

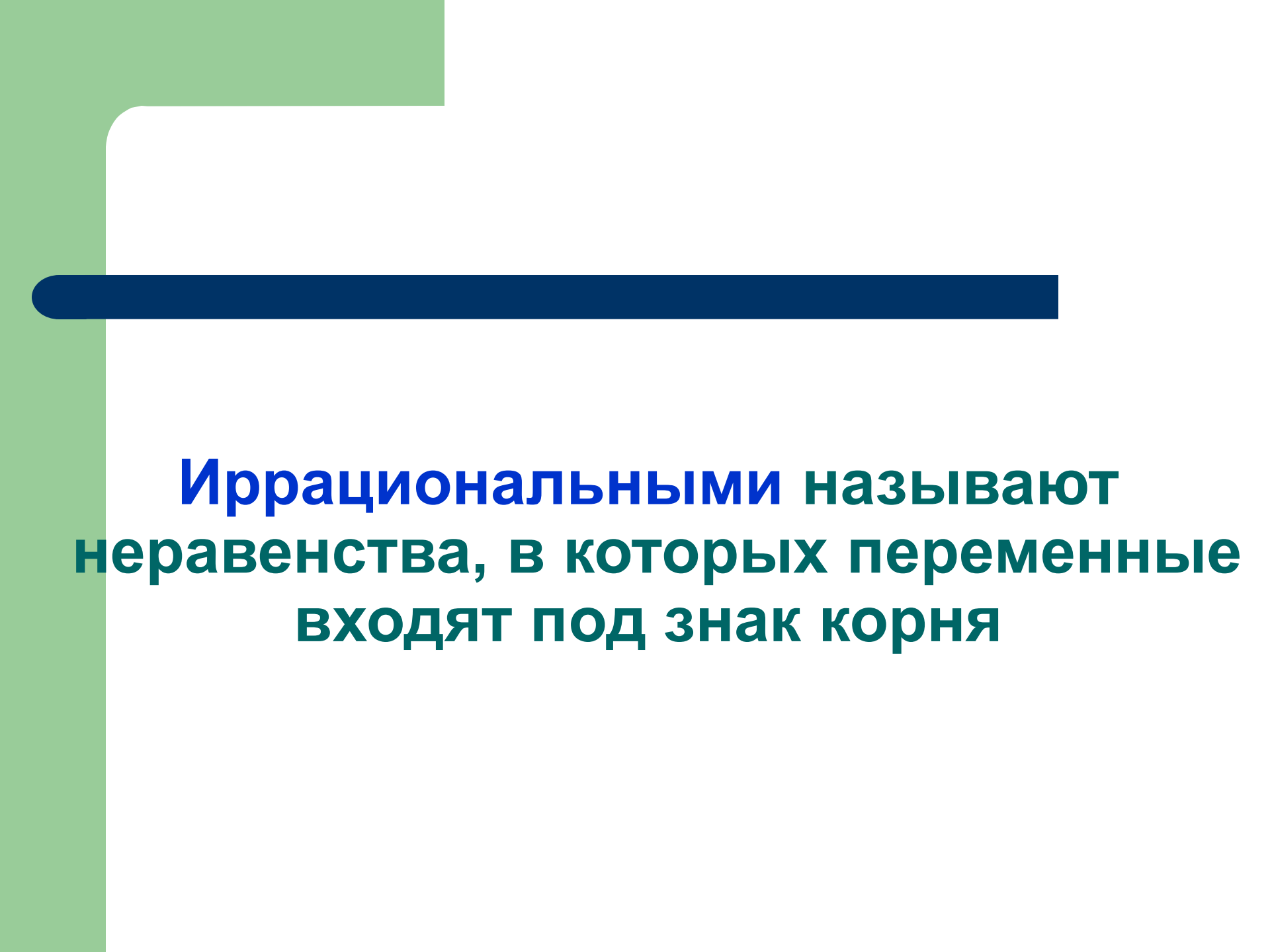
Решение иррациональных неравенств методом интервалов

**«Если бы люди знали, как много я
тружусь, чтобы добиться
мастерства, они перестали бы
считать меня таким уж
талантливым»**

Микеланджело

Цель урока:

1. **Усвоить алгоритм решения иррациональных неравенств методом интервалов.**
2. **Научиться решать иррациональные неравенства с применением алгоритма.**



**Иррациональными называют
неравенства, в которых переменные
входят под знак корня**

Решим неравенства:

1.

$$\sqrt{x-5} < 1$$

2.

$$\sqrt{x+7} > x+1$$

3.

$$(x-1) \cdot \sqrt{x^2 - x - 2} \leq 0$$

Решение первого неравенства

1. $\sqrt{x-5} < 1$ равносильно $\sqrt{x-5} - 1 < 0$

Шаг 1. Рассмотрим иррациональную функцию $f(x) = \sqrt{x-5} - 1$ и найдем область определения $x - 5 \geq 0$

$x \geq 5$ - область определения

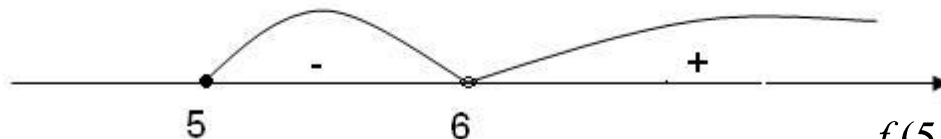
Шаг 2. Вычислим нули функции $\sqrt{x-5} - 1 = 0$

$$\sqrt{x-5} = 1$$

$$(\sqrt{x-5})^2 = 1^2$$

$$x - 5 = 1$$

$x = 6$ - нуль функции



$$f(5.5) = \sqrt{5.5-5} - 1 = \sqrt{0.5} - 1 < 0$$

$$f(7) = \sqrt{7-5} - 1 = \sqrt{2} - 1 > 0$$

Ответ

$$x \in [5; 6)$$

2. $\sqrt{x+7} > x+1$ равносильно $\sqrt{x+7} - x - 1 > 0$

Шаг 1. Рассмотрим иррациональную функцию $f(x) = \sqrt{x+7} - x - 1$ и найдем область ее определения $x + 7 \geq 0$

$x \geq -7$ - область определения

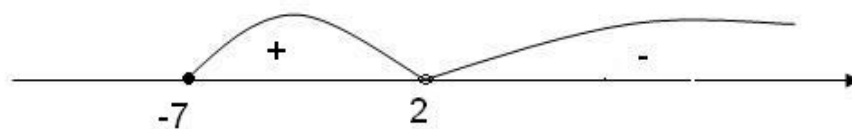
Шаг 2. Вычислим нули функции $\sqrt{x+7} - x - 1 = 0$

$$\sqrt{x+7} = x+1$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (\sqrt{x+7})^2 = (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x+7 = x^2 + 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x_1 = -3; x_2 = 2 \end{cases}$$

$x = 2$ - нуль функции

Шаг 3.



$$x \in [-7; 2)$$

$$f(-6) = \sqrt{-6+7} - (-6) - 1 = 1 + 6 - 1 = 6 > 0$$

$$f(9) = \sqrt{9+7} - 9 - 1 = 4 - 10 = -6 < 0$$

3. $(x-1) \cdot \sqrt{x^2 - x - 2} \leq 0$

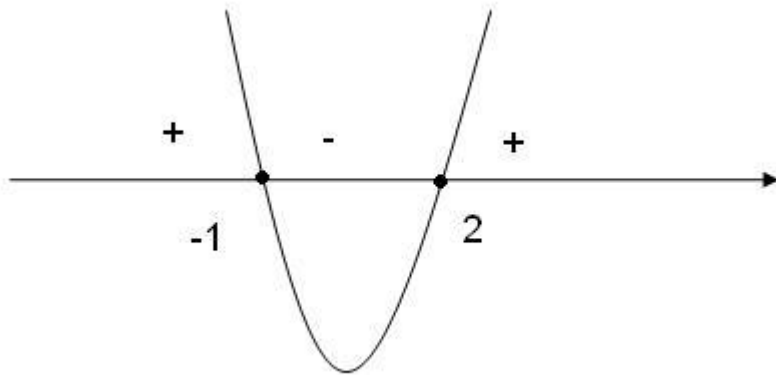
Шаг1. рассмотрим иррациональную функцию
Найдем область определения

$$f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -1$$



Область определения $x \leq -1$ **и** $x \geq 2$

Шаг 2. Вычислим нули функции $(x-1) \cdot \sqrt{x^2 - x - 2} = 0$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

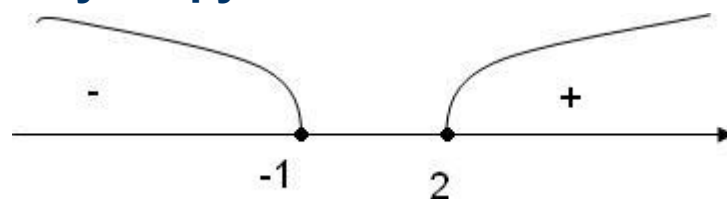
$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -1$$

$$x_3 = 2$$

-1; 1; 2 - нули функции

Шаг 3.



$$f(-3) < 0$$

$$f(3) > 0$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1]$ и $x = 2$

Алгоритм решения иррациональных неравенств:

1. Введение иррациональной функции; нахождение области определения функции.
2. Вычисление нулей функции.
3. На координатной прямой:
 - отмечаем нули функции, принадлежащие области определения;
 - определяем знак функции на каждом промежутке;
 - с учетом знака неравенства выписываем ответ.

Упражнения для самостоятельного решения: :

1.

$$\sqrt{2x + 9} < 3 - x$$

2.

$$\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$$

3.

$$\sqrt{9 - x^2} > 3 - \sqrt{6x - x^2}$$

Для контроля используем лист самопроверки

Проверяем:

Неравенство $\sqrt{2x+9} < 3-x$

1 шаг $x \geq -4.5$

2 шаг $x = 0$

3 шаг $x \in [-4.5; 0)$

Неравенство $\sqrt{x^2-3x-10} < 8-x$

1 шаг $x \leq -2$ **и** $x \geq 5$

2 шаг $x = 5\frac{9}{13}$

3 шаг $x \in (-\infty; -2] \cup [5; 5\frac{9}{13})$

Неравенство $\sqrt{9-x^2} > 3-\sqrt{6x-x^2}$ **1 шаг** $x \in [0; 3]$

2 шаг

$x = 0$

и

$x = 3$

3 шаг

$x \in (0; 3)$

Оценка:

- **5 баллов** – задание выполнено полностью и верно.
- **4 балла** – задание верно выполнено на первом и втором шаге. Допущена ошибка в вычислениях на третьем шаге.
- **3 балла** - задание верно выполнено на первом шаге, вычислительная ошибка на втором шаге.
- В остальных случаях – **2 балла**.

Задание для самостоятельной работы

$$\sqrt{3x + 13} < x + 1$$