
x^n	nx^{n-1}	$f^n(x)$	$n\cdot f^{n-1}(x)\cdot f^/(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f^/(x)}{f^2(x)}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f^/(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

Закрепление изученного материала.

Вычислите производные:

1) $y = (x+3)^4$

2) $y = (x^3 + x^{-2} + 11)^3$

3) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

Домашнее задание.

- Выучить алгоритм.
- Найти производную.

$$y = (2+3x)^8$$

$$y = \sqrt{5x^2+3}$$

$$y = \sqrt{(2x+3)^4}$$