

Оптимизационные методы искусственного интеллекта

Костенко Валерий Алексеевич

МГУ им. М.В. Ломоносова,

факультет ВМК

kostmsukostmsu@cs.msu.su

2021 г.

Генетические и эволюционные алгоритмы

.

Charles Darwin. The Origin of Species. John Murray,
London, 1859.



Генетический алгоритм Холланда (SGA)



- Holland J.N. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, Michigan: Univ. of Michigan Press, 1975.

Применение ГА

- построение оптимальных игровых стратегий,
- машинное обучение (нейронные сети, классификаторы),
- задачи математического программирования,
- построение расписаний,
- задачи на графах (раскраска, задача коммивояжера, нахождение паросочетаний).

Генетический алгоритм Холланда (SGA)

- Основан на использовании механизмов естественной эволюции:
 1. Изменчивость → операция мутации
 2. Наследственность → операция скрещивания
 3. Естественный отбор → операция селекции

Основные понятия

- **Популяция** - это множество битовых строк.
- **Каждая строка** - одно из возможных решений задачи.
- По строке может быть вычислена **функция выживаемости**, которая характеризует качество решения.
- Основные операции алгоритма: **селекция, скрещивание и мутация** выполняются над элементами популяции.

Схема ГА

1. Сгенерировать случайным образом популяцию размера P .
2. Вычислить функцию выживаемости для каждой строки популяции.
3. Выполнить операцию селекции.
4. Выполнить операцию скрещивания:
 - 4.1. Выбрать пары для скрещивания.
 - 4.2. Для каждой выбранной пары выполнить скрещивание, получить двух потомков и произвести в популяции замену родителей на их потомков.
6. Выполнить операцию мутации.
 - Если критерий останова не достигнут, перейти к п.2, иначе завершить работу.

Требования к кодированию решений

1. Однозначность: каждая закодированная строка должна соответствовать единственному решению исходной задачи.
2. Возможность кодирования любого допустимого решения.
3. Получение в результате генетических операций корректных вариантов решений.
4. Возможность перехода от любого корректного решения к любому другому корректному решению.

Требования к кодированию решений

- Для задач непрерывного и целочисленного мат. программирования, оптимизируемые параметры задаются:
 - **двоичным кодом числа,**
 - **кодами Грея** – двоичный код, последовательные значения которого отличаются одним двоичным разрядом.

0 - 0000

1 - 0001

2 - 0011

3 - 0010

4 - 0110

5 - 0111

Создание начальной популяции

- Случайным образом генерируется начальная популяция в пределах допустимых значений (в области поиска):

$X_1[10100..01]$, $X_2[11100..11]$, ..., $X_N[01010..10]$

Вычисление функции выживаемости

- Выбирается согласно задаче
- Оценивает качество решения
- Применяется ко всем элементам популяции:

$X_1[10100..01], \quad X_2[11100..11], \quad \dots, \quad X_N[01010..10]$

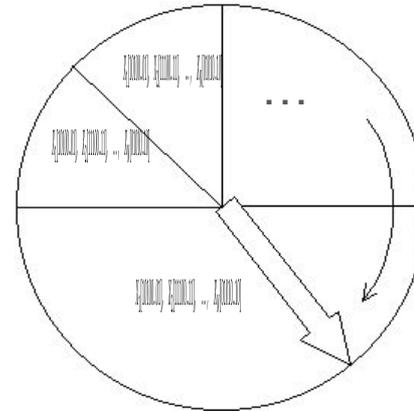
Операция селекции

- Схема пропорциональной селекции:

$$X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$$

- Схема рулетки:

$$X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$$



Операция селекции

-

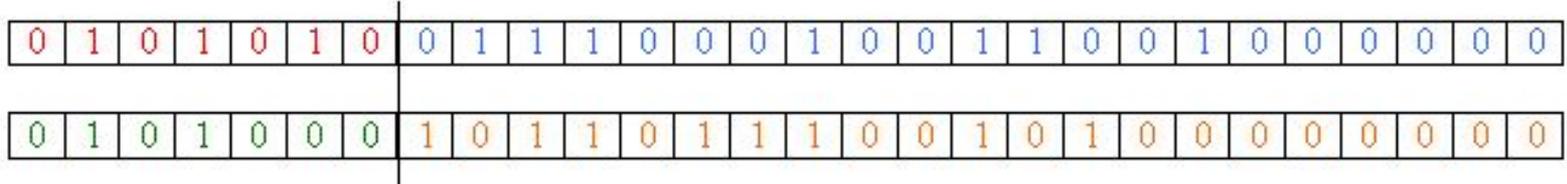
$X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$

Операция скрещивания

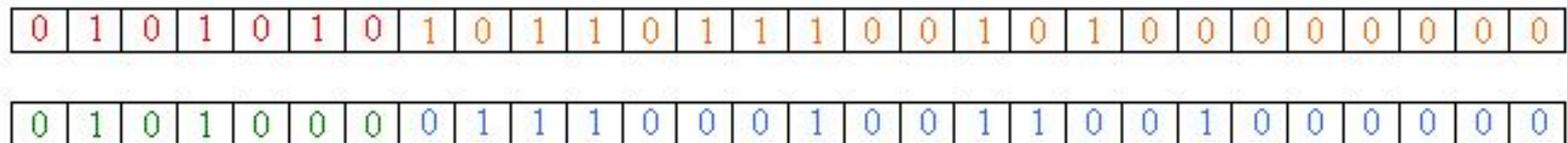
$X_1[10100..01]$, $X_2[11100..11]$, ..., $X_N[01010..10]$

Parents

Crossover point



One pair of children



Выбор пар для скрещивания

- Случайный выбор (требует популяций большого размера).
- Селективный выбор – участвуют строки значение функции выживаемости которых не меньше среднего значения:
 - имбридиг – первая строка выбирается случайно, второй является максимально близкая к ней по расстоянию.
 - аудбридинг – формируются пары из максимально далеких строк.
 - комбинация этих подходов.

Операция мутации

•

$X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$
 $X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$

Критерий останова

- Процесс продолжается итерационно
- Варианты критерия останова:
 - Выполнение заданного числа итераций
 - Выполнение заданного числа итераций без улучшения
 - Достижение заданного значения функции выживаемости

Схемы

-

$X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$

Схемы

•

$X_1[10100\dots01]$, $X_2[11100\dots11]$, ..., $X_N[01010\dots10]$



примеры

схем

Схемы

- Порядок схемы (K)- количество фиксированных позиций в схеме:

$$X_1[10100..01], \quad X_2[11100..11], \quad \dots, \quad X_N[01010..10]$$

Схемы

- Определяющая длина схемы (L) – расстояние между самыми дальними фиксированными позициями:

$$X_1[10100..01], \quad X_2[11100..11], \quad \dots, \quad X_N[01010..10]$$



Схемы

$\dot{X}_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$

$X_1[10100..01], X_2[11100..11], \dots, X_N[01010..10]$

Схемы

- Для любой схемы, представляющей хорошее решение, нужно, чтобы количество ее примеров увеличивалось с увеличением количества итераций
- На преобразование схем влияют операции ГА: мутация, скрещивание и селекция

Теорема схем

•

$$X_1[10100\dots01], \quad X_2[11100\dots11], \quad \dots, \quad X_N[01010\dots10]$$

Теорема схем

•

$$X_1[10100\dots01], \quad X_2[11100\dots11], \quad \dots, \quad X_N[01010\dots10]$$

Теорема схем

•

$$X_1[10100\dots01], \quad X_2[11100\dots11], \quad \dots, \quad X_N[01010\dots10]$$

Теорема схем

•

$$X_1[10100\dots01], \quad X_2[11100\dots11], \quad \dots, \quad X_N[01010\dots10]$$

Теорема схем

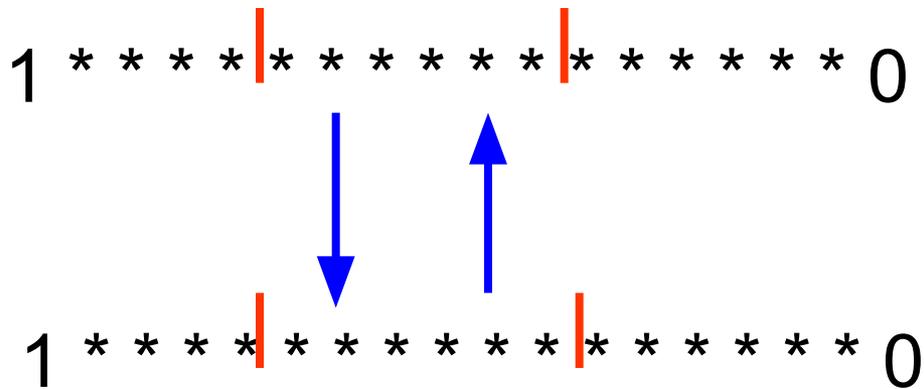
•

$$X_1[10100..01], \quad X_2[11100..11], \quad \dots, \quad X_N[01010..10]$$

- Схема всегда будет разрушена операцией односточечного скрещивания

1 * * * * * * * * * * * * * * * * 0

- Двухточечное скрещивание решает проблему



Гипотеза строительных блоков

- Строительные блоки - схемы с низким порядком, малыми определяющими длинами и большими значениями средних целевых функций
- Гипотеза строительных блоков: комбинирование хороших строительных блоков дает хорошую строку.

Теорема схем

- Проблема выбора параметров ГА является для многих приложений сложной задачей
- Теоретические результаты для решения данной проблемы на данный момент отсутствуют
- На практике данная проблема решается экспериментальным путем

Применение марковских цепей для моделирования поведения ГА

- Марковская цепь – вероятность того, что процесс в момент времени t будет в состоянии j , зависит только от состояния i в момент $(t-1)$.
- Состояние ГА – текущая популяция.
- Множество всех состояний – множество всевозможных популяций.
- Построить модель – определить вероятность перехода между популяциями (построить матрицу переходов).

При $n=8$ и $N=8$ матрица переходов имеет более 10^{29} элементов.