

Ударные волны

Ударная волна (УВ) - скачкообразное изменение параметров среды ($P_0 \rightarrow P_1$; $\rho_0 \rightarrow \rho_1$, $T_0 \rightarrow T_1$) и практически мгновенное вовлечение среды ($U_0 = 0$) в движение ($U_1 > 0$). Выведем основные соотношения между начальным и конечным состоянием газа для УВ.

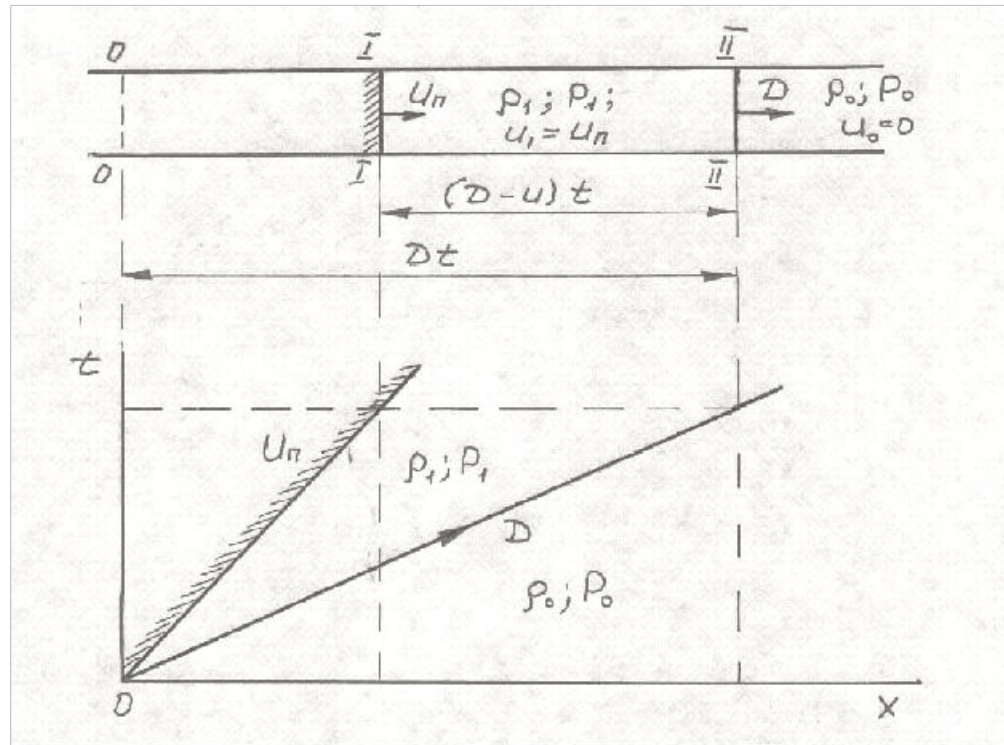


Рис. 6.1 к выводу законов сохранения

Где сечение 0-0 - первоначальное положение поршня

I-I и II-II - положение поршня и УВ в произвольный момент времени (t)

индекс "0" - исходное состояние газа

индекс "1" - ударносжатое состояние газа

Закон сохранения массы:

$$\rho_0 D = \rho_1 (D - U_1) , \text{ или } (6.1)$$

$$D = U_1 \frac{V_0}{V_1 - V_0} . (6.2)$$

Закон сохранения количества движения.

$$P_1 - P_0 = \rho_0 \cdot D \cdot U_1 , (6.3)$$

используя (6.2), получим

$$U_1 = \sqrt{(P_1 - P_0)(V_0 - V_1)} = (V_0 - V_1) \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{V_0 - V_1}} , (6.4)$$

тогда (6.2)

$$D = V_0 \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{V_0 - V_1}} . (6.5)$$

Закон сохранения энергии:

$$P_1 U_1 = \rho_0 D \left(\Delta E + \frac{U_1^2}{2} \right) \quad , \quad (6.6)$$

где: $\Delta E = E_1 - E_0$ - изменение внутренней энергии элемента массы газа
используя (6.5), (6.6), получим

$$\Delta E = \frac{1}{2} (P_1 + P_0) (V_0 - V_1) \quad . \quad (6.7)$$

Для идеального газа

$$\Delta E = C_v (T_1 - T_0) = \frac{1}{k-1} (P_1 V_1 + P_0 V_0) \quad . \quad (6.8)$$

Приравняв (6.7) и (6.8) и преобразовав, получим

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{P_1(k+1) + P_0(k-1)}{P_1(k-1) + P_0(k+1)} = \sigma \quad , \quad (6.9)$$

где σ - степень сжатия газа.

Уравнение (6.9) носит название ударной адиабаты или адиабаты Гюгонио.

При $P_1 \rightarrow \infty$ (6.9) принимает вид

$$\frac{\rho_{\max}}{\rho_0} = \frac{V_0}{V_{\min}} = \frac{(k+1)}{(k-1)} = h, \quad (6.10)$$

где h - величина предельной степени сжатия.

Подставив уравнение (6.10) в (6.9) получим:

$$P_1 = P_0 \left(\frac{h\sigma - 1}{h - \sigma} \right). \quad (6.11)$$

Графическое отображение обычного адиабатического и ударного сжатия приведено на рис. 6.2

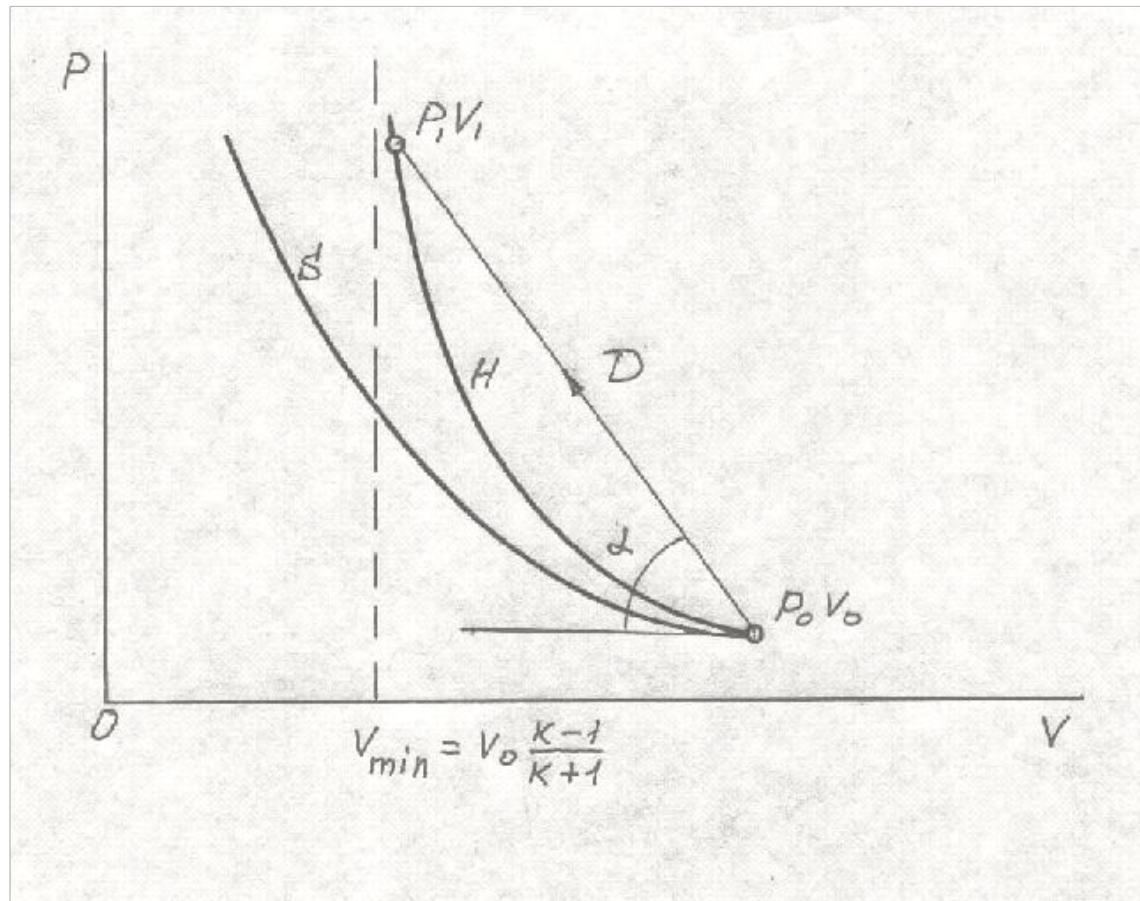


Рис 6.2 Ударная адиабата (H) и изоэнтропа (S). D-волновой луч

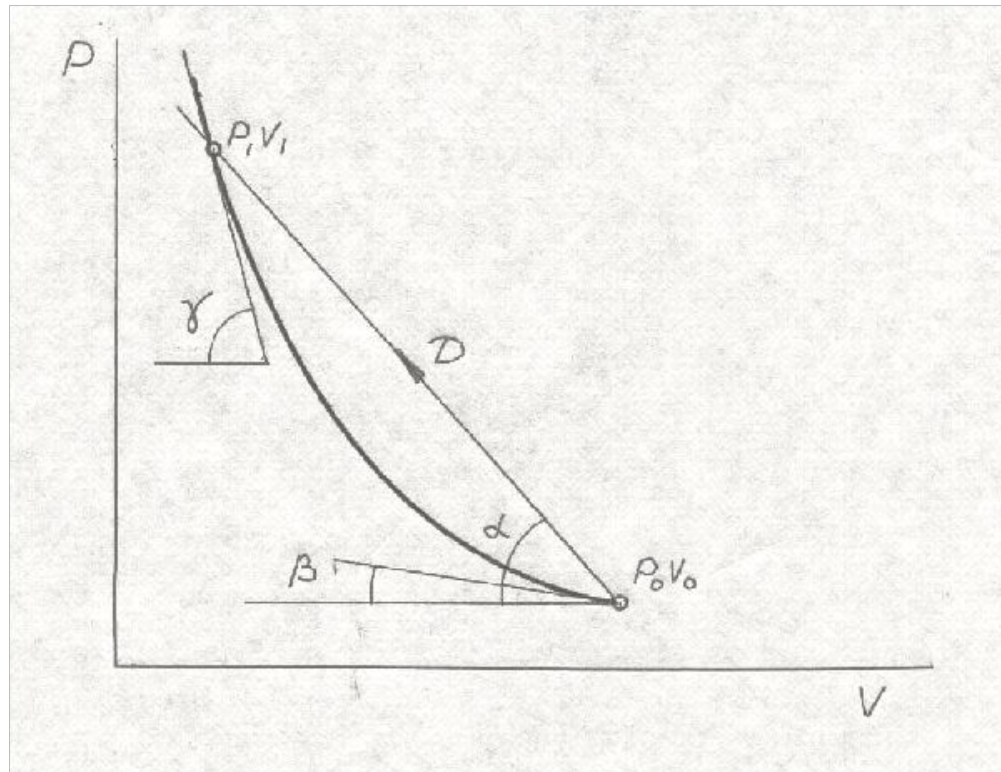


Рис 6.3 Для сопоставления скорости UV со скоростями звука в невозмущенном ($P_0 V_0$) и ударносжатом ($P_1 V_1$) веществе.

При переходе через фронт УВ состояние скачкообразно необратимо изменяется от (P_0, V_0) до (P_1, V_1) вдоль волнового луча (D).

Из рис 6.3 следует, что при $P_1 \approx P_0$

$$D = V_0 \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{V_0 - V_1}} = V_0 \cdot \sqrt{\operatorname{tg}(\alpha)} \rightarrow V_0 \sqrt{\left(-\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s} = V_0 \cdot \operatorname{tg}(\beta) = C_0 \quad (6.12)$$

При $P_1 > P_0$

a) $D > C_0$

$$b) V_1 \sqrt{\left(-\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s} = V_1 \sqrt{\operatorname{tg}(\gamma)} = C_1 > D = V_0 \sqrt{\operatorname{tg}(\alpha)} \quad (6.13)$$

Используя уравнение идеального газа, представим (6.3) в виде

$$P_1 - P_0 = R(\rho_1 T_1 - \rho_0 T_0) = \rho_0 D U \quad . \quad (6.14)$$

Подставляя (6.1) и принимая во внимание, что $E = C_v T = \frac{PV}{k-1}$, найдем соотношение между параметрами для газов

$$U = \frac{2}{k+1} D \left(1 - \frac{C_0^2}{D^2} \right) \quad , \quad (6.15)$$

$$P_1 - P_0 = \frac{2}{k+1} \rho_0 D^2 \left(1 - \frac{C_0^2}{D^2} \right) \quad , \quad (6.16)$$

$$\frac{V_0 - V_1}{V_0} = \frac{2}{k+1} \left(1 - \frac{C_0^2}{D^2} \right) \quad . \quad (6.17)$$

Для очень сильных УВ в газах, когда $P_1 \gg P_0$, а $\sigma \rightarrow h$ (6.15)-(6.17) примут вид

$$U = \frac{2}{k+1} D, \quad (6.18)$$

$$P_1 = \frac{2}{k+1} \rho_0 D^2, \quad (6.19)$$

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{k+1}{k-1}, \quad (6.20)$$

$$T_1 = T_0 \frac{P_1(k-1)}{P_0(k+1)}. \quad (6.21)$$

Давление ударного сжатия среды (рис 6.4) (P_1) может быть представлено в виде двух составляющих: упругого давления (P_y) - давление холодного сжатия и теплового (P_T):

$$P_1 = P_y + P_T \quad . \quad (6.22)$$

Развиваемое в газах давление имеет тепловую природу, оно связано с переносом импульса частиц, участвующих в тепловом движении. Для сильного сжатия требуются сравнительно небольшие давления и тепловая составляющая для газов значительно превышает упругую.

Совершенно иначе ведет себя конденсированная среда (твердое или жидкое тело). Чтобы сжать твердое тело, необходимо преодолеть упругое противодействие за счет возрастания сил отталкивания при сближении атомов. Поэтому, для конденсированных сред основу развиваемого давления составляет упругая составляющая.

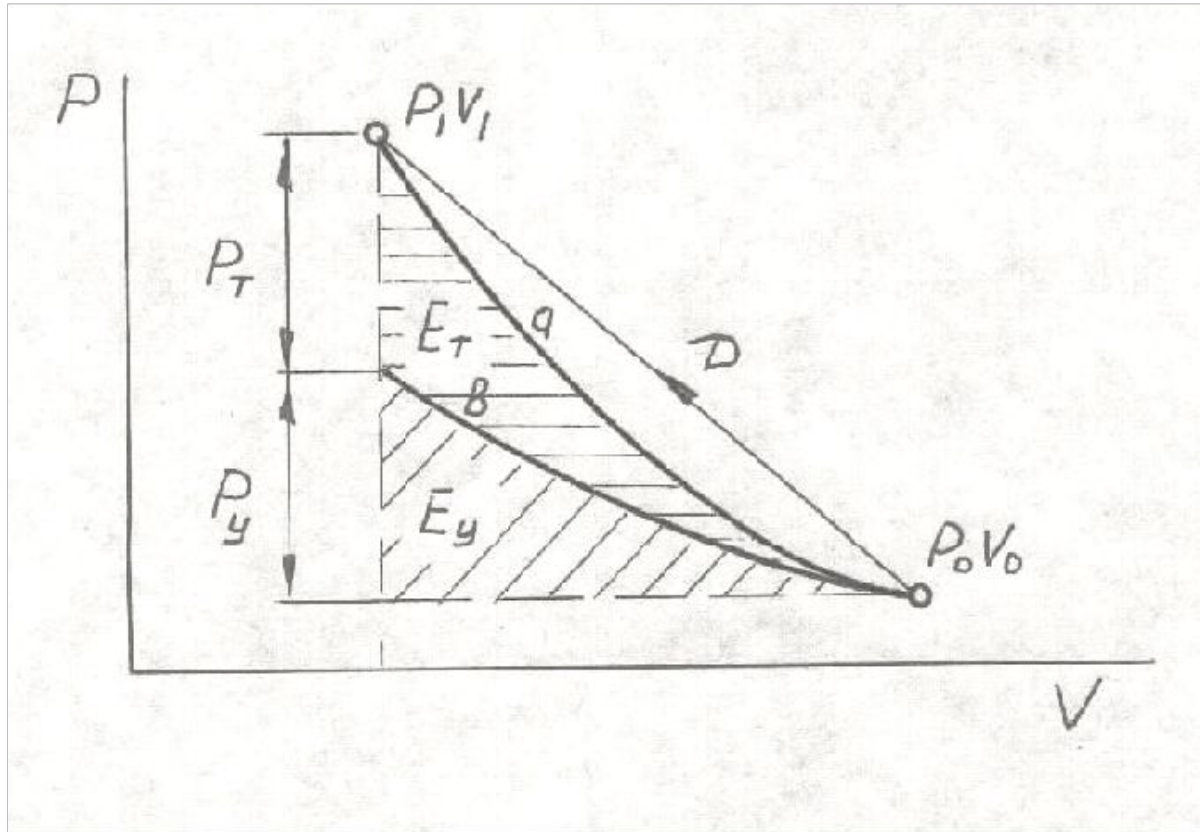


Рис 6.4 Ударная адиабата (а) и изотерма (“холодное” сжатие) (b). Штриховка - затраты энергии по составляющим

Уравнение (6.22) для твердого тела запишем как:

$$P_1 = P_y(V) + P_T(V, T) . \quad (6.23)$$

Из выражения $TdS = dE + PdV$ при $T = 0^0\text{K}$,
где dS - изменение энтропии,

$$P_y = - \frac{dE_y}{dV} . \quad (6.24)$$

Тепловая составляющая давления

$$P_T = \gamma \frac{E_T}{V} , \quad (6.25)$$

где γ - коэффициент Грюнайзена (отношение теплового давления к плотности тепловой энергии).

Задача по определению уравнения состояния конденсированной среды сводится к отысканию кривой “холодного” сжатия и коэффициента Грюнайзена.

При нормальных условиях $\gamma = \beta \chi \frac{V_0}{C_0}$,

где β - объемный коэффициент термического расширения;

$\chi = -V_0 \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)$ - модуль объемного сжатия.

Величина (γ) для металлов (Уолш, Райс), например, составляет 1 ÷ 3

На практике часто используется закон ударной сжимаемости

$$D = C_0 + S U \quad , \quad (6.27)$$

где C_0 , S - эмпирические коэффициенты (C_0 имеет смысл гидродинамической скорости звука).

Из уравнения (6.27) ударная адиабата Гюгонио для твердых тел примет вид

$$P_1 = \rho_0 C_0^2 \frac{\sigma(\sigma - 1)}{[\sigma - s(\sigma - 1)]^2} \quad , \quad (6.28)$$

Если $P_1 \rightarrow \infty$, то $[\sigma - s(\sigma - 1)] = 0$,

$$\sigma \rightarrow h = \frac{s}{s-1}.$$

Модельные задачи на взаимодействие волн

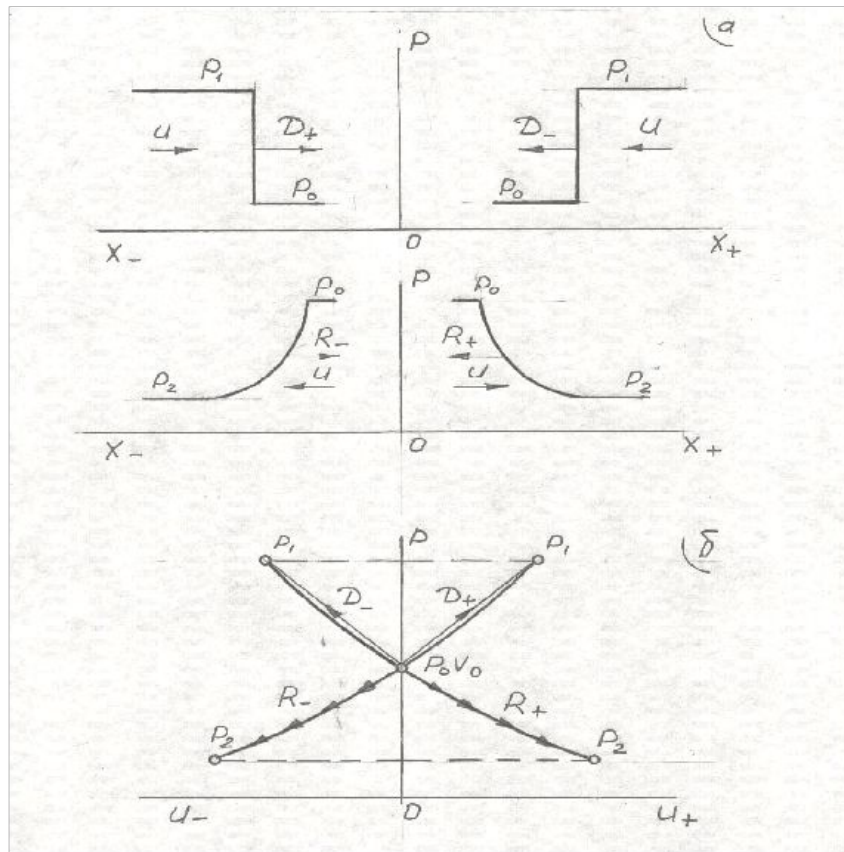


Рис 7.1 Ударные волны и волны разрежения.
 а - эпюры давлений
 б- P, U - диаграмма процессов сжатия или расширения (исходная среда находится в состоянии покоя $U_0=0$)

Рассмотрение процессов ударного сжатия в волнах разгрузки удобно проводить с использованием P, U - координат, т.к. они позволяют не только охарактеризовать состояние среды, но в отличие от P, V - координат они позволяют установить направление движения вещества в результате волнообразных процессов.

Так, при переходе через фронт УВ вещество вовлекается в движение в направлении распространения фронта, а в волне разгрузки в направлении, противоположном движению волны (рис 7.1а) На рис 7.1б изображены в P, U - координатах ударные адиабаты (изоэнтропы) для процессов ударного сжатия (расширения), являющиеся зеркальным отображением друг друга. Знаки, присваиваемые волнам, соответствуют знаку направления движения вещества за их фронтом.

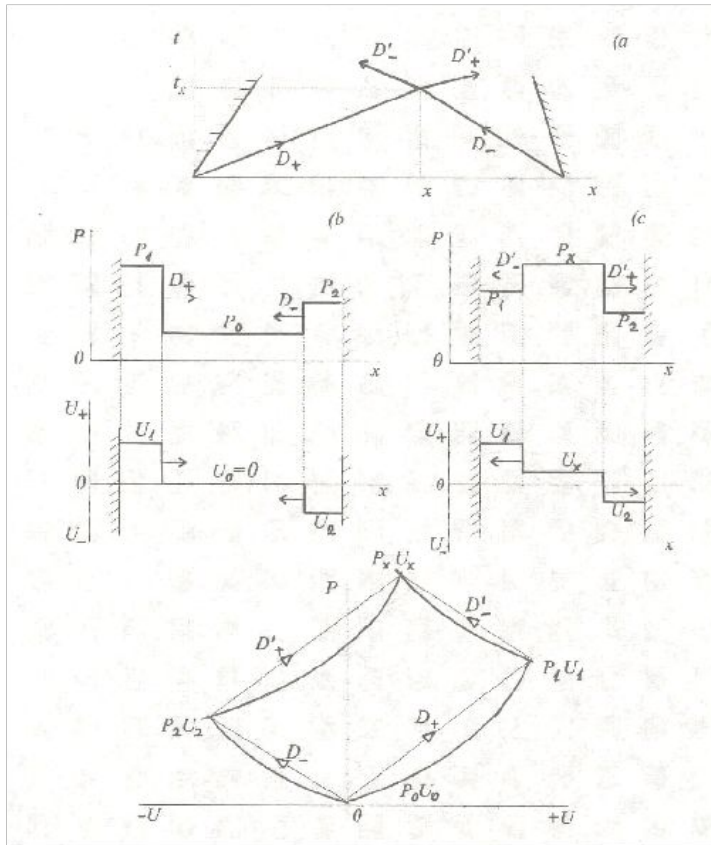


Рис. 7.2

- a- t, x -диаграмма (x и t_x - место и время встречи)
- b- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t < t_x$
- c- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_x$
- d- P, U - диаграмма, индекс (') относится к преломленным волнам

Столкновение двух ударных волн.

В трубе, заполненной покоящимся газом, навстречу друг другу движутся два поршня создающие УВ, причем $D_+ > D_-$. (рис. 7.2)

При столкновении волн происходит столкновение потоков вещества, за счет чего в момент столкновения давление скачкообразно увеличивается. Это приводит к возникновению двух новых преломленных (отраженных) волн. Искомые состояния вещества после столкновения волн (P_x, U_x) находятся как точка пересечения двух ударных адиабат, построенных для отраженных волн из точек P_2U_2 и P_1U_1 . Из P, U - диаграммы следует, что после столкновения вещество будет двигаться вправо, т.е. в том же направлении, что и более интенсивная УВ. При одинаковой интенсивности волн ($P_2 = P_1$) после их столкновения вещество будет неподвижно ($U_x = 0$). Развиваемое при столкновении давление больше, чем в первоначальных волнах.

Столкновение двух волн разрежения

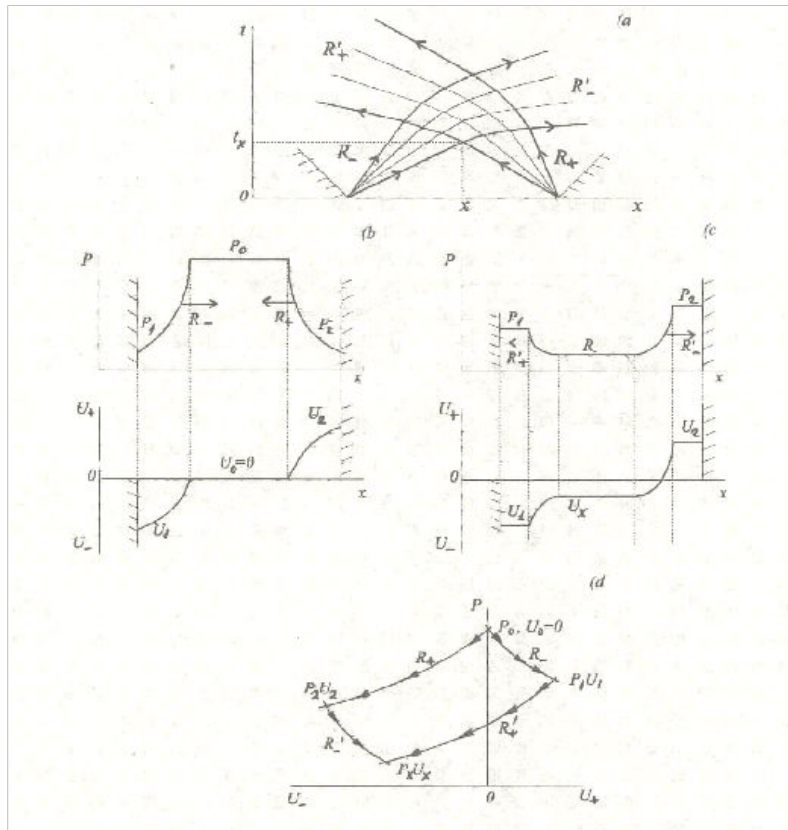


Рис 7.3

a- t, x -диаграмма

b- эшоры $P(x)$ и $U(x)$ для $t < t_x$

c- эшоры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_x$

d- P, U - диаграмма, индекс () относится к преломленным

Два поршня, находящиеся в трубе, заполненной газом, мгновенно приходят в движение в разные стороны. Это приводит к возникновению двух центрированных волн разрежения, движущихся навстречу друг другу. Положим, что в волне R_- разрежение больше, чем в R_+ .

(см рис 7.3)

Как и в предыдущей задаче, столкновение волн приводит к образованию двух новых, преломленных волн разрежения. Искомое состояние вещества после столкновения (P_x, U_x) находится как точка пересечения изоэнтроп, построенных для преломленных волн из точек P_2U_2 и P_1U_1 . В результате столкновения достигается большее разрежение, чем в каждой из первоначальных волн.

Столкновение волн разрежения в конденсированных телах приводит к возникновению значительных растягивающих напряжений, что приводит к разрушению материала.

Волна разгрузки достигает ударную волну

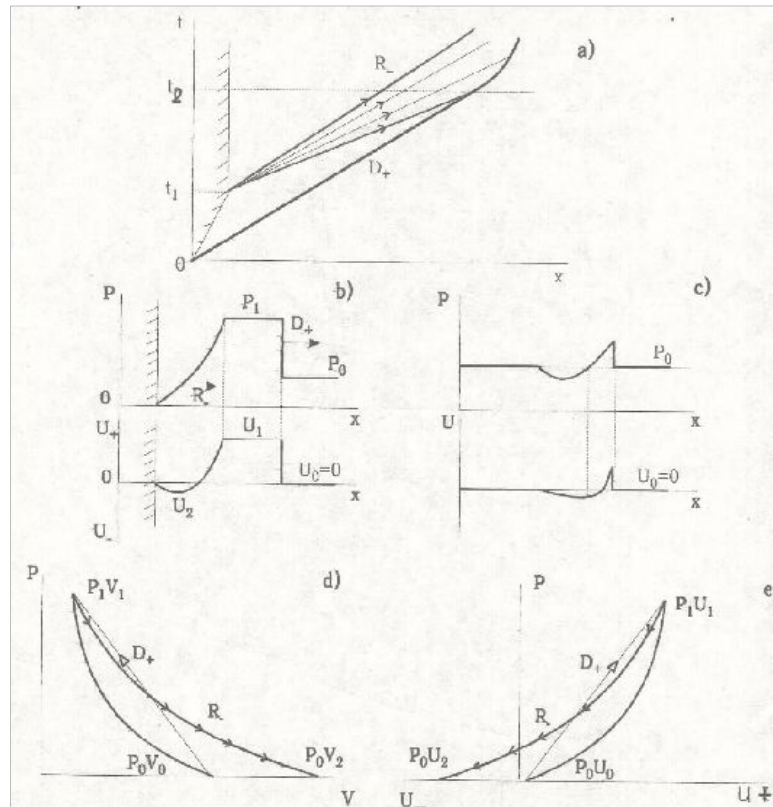


Рис 7.4

а- t, x - диаграмма

б- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t_1 < t < t_2$

в- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_2$

г- $P(V)$ - диаграмма

д- $P(U)$ - диаграмма

Поршень, движущийся по трубе с газом, создал ударную волну (D_+) (рис. 7.4). В момент времени (t_1) он мгновенно остановился.

Так как газ перед поршнем двигался, то в момент остановки последнего у его поверхности создается область разрежения. Образовавшаяся волна разрежения R будет распространяться вслед за УВ. В соответствии с (6.13) скорость у R будет больше, чем у D_+ и в некоторый момент времени t_2 она догонит УВ. Вследствие этого профиль УВ превратится из прямоугольного в треугольный с убывающей во времени амплитудой на фронте. В волне разрежения скорость газа не только не уменьшается по величине, но меняет направление движения (см. $P(U)$). Конечный объем газа (V_2) оказывается большим, чем первоначальный вследствие разогрева газа и адиабатичности процесса (см. $P(V)$).

На практике все существующие УВ имеют треугольный профиль, т.к. в реальных условиях "поршень" не может двигаться бесконечно долго.

Ударная волна и волна разрежения движутся в разные стороны

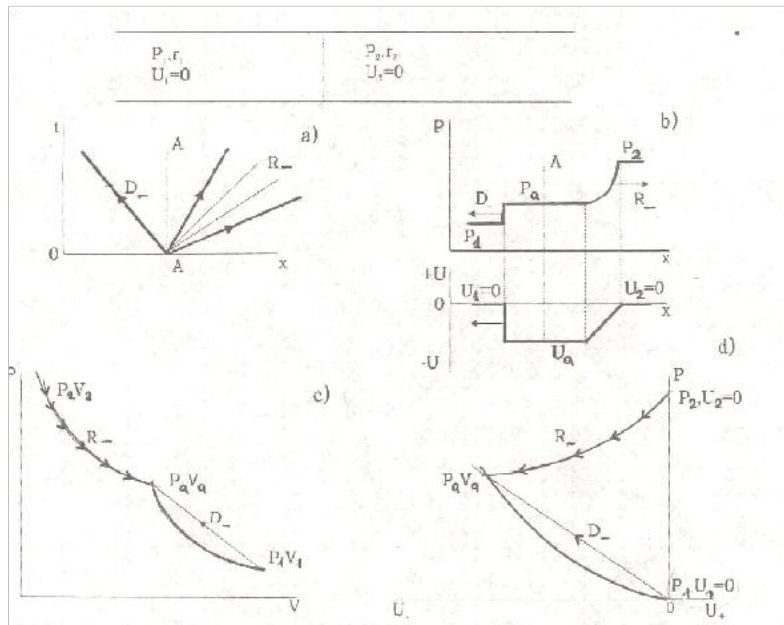


Рис 7.5

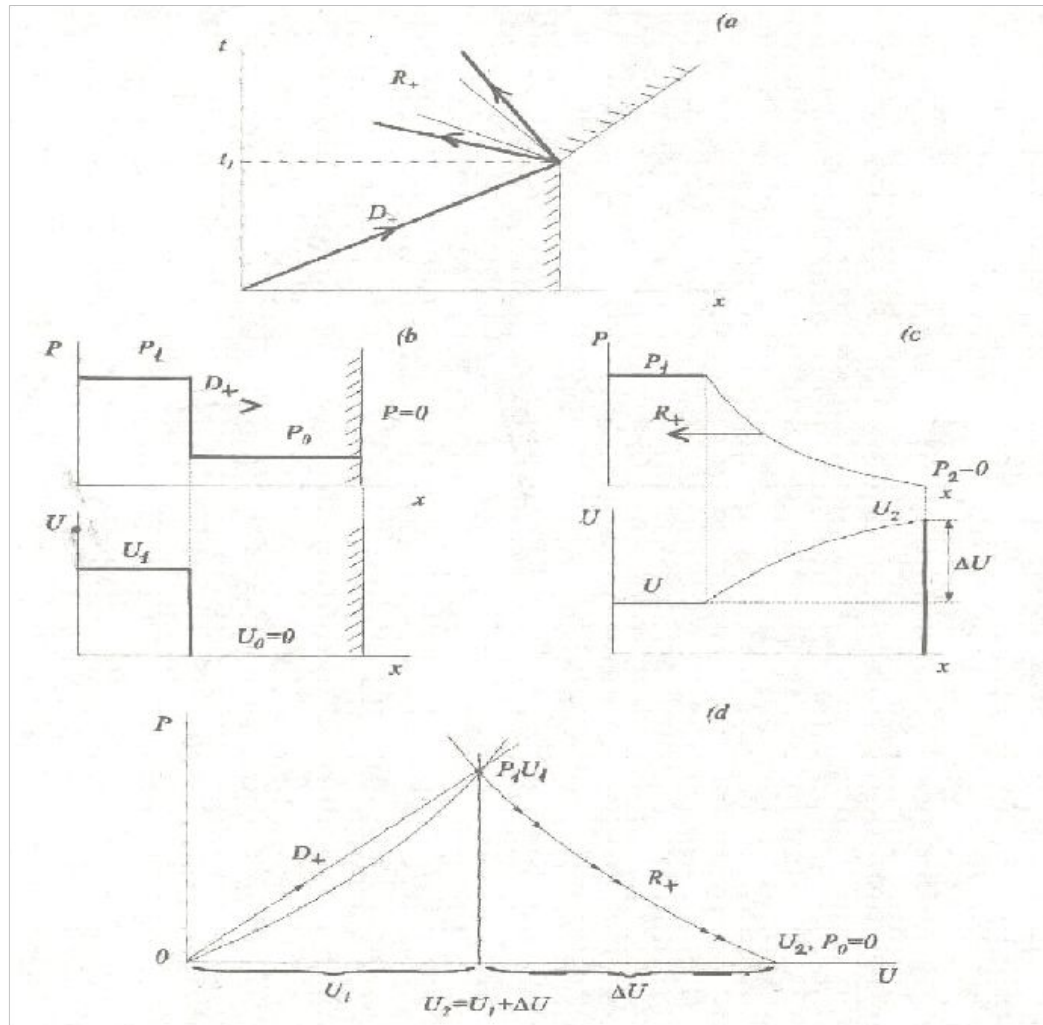
- a- t, x -диаграмма после снятия перегородки.
- b- эпюры $P(x)$ и $U(x)$
- c- $P(V)$ - диаграмма
- d- $P(U)$ - диаграмма

Труба заполнена газом и снабжена перегородкой, препятствующей перетоку газа. Справа давление (P_2) больше, чем слева (P_1) (рис. 7.5).

Так, как уже существует разность давлений, то при удалении (разрушении) перегородки, в разные стороны будут распространяться УВ (D_-) и ВР (R_-). Параметры на фронте УВ находятся как точка пересечения ударной адиабаты и изоэнтропы (см. $P(U)$). Чем больше разность исходных давлений, тем выше параметры УВ.

Подобный случай может возникать на практике, например при разрушении сосудов под давлением и пр.

Ударная волна, движущаяся по среде, выходит на границу с вакуумом



При выходе УВ на границу с вакуумом (t_1) возникает ВР (рис. 7.6), вследствие чего давление на границе падает до нуля, а вещество приобретает дополнительную скорость (ΔU).

Вещество, сжатое УВ (D_+) до состояния $P_1 U_1$ (см. $P(U)$), разгружается ВР (R_+) до $(U_2, P_2 = 0)$. Для не очень сильных УВ ударная адиабата незначительно отличается от изэнтропы (см. Рис. 6.2), в следствии этого численно $\Delta U = U_1$ и следовательно $U_2 = 2U_1$.

Рис 7.6

а- t, x - диаграмма

б- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t < t_1$

в- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_1$

г- $P(U)$ - диаграмма

Отражение ударной волны от недеформируемой стены

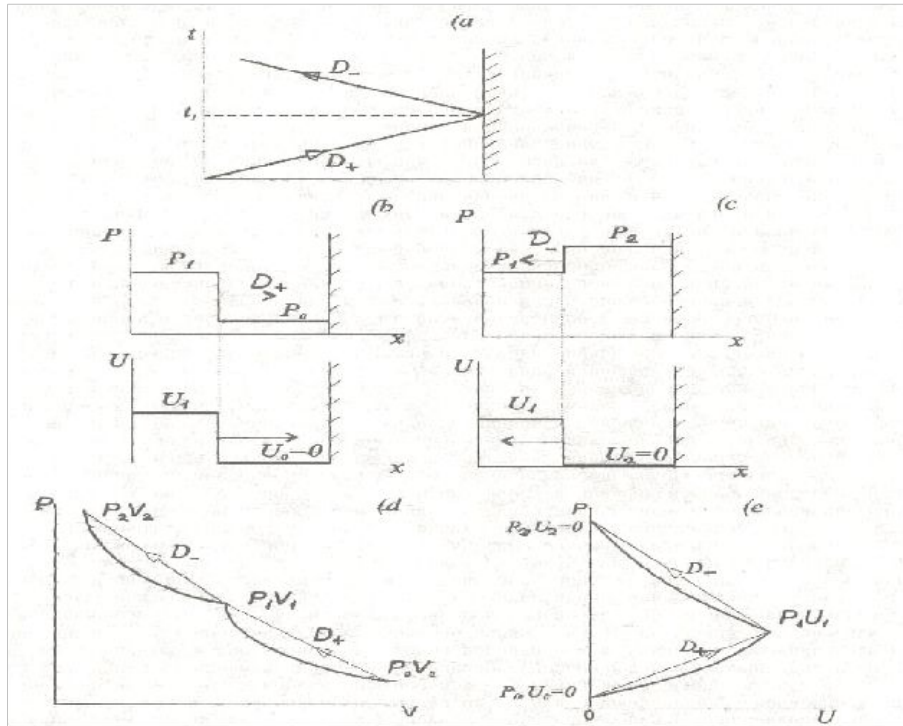


Рис 7.7

а- t, x - диаграмма

б- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t < t_1$

в- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_1$

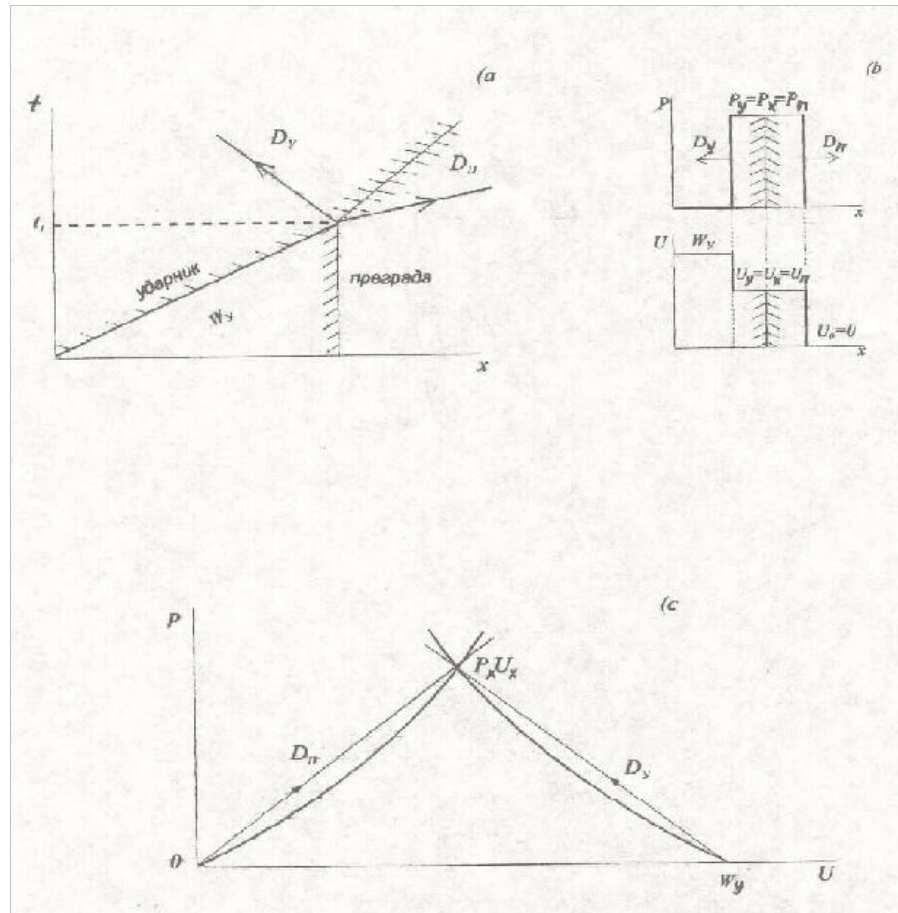
г- $P(V)$ - диаграмма

д- $P(U)$ - диаграмма

При выходе УВ (D_+) на границу с недеформируемой, абсолютно несжимаемой стеной бесконечной толщины происходит полное торможение ($U_2=0$) вещества, движущегося за фронтом УВ. В следствии этого давление на границе скачкообразно увеличивается (рис. 7.7) и возникает отражение УВ (D_-)

В результате отражения УВ среда подвергается двукратному сжатию (см. $P(V)$). Для нахождения давления двукратного сжатия из точки строится ударная адиабата до пересечения с осью давления, т.к. $U_2=0$.

Соударение тела, летящего со сверхзвуковой скоростью, с преградой



Ударник, летящий со сверхзвуковой скоростью (W_y), соударяется с преградой (рис. 7.8) (материалы ударника и преграды одинаковы).

В момент соударения происходит резкое торможение вещества ударника и на границе раздела происходит скачкообразное увеличение давления. От границы раздела в обе стороны будут распространяться возникшие УВ (D_y и D_m). Для нахождения состояния на границе ($P_x U_x$) строятся ударные адиабаты преграды из точки ($U_n=0$) и ударника (W_y). Если материалы одинаковы, то очевидно, что

$$U_x = \frac{W_y}{2}.$$

Рис 7.8

а- t, x -диаграмма

б- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_1$

с- $P(U)$ - диаграмма

Переход ударных волн через границу сред с разной сжимаемостью

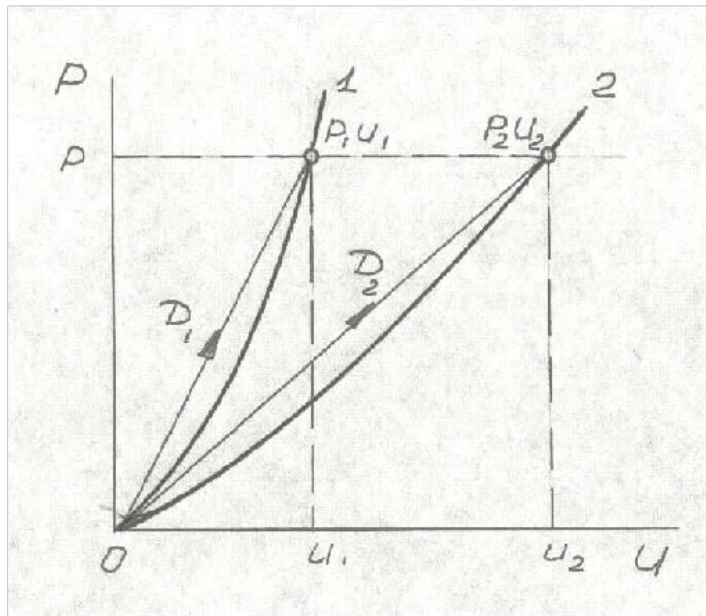


Рис. 7.9 Ударные адиабаты сред с разной сжимаемостью.

Каждое вещество обладает индивидуальными характеристиками, такими как плотность среды, способность сжиматься под действием УВ, т.е. обладает с точки зрения воздействия УВ, собственной ударной адиабатой.

Рассмотреть вопросы перехода волн из одной среды в другую можно только с помощью P,U-диаграмм (рис. 7.9)

Допустим два разных вещества сжимаются УВ до одинакового давления, то по (6.3)

$$P_1 = \rho_{01} U_1 D_1$$

$$P_2 = \rho_{02} U_2 D_2$$

Т.к. $P_1 = P_2$, $U_2 > U_1$, тогда $\rho_{01} D_1 > \rho_{02} D_2$.

Произведение $\rho_0 D$ носит название

акустического или волнового сопротивления среды и чем выше его величина, тем труднее сжать среду и вовлечь в движение. Для упрощения, в последующем, мы будем оперировать понятиями для сред: среда с малой плотностью (легко сжимается), среда с высокой плотностью (трудно сжимается).

Переход ударной волны в среду с большей плотностью

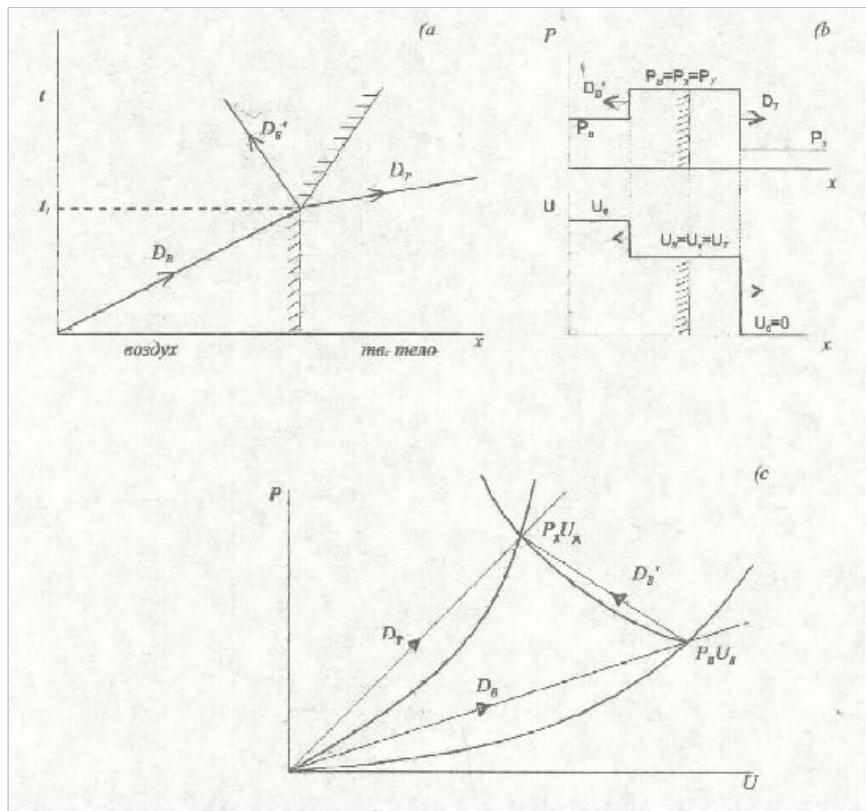


Рис 7.10

а- t, x - диаграмма

б- эпюры $P(x)$ и $U(x)$ для $t > t_1$

в- $P(U)$ - диаграмма

По аналогии с задачей 7.6, при выходе УВ на границу раздела (t_1), движущееся за фронтом волны вещество наталкивается на преграду (среда 2). Вследствие этого поток вещества тормозится, а давление на границе скачкообразно увеличивается (рис 7.10). По обе стороны границы давление и скорость вещества одинаковы.

От границы раздела по среде 1 в обратном направлении распространяется отраженная УВ, а по среде 2 - прямая УВ. Для нахождения состояния на границе раздела сред $(P_x U_x)$ из точки, соответствующей состоянию ударного сжатия среды 1 (например воздух) - $(P_в U_в)$, строится отраженная ударная адиабата до пересечения с ударной адиабатой среды 2 (твердое тело). При переходе УВ в более плотную среду происходит увеличение давления ($P_x > P_в$) и торможение потока вещества ($U_x < U_в$).

Переход ударной волны в среду с меньшей плотностью

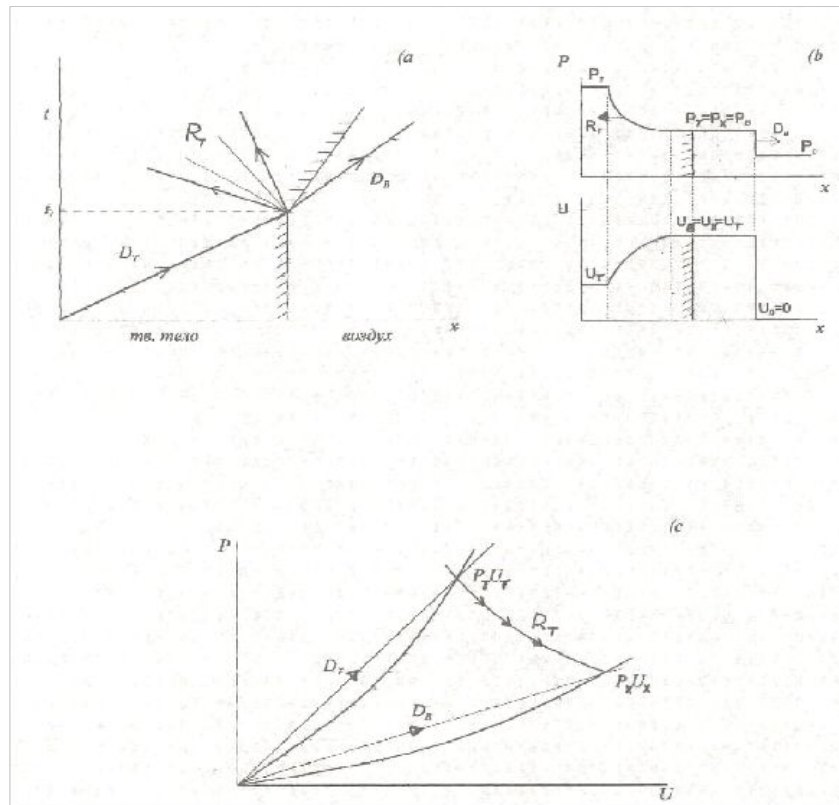


Рис. 7.11

a- t, x -диаграмма

b- эшоры $P(x)$ и $U(x)$ после выхода УВ на границу

с- $P(U)$ - диаграмма

При переходе УВ из среды с большей плотностью в среду с меньшей плотностью (например из твердого тела в воздух) граница раздела получает дополнительное ускорение, вследствие меньшего волнового сопротивления воздуха (рис. 7.11)

В воздухе возникает ударная волна, а по твердому телу в обратном направлении ВР. Для нахождения состояния на границе (P_x, U_x) из точки, соответствующей ударному состоянию твердого тела (P_T, U_T) строится изоэнтропа разгрузки твердого тела до пересечения с ударной адиабатой воздуха.

При переходе УВ в среду с меньшей плотностью происходит падение давления на границе $(P_x < P_T)$ и увеличении скорости границы $(U_x > U_T)$.