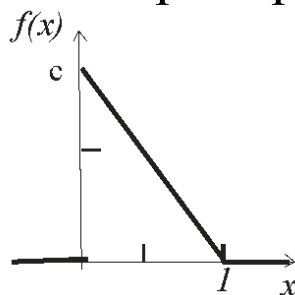


Примеры

Задан график функции плотности распределения

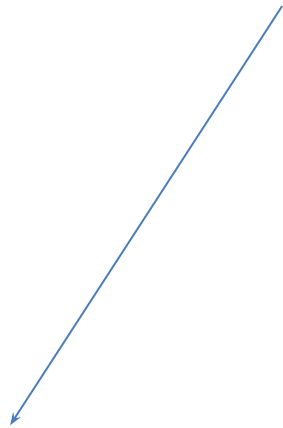


Найти: 1) c , 2) функцию распределения, 3) $P(0,5 \leq \xi < 4)$

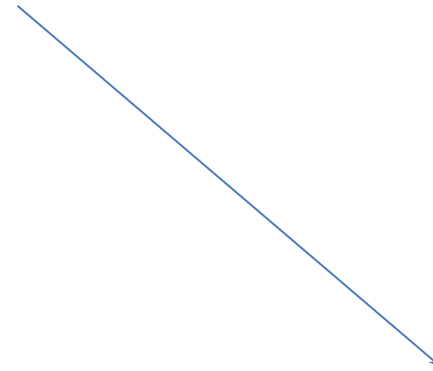
Числовые характеристики СВ

Числовые параметры, характеризующие **существенные** свойства закона распределения СВ, называют **числовыми характеристиками**.

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ



Начальные моменты
моменты



Центральные

Начальный момент

Начальным моментом m -го порядка случайной величины ξ называют число:

$$\alpha_m = \sum_{i=1}^n x_i^m \cdot p_i \text{ — для дискретных случайных величин,}$$

$$\alpha_m = \int_{-\infty}^{\infty} x^m f(x) dx \text{ — для непрерывных случайных величин.}$$

Математическое ожидание

Первый начальный момент α_1 называют **математическим ожиданием** случайной величины ξ и обозначают m_ξ или $M(\xi)$

$$\text{ДСВ: } \alpha_1 = M(\xi) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \qquad \text{НСВ: } \alpha_1 = M(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Несобственный интеграл предполагается **абсолютно сходящимся**

(в противном случае говорят, что математическое ожидание $M(\xi)$ не существует).

Математическое ожидание является **средним вероятностным значением** случайной величины

Математическое ожидание

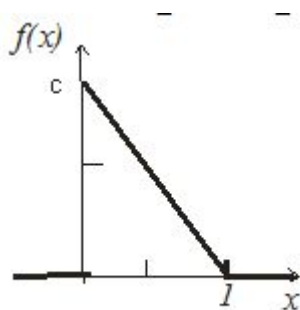
Пример.

Найти математическое ожидание:

1) Для ДСВ, заданной рядом распределения

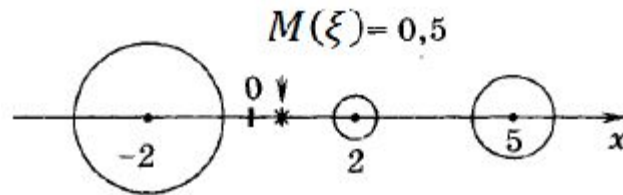
x	-2	2	5
$P(X = x)$	0,6	0,1	0,3

2) Для НСВ, заданной плотностью
пения



Математическое ожидание

Математическое ожидание характеризует *среднее вероятностное значение* случайной величины X .



Его размерность совпадает с размерностью случайной величины.

Основные свойства математического ожидания

1⁰. Математическое ожидание постоянной c равно этой постоянной

$$M c = c.$$

2⁰. Константу c выносят за знак математического ожидания

$$M(c\xi) = cM(\xi)$$

3⁰. Математическое ожидание суммы случайных величин ξ и η равно сумме их математических ожиданий

$$M(\xi + \eta) = M(\xi) + M(\eta)$$

Основные свойства математического ожидания

4⁰. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин ξ и η равно произведению их математических ожиданий.

$$M(\xi \cdot \eta) = M(\xi) \cdot M(\eta)$$

Определение. Случайные величины ξ и η независимы, если события $\xi < x$ и $\eta < y$ — независимы, т. е.

$$P((\xi < x) \cap (\eta < y)) = P(\xi < x)P(\eta < y)$$

Центральный момент

Центральным моментом m -го порядка случайной величины ξ называют число:

$$\mu_m = \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha_1)^m \cdot p_i \quad \text{— для дискретных случайных величин,}$$

$$\mu_m = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \alpha_1)^m f(x) dx \quad \text{— для непрерывных случайных величин.}$$

Центральный момент

Первый центральный момент

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha_1)^1 p_i =$$
$$= M(\xi - M(\xi)) = ???.....$$

Дисперсия

Второй центральный момент μ_2 называют дисперсией случайной величины ξ и обозначают D_ξ или $D(\xi)$.

$$\text{ДСВ: } \mu_2 = D(\xi) = \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha_1)^2 p_i$$

$$\text{НСВ: } \mu_2 = D(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \alpha_1)^2 f(x) dx$$

Удобнее пользоваться формулой $D_\xi = M(\xi^2) - m_\xi^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2$

Дисперсия

Определение. Дисперсией случайной величины ξ называется математическое ожидание квадрата отклонения величины от ее математического ожидания,

$$D(\xi) = M(\xi - M(\xi))^2$$

Удобнее пользоваться формулой $D_\xi = M(\xi^2) - m_\xi^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2$

Дисперсия характеризует степень разброса возможных значений случайной величины относительно ее математического ожидания

Её размерность равна квадрату размерности случайной величины.

Дисперсия

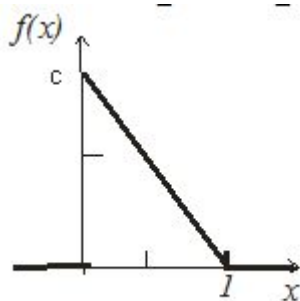
Пример.

Найти дисперсию:

1) Для ДСВ, заданной рядом распределения

x	-2	2	5
$P(X = x)$	0,6	0,1	0,3

2) Для НСВ, заданной плотностью
ления



Основные свойства дисперсии

1⁰. Дисперсия постоянной c равна нулю

$$D(c) = 0.$$

2⁰. Константу c выносят за знак дисперсии в квадрате

$$D(c\xi) = c^2 D(\xi)$$

3⁰. Дисперсия суммы независимых случайных величин ξ и η равна сумме их дисперсий:

$$D(\xi + \eta) = D(\xi) + D(\eta)$$

Среднеквадратическое отклонение

Так как размерность дисперсии не совпадает с размерностью случайной величины, то вводят понятие среднеквадратического отклонения $\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi}$ ($\sigma_\xi^2 = D_\xi$).

Центральный момент третьего порядка:

служит для оценки **асимметрии**
распределения.

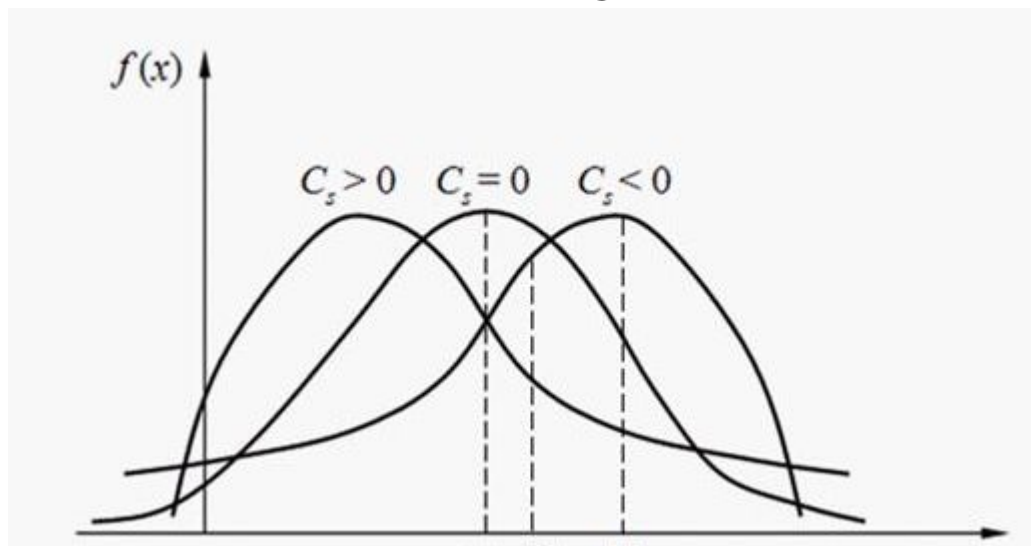
Если распределение симметрично относительно точки $x = m$, то центральный момент третьего порядка будет равен нулю (как и все центральные моменты нечетных порядков).

Если центральный момент третьего порядка отличен от нуля, то распределение не может быть симметричным.

Центральный момент третьего порядка:

Величину асимметрии оценивают с помощью безразмерного *коэффициента асимметрии*: («скошенность») -

$$C = \frac{\mu_3}{\sigma^3}.$$



Центральный момент четвертого порядка:

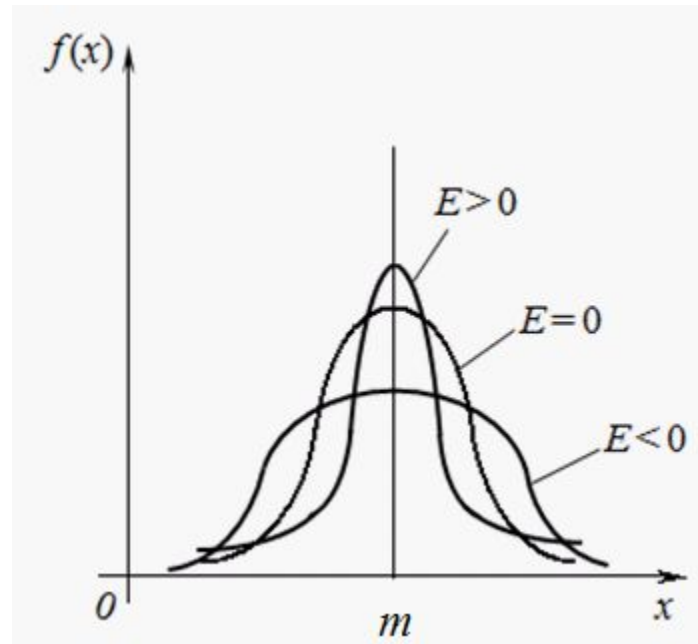
служит для оценки так называемого *эксцесса*, определяющего степень крутости (островершинности) кривой распределения вблизи центра распределения по отношению к кривой нормального распределения.

Центральный момент четвертого порядка:

служит для оценки так называемого *эксцесса*, определяющего степень крутости (островершинности) кривой распределения вблизи центра распределения по отношению к кривой нормального распределения.

Центральный момент четвертого порядка:

Коэффициент эксцесса - $E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$.



МОДА x_{mod}

Мода случайной величины: для дискретной случайной величины это наиболее вероятное значение,
для непрерывной случайной величины это значение x , при котором плотность вероятностей максимальна

x	$x_1 = -1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 4$	$x_4 = 7$
$P(X = x)$	$p_1 = 0,1$	$p_2 = 0,35$	$p_3 = 0,35$	$p_4 = 0,2$

МОДА x_{mod}

Если кривая распределения имеет один максимум, то распределение называется **унимодальным**.

более одного максимума - **полимодальным**.

Найти моду

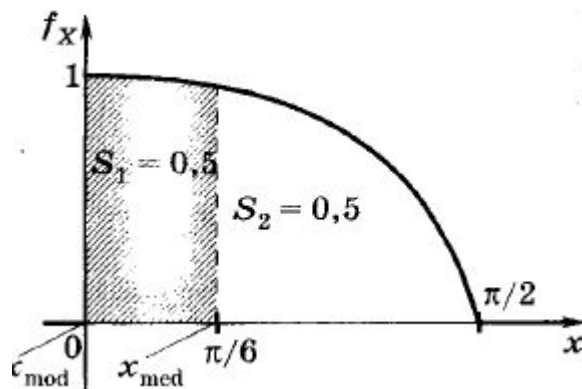
x	$x_1 = -1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 4$	$x_4 = 7$
$P(X = x)$	$p_1 = 0,1$	$p_2 = 0,35$	$p_3 = 0,35$	$p_4 = 0,2$

$$f_X(x) = \begin{cases} \cos x & \text{при } x \in [0, \pi/2], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, \pi/2]. \end{cases}$$

Медиана

Медиана случайной величины M - это значение случайной величины $\xi = M$, для которого $p(\xi < M) = p(\xi \geq M)$

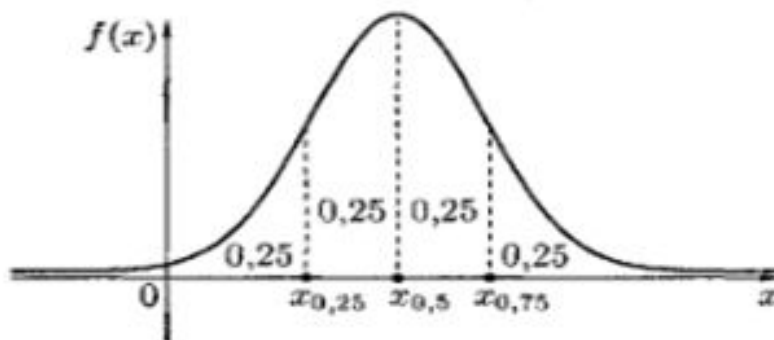
Геометрически *медиана* – это абсцисса точки, в которой площадь под кривой распределения делится пополам.



В случае симметричного модального распределения медиана, мода и математическое ожидание совпадают.

Квантиль

Квантиль x_γ - это значение случайной величины $\xi = x_\gamma$, для которого выполняется равенство $p(\xi < x_\gamma) = \gamma$.



Коэффициент вариации

Мера относительного разброса случайной величины; показывает, какую долю от математического ожидания этой величины составляет её средний разброс:

$$V = \frac{\sigma_{\xi}}{M_{\xi}}$$

Понятие случайной величины

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ



Характеристики положения
рассеяния

характеристики