Решение задач ЕГЭ по информатике

Тема: Кодирование чисел. Системы счисления.

Усманова Альфия Аюповна

учитель информатики первой квалификационной категории

МОУ «СОШ №1 с углубленным изучением отдельных предметов»

г. Надым

ege16 (повышенный уровень, время – 2 мин)

Что нужно знать:

- принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления
- чтобы перевести число, скажем, 12345_N, из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени, равной ее разряду:

```
4 3 2 1 0    ← разряды
```

$$1\,2\,3\,4\,5_N = 1 \cdot N^4 + 2 \cdot N^3 + 3 \cdot N^2 + 4 \cdot N^1 + 5 \cdot N^0$$

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2 и т. д.
- число 10^N записывается как единица и N нулей:

$$10^N = 1\underbrace{0 \ldots 0}_{N}$$

- число 10^N-1 записывается как *N* девяток:

$$10^N - 1 = \underbrace{9 \ldots 9}_{N}$$

- число 10^N-10^M = $10^M \cdot (10^{N-M} - 1)$ записывается как N-M девяток, за которыми стоят M нулей:

$$10^N - 10^M = \underbrace{9\ldots9}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}$$

- число **2^N** в двоичной системе записывается как **единица** и **N** нулей:

$$2^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_2$$

- число **2^N-1** в двоичной системе записывается как **N** единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}{}_2$$

число **2^N–2^K** при **K < N** в двоичной системе записывается как **N–K** *единиц* и **K** *нулей*:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}{}_2$$

- число $\mathbf{3^N}$ записывается в *троичной системе* как *единица* и **N** *нулей*:

$$3^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}{}_3$$

- число $\mathbf{3^{N-1}}$ записывается в *троичной системе* как **N** *двоек*:

$$3^N - 1 = \underbrace{2\ldots2}_{N}{}_3$$

- число $\mathbf{3^N - 3^M = 3^M \cdot (3^{N-M} - 1)}$ записывается в *троичной системе* как **N-M** *двоек*, за которыми стоят **M** *нулей*:

$$3^N - 3^M = \underbrace{2\ldots2}_{N-M}\underbrace{0\ldots0}_{M}{}_3$$

Пример I:

Укажите через запятую в порядке возрастания ***все основания*** систем счисления, в которых запись числа **23** оканчивается на **2**.

Решение:

1. Здесь нужно найти все целые числа **N≥3**, такие, что остаток от деления **23** на **N** равен 2, или $23 = k \cdot N + 2$

где k– целое неотрицательное число (0, 1, 2, …)

2. Из равенства $23=k \cdot N+2$ получим $k \cdot N=21$
3. задача сводится к тому, чтобы найти все делители числа **21**, которые больше **2**
4. есть только три таких делителя: 3, 7, 21

Ответ: **3, 7, 21**

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

Ответ:

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

1) запись числа71 в системе с основанием оканчивается на 13, т.е. в разряде единиц – 3, это значит, что остаток от деления 71 на равен 3, то есть для некоторого целого имеем
2) таким образом, искомые основания – делители числа 68; остается выбрать из них те, которые соответствуют другим условиям задачи
3) среди чисел, оканчивающихся на 13 в системе счисления с основанием, минимальное – это само число; отсюда найдем максимальное основание: так что первый ответ: 68.
4) остальные числа, окачивающиеся в этой системе на 13, имеют не менее 3-х знаков (, …), т.е. все они больше
5) поэтому , следовательно,
6) по условию в записи числа есть цифра 3, поэтому (в системах с основанием ☐ 3 цифры 3 нет)
7) итак: , и при этом – делитель 68; единственное возможное значение (на 5,6,7 и 8 число 68 не делится)
8) таким образом, верный ответ: 4, 68.

Ответ:

Пример II:

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, **не** превосходящие **25**, запись которых в системе счисления с основанием **четыре** оканчивается на **11**?

Решение:

1. переведем **25** в четверичную систему счисления: **25** = 121_4,
2. все интересующие числа не больше этого значения
3. из этих чисел выделим только те, которые заканчиваются на 11таких чисел всего два: это 11_4 = **5** и 111_4 = **21**

Ответ: **5, 21**

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

Ответ:

Самостоятельно:

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

1) нас интересуют числа от 1 до 30; сначала определим, сколько цифр может быть в пятеричной записи эти чисел
2) поскольку   , в интересующих нас числах может быть не более 2 цифр (все трехзначные пятеричные числа, начинающиеся с 3, больше 30)
3) есть всего одно однозначное число, начинающееся на 3, это 3
4) выпишем все пятеричные двузначные числа, которые начинаются с 3, и переведем их в десятичную систему: 305 = 15, 315 = 16, 325 = 17, 335 = 18 и 345 = 19
5) таким образом, верный ответ – 3, 15, 16, 17, 18, 19 .

Ответ:

Пример III:

Запись числа $\mathbf{381_{10}}$ в системе счисления с основанием **N** оканчивается на **3** и содержит **3** цифры. Укажите ***наибольшее*** возможное основание этой системы счисления **N**.

Решение:

1. поскольку запись в системе счисления с основанием **N** заканчивается на **3**, то остаток от деления числа **381** на **N** равен **3**, то есть при некотором целом **k** имеем

$$k \cdot N + 3 = 381 \;\Rightarrow\; k \cdot N = 378$$

2. следовательно, основание **N** – это делитель числа

$$378 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$

3. но, так как запись числа содержит 3 цифры, то

$$100_N \le 381 < 1000_N \;\Rightarrow\; N^2 \le 381 < N^3$$

4. неравенство $N^2 \le 381$ дает $|N| \le 19$

$$19^2 = 361,\ 20^2 = 400$$

5. неравенство $381 < N^3$ дает $8 \le N$

$$7^3 = 343,\ 8^3 = 512$$

6. таким образом,

$$8 \le N \le 19$$

в этом диапазоне делителями числа **378** являются числа

- ✔ **9**, при $N = 9$ получаем запись числа $381_{10} = 463_9$
- ✔ **14**, при $N = 14$ получаем запись числа $381_{10} = 1D3_{14}$
- ✔ **18**, при $N = 18$ получаем запись числа $381_{10} = 133_{18}$

Ответ: **18**

Самостоятельно:

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.

Ответ:

Самостоятельно:

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 трехзначна.

1) обозначим через   неизвестное основание системы счисления, тогда запись числа 30 в этой системе имеет вид
2) вспомним алгоритм перевода числа из системы счисления с основанием в десятичную систему: расставляем сверху номера разрядов и умножаем каждую цифру на основание в степени, равной разряду:
3) поскольку запись трехзначная,   , поэтому
4) с другой стороны, четвертой цифры нет, то есть, в третьем разряде – ноль, поэтому
5) объединяя последние два условия, получаем, что искомое основание удовлетворяет двойному неравенству
6) учитывая, что   – целое число, методом подбора находим целые решения этого неравенства; их два – 4 и 5:
7) минимальное из этих значений – 4
8) таким образом, верный ответ – 4 .

Ответ:

Пример IV: Запись числа $\mathbf{67_{10}}$ в системе счисления с основанием **N** оканчивается на **1** и содержит **4** цифры. Укажите основание этой системы счисления **N**.

Решение:

1. поскольку запись в системе счисления с основанием N заканчивается на 1, то остаток от деления числа **67** на **N** равен **1**, то есть при некотором целом k имеем

$$k \cdot N + 1 = 67 \;\Rightarrow\; k \cdot N = 66$$

2. следовательно, основание N – это делитель числа 66

3. с другой стороны, запись числа содержит 4 цифры, то есть

$$1000_N \le 67 < 10000_N \;\Rightarrow\; N^3 \le 67 < N^4$$

4. выпишем кубы и четвертые степени первых натуральных чисел, которые являются делителями числа 66:

$$2^3 = 8,\; 3^3 = 27,\; 6^3 = 216,\ldots$$

$$2^4 = 16,\; 3^4 = 81,\ldots$$

5. из этого списка только для числа **N = 3** выполняется условие

$$N^3 \le 67 < N^4$$

$\mathbf{67_{10} = 2111_3}$

Ответ: **3**

Пример V:

Решите уравнение $60_8 + x = 120_7$.
Ответ запишите в **шестеричной** системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1. переведем все числа в десятичную систему, решим уравнение и результат переведем в шестеричную систему

$$60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48, \quad 120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 = 63$$

2. уравнение приобретает вид $48 + x = 63$

откуда

$$x = 15$$

3. переводим 15 в шестеричную систему счисления:

получаем

$$15 = 2 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 23_6$$

Ответ: **23**

Пример VI:

Запись *десятичного числа* в системах счисления с основаниями **3** и **5** в обоих случаях имеет последней цифрой **0**. Какое *минимальное натуральное десятичное число* удовлетворяет этому требованию?

Решение:

в данной задаче требуется найти **наименьшее натуральное число**, которое делится одновременно на **3** и на **5**, *то есть*, делится на **15**

Ответ: **15**

Пример VII:

Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$

Ответ запишите в ***троичной** системе счисления*.

Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

1. переведём все числа в *десятичную* систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1, \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$

2. собирая всё в одно уравнение получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 2x - 48 = 0$$

3. это уравнение имеет два решения: 6 и -8

Ответ: **6**

4. переводим ответ в ***троичную*** систему:

$6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3$.

Ответ: **20**

Самостоятельно:

Решите уравнение $33_{x+4} - 33_4 = 33_{10}$
Ответ запишите в десятичной системе счисления.

Ответ: 11

Пример VIII:

Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$

Решение:

1. Приведём все числа к *степеням двойки*, разложив **80** как 2^6+2^4:

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80 = (2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^6 - 2^4 =$$

$$= 2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4 \quad = 2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

2. Т.к. число 2^N-1 в двоичной системе записывается как **N** единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$$

а число 2^N-2^K при **K < N** записывается как **N–K** *единиц* и **K** *нулей*:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

3. из **п. 2**, число $2^{2400} - 2^{2018}$ запишется как **382** *единиц* и **2018** *нулей*

4. прибавление 2^{4032} даст число $2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018}$, в котором **383** единицы и в конце (после последней *единицы*) – **2018** *нулей*:

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} = 10\ldots0\underbrace{1\ldots1}_{382}\underbrace{0\ldots0}_{2018}$$

выделим из этого значения последнюю *единицу* со следующими **2018** *нулями* как отдельное слагаемое (число **2^{2018}**): $2^{4032}+2^{2400}-2^{2018}=10\ldots0\underbrace{1\ldots1}_{381}\underbrace{10\ldots0}_{2019}+\underbrace{10\ldots0}_{2018}=K+2^{2018}$

где число **K** содержит **382** *единицы* в старших разрядах;

таким образом, интересующее нас число $K+2^{2018}-2^{6}-2^{4}$

согласно п. 2, число $2^{2018}-2^{6}$ запишется как 2012 единиц и 6 нулей;

также выделим последнюю единицу с последующими нулями как отдельное слагаемое:

$$2^{2018}-2^{6}=\underbrace{1\ldots1}_{2012}\underbrace{0\ldots0}_{6}=\underbrace{1\ldots1}_{2011}\underbrace{10\ldots0}_{7}=\underbrace{1\ldots1}_{2011}\underbrace{0\ldots0}_{7}+\underbrace{10\ldots0}_{6}=L+2^{6}$$

где число L содержит 2011 единиц

теперь остаётся найти, сколько единиц будет в двоичной записи числа $2^{6}-2^{4}$, согласно п. 2 находим, что оно содержит 2 единицы

общее число единиц равно **382 + 2011 + 2 = 2395**

Ответ: **2395**

Пример IX:

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6$$

Решение:

1. Приведём все числа к *степеням двойки*, разложив **6** как 2^2+2^1:

$4^{2016} + 2^{2018} - 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 =$

$= 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1$

2. Т.к. число $\mathbf{2^N-1}$ в двоичной системе записывается как **N** единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$$

а число $\mathbf{2^N-2^K}$ при **K < N** записывается как **N–K** *единиц* и **K** *нулей*:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

3. из **п. 2**, число $\mathbf{2^{2018} - 2^{1800}}$ запишется как **218** *единиц* и **1800** *нулей*

4. прибавление $\mathbf{2^{4032}}$ даст ещё **одну** *единицу*, а прибавление 2^2+2^1 – еще две, всего получается **218 + 3** = **221** *единиц*

Ответ: **221**

Пример X:

Сколько единиц в двоичной записи числа

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8$$

Решение:

1. Приведём все числа к *степеням двойки*:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = (2^2)^{2014} + 2^{2015} - 2^3 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

2. Т.к. число $\mathbf{2^N-1}$ в двоичной системе записывается как **N** единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$$

а число $\mathbf{2^N-2^K}$ при **K < N** записывается как **N–K** *единиц* и **K** *нулей*:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

3. из **п. 2**, число $\mathbf{2^{2015} - 2^3}$ запишется как **2012** *единиц* и **3** *нуля*

4. прибавление $\mathbf{2^{4028}}$ даст ещё **одну** *единицу*, всего получается **2012 + 1** = **2013** *единиц*

Ответ: **2013**

Пример XI:

Сколько *единиц* в двоичной записи числа
$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122$$

Решение:

1. приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что
$\mathbf{122 = 128 - 4 - 2 = 2^7 - 2^2 - 2^1}$:

$$4^{2015} + 8^{405} - 2^{150} - 122 = (2^2)^{2015} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$

2. число $\mathbf{2^N - 2^K}$ при **K < N** записывается как **N–K** *единиц* и **K** *нулей:*

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

3. для того чтобы использовать это свойство, нужно представить заданное выражение в виде пар вида $\mathbf{2^N - 2^K}$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию:

$$2^{4030} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^2 + 2^1$$

4. Но, два знака «минус» подряд, не позволяет сразу использовать формулу

- используем равенство $\boxed{-2^N = -2^{N+1} + 2^N}$
- в нашем выражении: $\mathbf{-\,2^{150} = -\,2^{151} + 2^{150}}$
- получаем $\mathbf{2^{4030} + (2^{1215} - 2^{151}) + (2^{150} - 2^{7}) + 2^{2} + 2^{1}}$
- здесь две пары $\mathbf{2^N - 2^K}$, а остальные слагаемые дают по **одной** *единице*
- общее число единиц :**1 + (1215 – 151) + (150 – 7) + 1 + 1 = 1210**

Ответ: **1210**

Пример XII:

Сколько *единиц* содержится в двоичной записи результата выражения: $\mathbf{(2 \cdot 100_8)^{500} - 4^{501} + 2^{502}}$?

Решение

$$(2 \cdot 100_8)^{500} - 4^{501} + 2^{502} = (2 \cdot 8^2)^{500} - 4^{501} + 2^{502} =$$

$$= (2 \cdot (2^3)^2)^{500} - (2^2)^{501} + 2^{502} = (2 \cdot 2^6)^{500} - (2^2)^{501} + 2^{502} =$$

$$= (2^7)^{500} - (2^2)^{501} + 2^{502} = \mathbf{2^{3500} - 2^{1002} + 2^{502}}$$

$\mathbf{2^n}$ есть двоичное число, в котором имеется одна *единица* и **n** *нулей* после нее.

$$2^n = 1\underbrace{000\ldots000}_{n\ \text{нулей}}$$

Тогда:

$$2^{3500} = 1\underbrace{000\ldots000}_{3500\ \text{нулей}}$$

$$2^{1002} = 1\underbrace{000\ldots000}_{1002\ \text{нуля}}$$

$$2^{502} = 1\underbrace{000\ldots000}_{502\ \text{нуля}}$$

Рассмотрим операцию вычитания в двоичной системе:

$$\begin{array}{r} \overbrace{1}^{n}00\ldots0000\ldots00000 \\ - \qquad \underbrace{1}_{m}00\ldots00000 \\ \hline \underbrace{1}_{n-1}1\ldots1\underbrace{1}_{m}00\ldots00000 \end{array}$$

При таком вычитании из числа с *единицей* в позиции **n** числа с *единицей* в позиции **m** получается двоичное число, в котором *единицы* стоят в позициях с (**n – 1**) по **m**, после которых записаны только *нули*.

В нашем случае $\mathbf{2^{3500} - 2^{1002}}$ дает число, в котором *единицы* стоят в позициях с **3499** до **1002**.

Рассмотрим операцию сложения в двоичной системе счисления, когда одно число содержит некоторое количество *единиц* в позициях с **(*n* – 1)** по ***m***, а другое содержит только одну «лидирующую» единицу в позиции, меньшей ***m***, и некоторое количество нулей.

```
  1111...11100...000...00000
+                10...00000
   n-1     m       <m
----------------------------
  1111...11100...010...00000
```

Такое сложение добавляет в получаемое число еще одну *единицу* в позиции, соответствующей степени двойки в прибавляемом числе.

Тогда в двоичном числе, являющемся результатом вычисления выражения $\mathbf{2^{3500} - 2^{1002} + 2^{502}}$,

единицы расположены в позициях с **3499** по **1002** включительно плюс имеется еще **одна** *единица* в позиции **502**.

Всего единиц в этом числе: **(3499 – 1002 + 1) + 1 = 2499**.

Ответ: **2499**

Пример XIII: Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ записали в *системе счисления* с основанием **3**. Сколько цифр «**2**» содержится в этой записи?

Решение:

1. приведём все слагаемые к виду 3^N и расставим в порядке убывания степеней

$$9^8 + 3^5 - 9 = 3^{16} + 3^5 - 3^2$$

2. первое слагаемое, 3^{16}, даёт в *троичной записи* одну *единицу* – она нас не интересует

3. пара $3^5 - 3^2$ даёт $5 - 2 = 3$ *двойки*

Ответ: **3**

Пример XIV: Сколько *значащих нулей* в *двоичной* записи числа $4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$

Решение:

1. приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что $250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1$:

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$

2. число $2^N–2^K$ при **K < N** записывается как **N–K** *единиц* и **K** *нулей:*

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

3. для того чтобы использовать это свойство, нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N–2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию: $2^{1536} + 2^{1024} – 2^{128} – 2^8 + 2^2 + 2^1$

4. Но, два знака «минус» подряд, не позволяет сразу использовать формулу

- используем равенство $$\boxed{-2^N = -2^{N+1} + 2^N}$$
- в нашем выражении: $– 2^{128} = – 2^{129} + 2^{128}$
- получаем $2^{1536} + (2^{1024} – 2^{129}) + (2^{128} – 2^8) + 2^2 + 2^1$
- здесь две пары $2^N–2^K$, а остальные слагаемые дают по **одной** *единице*
- общее число единиц :**1 + (1024 – 129) + (128 – 8) + 1 + 1 = 1018**
- количество значащих нулей: **1537 – 1018 = 519**

Ответ: **519**

ДЕМО - 2017

16. Значение арифметического выражения: $\mathbf{9^{18} + 3^{54} - 9}$ – записали в системе счисления с основанием **3**. Сколько цифр «**2**» содержится в этой записи?

Решение:

3^{54}

$$\overbrace{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}^{54}$$

3^{36}

+

$$\overbrace{1\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}^{36}$$

0 2 2 ... 2 2 2 2 3

$$1\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$$

$9=3^2$

-

$$1\ 0\ 0$$

$$1\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 0\ 0\ \underbrace{2\ 2\ \ldots\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2}_{36-2=34}\ 0\ 0$$

$\mathbf{3_{10}=10_3}$

$\mathbf{9_{10}=100_3}$

Ответ: 34

ДЕМО - 2018

16. Значение арифметического выражения: $49^{10} + 7^{30} - 49$ – записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» содержится в этой записи?

Решение:

Результат: 18

125. Некоторое число **X** из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями **16, 8, 4, 2**. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены знаком *:

$$\mathbf{X = E*_{16} = *5*_{8} = ***1_{4} = *****1**_{2}}$$

Определите число **X**.

$$\mathbf{X = E*_{16} = 14\cdot16^{1}+*\cdot16^{0} \quad =224+*}$$

где * может принимать значения <16

$\mathbf{224 \leq X<240}$

$$\mathbf{X =*5*_{8} = *\cdot8^{2}+5\cdot8^{1}+*\cdot8^{0}= \ *\cdot64+40+*\cdot1= \ *\cdot65+40+*}$$

где * может принимать значения от 1 до 7

$\mathbf{105 \leq X \leq 495}$

$$\mathbf{X = ***1_{4} = *\cdot4^{3}+*\cdot4^{2}+*\cdot4^{1}+1=}$$

где * может принимать значения от 1 до 3

$\mathbf{65 \leq X \leq 253}$

$$\mathbf{X=*****1**_{2}=*\cdot2^{7}+*\cdot2^{6}+*\cdot2^{5}+*\cdot2^{4}+*\cdot2^{3}+1*2^{2}+*\cdot2^{1}+*\cdot2^{0}}$$

Где * может принимать значения от 0 до 1

$\mathbf{132 \leq X \leq 255}$

Тогда 224 ≤ X ≤

Ответ:

Задания для самостоятельного решения:

1. Сколько единиц в двоичной записи числа $8^{1341} – 4^{1342} + 2^{1343} – 1344$?

2. Некоторое число X из десятичной системы счисления перевели в системы счисления с основаниями 16, 8. Часть символов при записи утеряна. Позиции утерянных символов обозначены *:

$$X = *5_{16} = *0*_8.$$

Сколько чисел соответствуют условию задачи?

3. Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа $2^{379}+2^{378}+2^{377}$?

4. В системе счисления с основанием N запись числа 87 оканчивается на 2 и содержит не менее трёх цифр. Чему равно число N?

5. Определите число N, для которого выполняется равенство $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$

6. Значение арифметического выражения: $49^{13} + 7^{33} – 49$ записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «6» в этой записи?

7. Значение арифметического выражения: $25^{56} + 5^{138} – 5$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр «4» в этой записи?