



Основные показатели
динамики.

Использование скользящих
средних для сглаживания
временных рядов.

Основные показатели динамики

Для количественной оценки динамики явлений применяются статистические показатели: **абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста**, причем они могут разделяться на цепные, базисные и средние.

В основе расчета этих показателей динамики лежит сравнение уровней временного ряда.

Основные показатели динамики

Если сравнение осуществляется с одним и тем же уровнем, принятым за базу сравнения, то эти показатели называют **базисными**.

Если сравнение осуществляется при переменной базе, и каждый последующий уровень сравнивается с предыдущим, то вычисленные таким образом показатели называются **цепными**.

Абсолютный прирост Δy равен разности двух сравниваемых уровней.

Темп роста T характеризует отношение двух сравниваемых уровней ряда, выраженное в процентах.

Темп прироста K характеризует абсолютный прирост.

Основные показатели динамики

Определенный в % темп прироста показывает, на сколько процентов изменился сравниваемый уровень по отношению к уровню, принятому за базу сравнения.

Основные показатели динамики

	Абсолютный прирост	Темп роста	Темп прироста
Цепной	$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$		$K_t = T_t - 100\%$
Базисный	$\Delta y_{бt} = y_t - y_{б}$		$T_{бt} = T_{бt} - 100\%$
Средний			

Для получения обобщающих показателей динамики развития определяются средние величины: средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста.

Основные показатели динамики

- Описание динамики ряда с помощью среднего прироста соответствует его представлению в виде прямой, проведенной через две крайние точки. В этом случае, чтобы получить прогноз на один шаг вперед, достаточно к последнему наблюдению добавить значение среднего абсолютного прироста.

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \overline{\Delta y} \quad (2.1)$$

Основные показатели динамики

- Описание динамики ряда с помощью среднего прироста соответствует его представлению в виде прямой, проведенной через две крайние точки. В этом случае, чтобы получить прогноз на один шаг вперед, достаточно к последнему наблюдению добавить значение среднего абсолютного прироста.

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + \overline{\Delta y} \quad (2.1)$$

$$\hat{y}_{n+i} = y_n * \overline{T^i} \quad (2.2)$$

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

- ▶ Алгоритм сглаживания по простой скользящей средней:
 1. Определить длину интервала сглаживания g , включающего в себя g последовательных уровней ряда ($g < n$).
 2. Разбить весь период наблюдений на участке, при этом интервал сглаживания как бы скользит по ряду с шагом, равным 1.
 3. Рассчитывают арифметические средние из уровней ряда, образующих каждый участок.
 4. Заменяют фактические значения ряда, стоящие в центре каждого участка, на соответствующее средние значение.

При этом удобно брать длину интервала сглаживания g в виде нечетного числа: $g = 2p + 1$, т.к. в этом случае полученные значения скользящей средней приходятся на средний член интервала.

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

- ▶ Наблюдения, которые берутся для расчета среднего значения, называются **активным участком сглаживания**.
- ▶ При нечетном значении g все уровни активного участка могут быть представлены в виде:

$$Y_{t-p}, Y_{t-p+1}, \dots, Y_{t-1}, Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_{t+p-1}, Y_{t+p}$$

А скользящая средняя определена по формуле:

$$\hat{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{2p+1} = \frac{Y_{t-p}, Y_{t-p+1}, \dots, Y_{t-1}, Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_{t+p-1}, Y_{t+p}}{2p+1} \quad (2.3)$$

Где: y_i – фактическое значение i -го уровня;
 \hat{y}_t – значение скользящей средней в момент;
 $2p+1$ – длина интервала сглаживания.

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

- Процедура сглаживания приводит к полному устранению периодических колебаний во временном ряду, если длина интервала берется равной или кратной циклу, периоду колебаний.
- ▶ Для устранения сезонных колебаний желательно было бы использовать 4-х- и 12-ичленную скользящие средние, но при этом не будет выполняться условие нечетности длины интервала сглаживания.

$$\hat{y}_t = \frac{\frac{1}{2}y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \dots + y_{t+p-1} + \frac{1}{2}y_{t+p}}{2p} = \frac{\frac{1}{2}y_{t-p} + \sum_{i=t-p+1}^{t+p-1} y_i + \frac{1}{2}y_{t+p}}{2p} \quad (2.4)$$

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

- ▶ Тогда для сглаживания сезонных колебаний при работе с временными рядами квартальной и месячной динамики можно использовать следующие скользящие средние:

- ▶
$$\hat{y}_t = \frac{\frac{1}{2}y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \frac{1}{2}y_{t+2}}{4} \quad (2.5)$$

- ▶
$$\hat{y}_t = \frac{\frac{1}{2}y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_t + \dots + y_{t+5} + \frac{1}{2}y_{t+6}}{12} \quad (2.6)$$

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

- Восстановление потерянных значений временного ряда:
- ▶ 1) Вычислить средний прирост на последнем активном участке:
 - ▶ $\overline{\Delta y} = \frac{y_{t+p} - y_{t-p}}{g-1}$
 - ▶ Где:
 - ▶ g – длина активного участка;
 - ▶ y_{t+p} – значение последнего уровня на активном участке;
 - ▶ y_{t-p} – значение первого уровня на активном участке;
 - ▶ $\overline{\Delta y}$ – средний абсолютный прирост.
- ▶ 2) Получить P сглаженных значений в конце временного ряда путем последовательного прибавления среднего абсолютного прироста к последнему сглаженному значению.

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

- ▶ Аналогичную процедуру можно реализовать для получения оценивания первых уровней временного ряда.
- ▶ При сглаживании по взвешенной скользящей средней каждому уровню приписывается вес, зависящий от удаления данного уровня до уровня, стоящего в середине активного участка.
- ▶ Выравнивание с помощью взвешенной скользящей средней:

Для каждого активного участка подбирается полином вида:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots,$$

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней



▶
$$\hat{y}_t = \frac{1}{35} (-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2}).$$

Длина интервала сглаживания	Весовые коэффициенты
5	
7	
9	
11	
13	

Сглаживание временных рядов с помощью скользящей средней

Свойства:

Симметричны относительно центрального уровня.

Сумма всех весов равна 1.

Наличие положительных и отрицательных весов, позволяет сглаженной кривой сохранять различные изгибы кривой тенда.