

## 5.3. АЛГОРИТМЫ РАСКРАСКИ ГРАФОВ

К эвристическим относятся алгоритмы раскраски графа в минимальное число цветов. Они не гарантируют получения оптимального решения.

Дан неориентированный граф  $G(X,U)$ ,  $|X| = n$ ,  $|U| = m$ . Требуется раскрасить граф  $G$  в минимальное число цветов таким образом, чтобы никакие две смежные вершины не были раскрашены в один цвет.



# 1. Алгоритм последовательной р

1

Упорядочить вершины графа в порядке невозрастания степеней.

2

Положить  $i = 0$ .

3

Положить  $i = i + 1$ .



4

Просматривая вершины графа в порядке невозрастания степеней, окрашивать неокрашенные вершины в цвет  $i$ . Окрашиваемая в цвет  $i$  вершина не должна быть смежной с уже окрашенными в данный цвет вершинами.

5

Если все вершины графа окрашены, то перейти к п.6, иначе – к п.3.

3

Конец алгоритма.



## *2. Алгоритм А.П.Ерш*

Для данной вершины  $x \in X$

графа  $G(X,U)$  все смежные вершины назовем окрестностью 1 порядка  $R_1(x)$ .

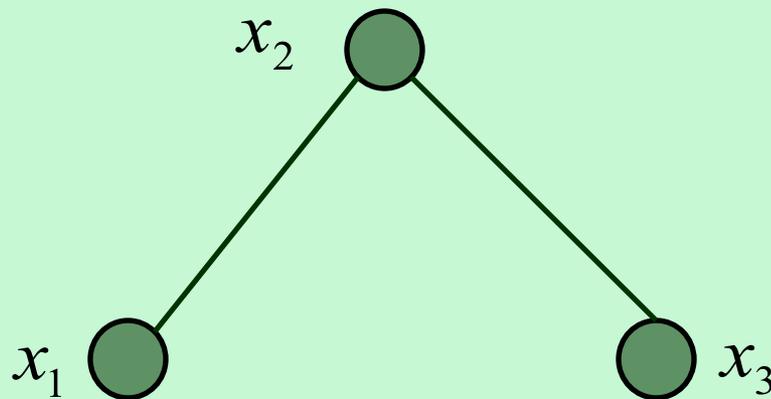
Вершины, находящиеся от  $x$  на расстоянии 2, назовем окрестностью 2 порядка  $R_2(x)$ .

Граф  $G(X,U)$ , у которого для вершины  $x$ , все остальные вершины принадлежат окрестности  $R_1(x)$ , называется граф-звездой относительно вершины  $x$ .



Окрашивание в краску  $N$  образует вокруг нее в  $R_1(x)$  мертвую зону для краски  $N$ . При минимальной раскраске на каждый цвет должно приходиться наибольшее число вершин графа. Для этого нужно, чтобы мертвые зоны перекрывались между собой. Перекрытие мертвых зон двух несмежных вершин  $x$  и  $y$  достигается тогда, когда одна из них находится в окрестности 2 порядка от другой  $y \in R_2(x)$ .

На очередном шаге нужно выбрать цвет  $N$  для раскраски вершины  $y \in R_2(x)$ . Затем следует «склеить» вершины  $x$  и  $y$ .





1

Положить  $i = 0$ .

2

Выбрать в графе произвольную неокрашенную вершину  $x$ .

3

Положить  $i = i + 1$ .

4

Окрасить вершину  $x$  в краску  $i$ .



5

Окрашивать в краску  $i$  неокрашенные вершины графа, выбирая их из  $R_2(x)$ , пока граф не превратится в граф-звезду относительно  $x$ .

6

Проверить, остались ли неокрашенные вершины в графе. Если да, то перейти к п.2, если нет – то к п.7.

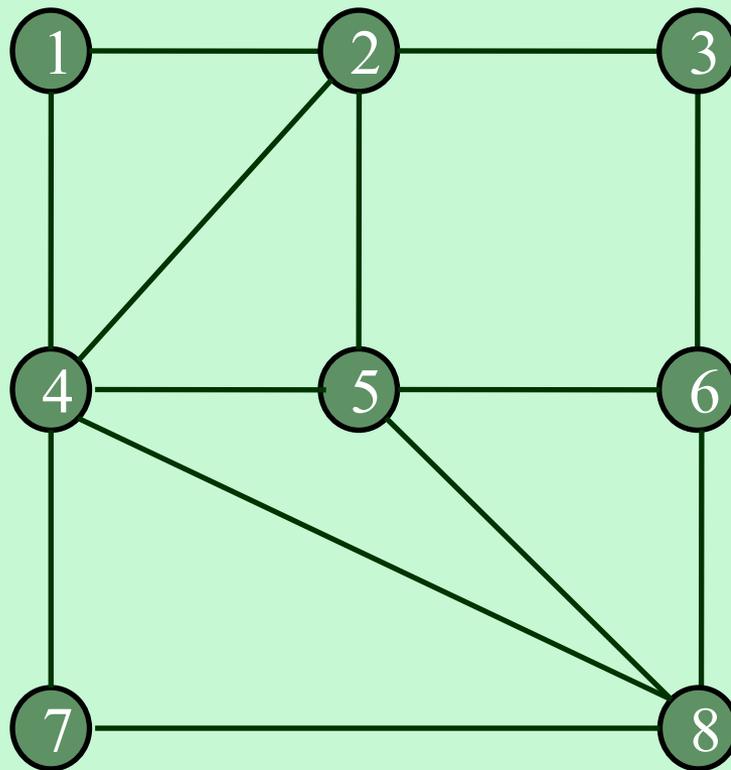
7

Получен новый граф  $K_i$   
 $\chi(K_i) = i$



# *ПРИМЕР.*

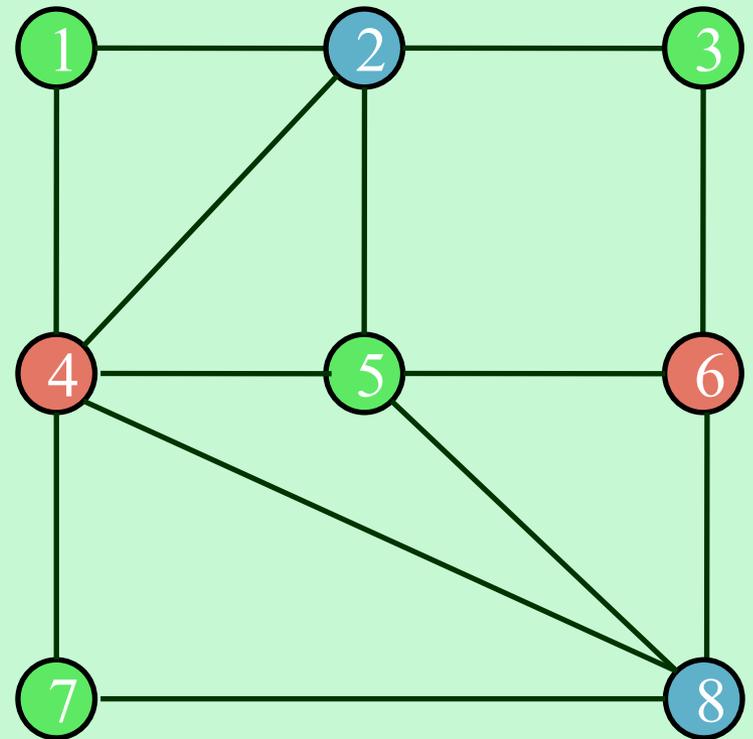
Раскрасить граф последовательным алгоритмом и алгоритмом Ершова.





1

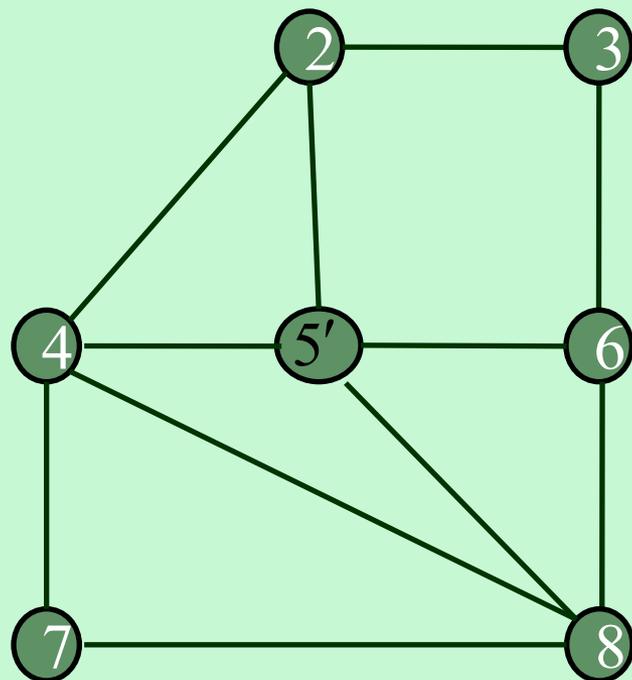
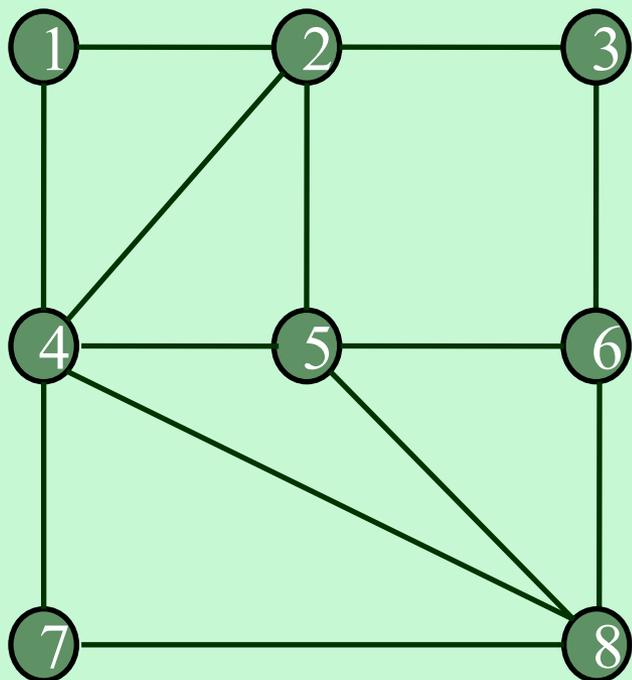
1	2	3	4	5	6	7	8
2	4	2	5	4	3	2	4
4	2	5	8	6	1	3	7
K	-	-	-	K	-	-	-
K	C	-	C	K	-	-	-
K	C	3	C	K	3	3	3





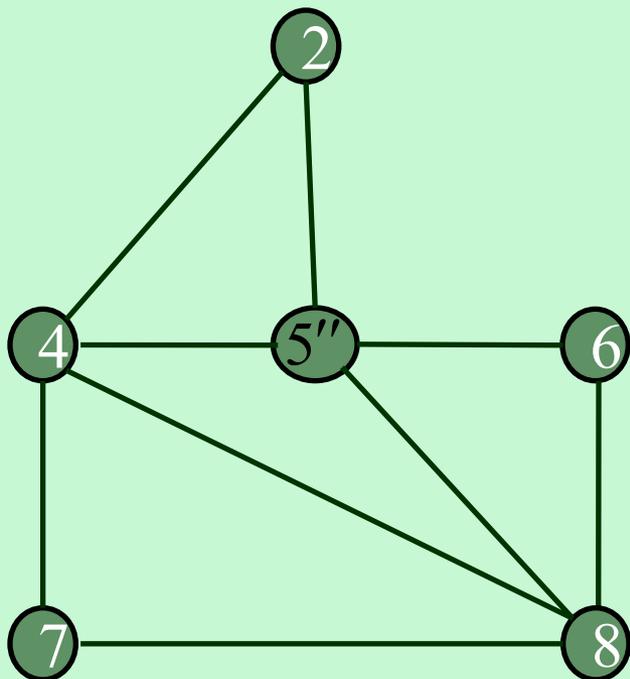
2

Склеиваем вершины 1 и 5:

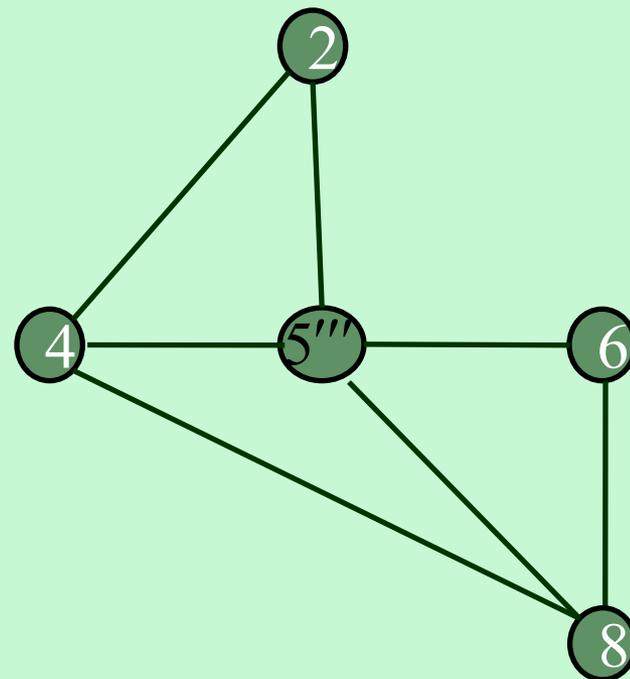




Склеиваем вершины 3 и  $5'$ :

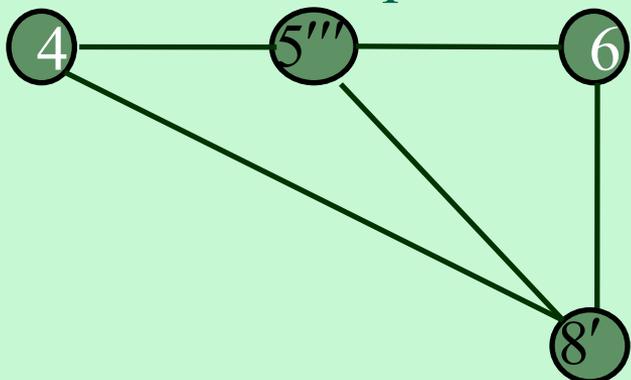


Склеиваем вершины 7 и  $5''$ :





Склеиваем вершины 2 и 8:



Склеиваем вершины 4 и 6:

