

Биквадратные уравнения

Алгебра 8 класс

Актуализация знаний учащихся:

- 1) Какое уравнение называется квадратным?
- 2) Что называется дискриминантом квадратного уравнения?
- 3) Какие виды квадратных уравнений вы знаете?
- 4) Какое квадратное уравнение называется неполным?

- 5) Какое уравнение называется приведенным?
- 6) По каким формулам находятся корни квадратных уравнений?
- 7) Сформулируйте теорему Виета.
- 8) Сформулируйте обратную теорему Виета.

Найдите подбором корни уравнения:

а) $t^2 - 3t + 2 = 0$

$t_1 = 1; t_2 = 2$

б) $t^2 - 5t + 4 = 0$

$t_1 = 1; t_2 = 4$

в) $t^2 - 20t + 64 = 0$

$t_1 = 4; t_2 = 16$

г) $t^2 - 5t + 6 = 0$

$t_1 = 2; t_2 = 3$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Уравнение вида

$$ax^4+bx^2+c=0,$$

где a , b и c – данные числа и $a \neq 0$,
 x - неизвестное, называют
биквадратным уравнением.

$$x^2 = t$$

$$at^2+bt+c=0$$

Алгоритм решения биквадратного уравнения:

- 1) Вводим в уравнение новую переменную путем обозначения какого-то выражения из этого уравнения;
- 2) Вместо этого выражения подставляем новую переменную и получим квадратное уравнение относительно новой переменной;

- 3) Решаем полученное квадратное уравнение;
- 4) Способом подстановки находим значение исходной переменной;
- 5) С помощью проверки определяем корни данного уравнения.



Пример 1

$$x^4 - 4x^2 + 3 =$$

$$0$$

$$\therefore x^2 =$$

$$t^2 - 4t + 3 =$$

$$0$$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = 1$$

;

$$1) x^2 = 3$$

$$; x = \pm \sqrt{3}$$

$$2)$$

$$x^2 = 1$$
$$x = \pm 1$$

ОТВЕТ: $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$; $x_{3,4} = \pm 1$.

Пример 2

$$x^4 - 2x^2 - 2 = 0$$

∴

$$x^2 =$$

$$t^2 - 2t - 2 = 0$$

$$D = 12$$

$$t_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$1) x^2 = 1 + \sqrt{3}$$

$$2) x^2 = 1 - \sqrt{3}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{1 + \sqrt{3}}$$

нет
корней

Ответ: $x_1,$

$x_2 = \pm$

$$\sqrt{1 + \sqrt{3}}$$

Пример 3: $2x^4 - 3x^2 + 5 = 0$

$$x^2 = t$$

$$2t^2 - 3t + 5 = 0$$

$$D = 9 - 4 * 2 * 5 = 9 - 40 = -31$$

$$D < 0$$

*Корней
нет*

*Ответ: корней
нет.*

Пример 4

$$9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$$

∴

$$(3x^2 - 1)^2 = 0$$

$$3x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

±

Ответ: $x_1, \frac{1}{\sqrt{3}}$

$x_2 = \pm$

Пример 5

$$x^4 + 10x^2 + 25 = 0$$

∴

$$(x^2 + 5)$$

$$^2 = 0$$
$$x^2 + 5 =$$

$$0$$
$$x^2 = -$$

⁵
нет

корней

*Ответ: корней
нет.*

Самостоятельная работа:

№	Уравнение	Знак дискриминанта	Корни нового уравнения	Знаки корней нового уравнения	Корни исходящего уравнения	Кол-во решений биквадратного уравнения
1	$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$					
2	$2x^4 - x^2 - 1 = 0$					
3	$x^4 + 5x^2 + 4 = 0$					
4	$2x^4 + 5x^2 + 4 = 0$					
5	$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$					
6	$x^4 + 8x^2 + 16 = 0$					

Проверяем работу:

№	Уравнение	Знак дискриминанта	Корни нового уравнения	Знаки корней нового уравнения	Корни исходящего уравнения	Кол-во решений биквадратного уравнения
1	$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$	$D > 0$	$z_1 = 1, z_2 = 9$	$z_1 > 0, z_2 > 0$	$x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm 3.$	4
2	$2x^4 - x^2 - 1 = 0$	$D > 0$	$z_1 = 1, z_2 = -0,5$	$z_1 > 0, z_2 < 0$	$x_{1,2} = \pm 1.$	2
3	$x^4 + 5x^2 + 4 = 0$	$D > 0$	$z_1 = -4, z_2 = -1$	$z_1 < 0, z_2 < 0$	Корней нет	0
4	$2x^4 + 5x^2 + 4 = 0$	$D < 0$	Корней нет	-	Корней нет	-
5	$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$	$D = 0$	$z = 4$	$z > 0$	$x_{1,2} = \pm 2$	2
6	$x^4 + 8x^2 + 16 = 0$	$D = 0$	$z = -4$	$z < 0$	Корней нет	0

Вопросы:

- 1. Какое уравнение называется биквадратным?*
- 2. Как решают биквадратные уравнения?*
- 3. Сколько корней может иметь биквадратное уравнение?*

Домашнее

задание:

№776, 778

Спасибо
за урок!

