

**Цель лекции:** дать основные понятия алгоритмов теории графов.

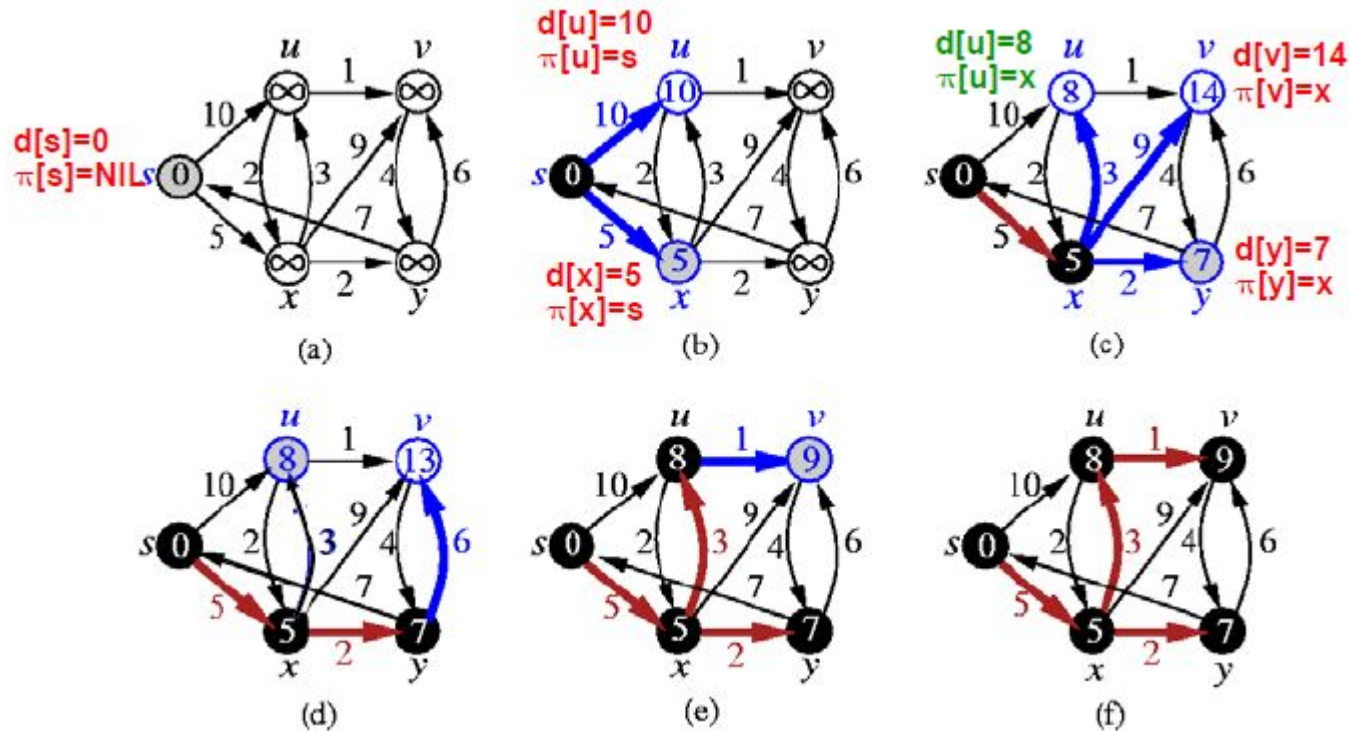
## Алгоритм построения кратчайшего пути

### Алгоритм Дейкстры

1. Заполнить массив  $up$   $[1..n]$  нулями.
2. Каждой вершине  $i$  приписать в качестве ключа  $dist[i]$  – максимально возможное число (оно должно быть больше, чем длина наибольшего из кратчайших путей в графе; в процессе вычислений это число будет уменьшаться и в итоге заменится на длину кратчайшего пути из вершины  $s$  в вершину  $i$ ).
3. Организовать приоритетную очередь из вершин графа, взяв в качестве ключей величины  $dist[i]$ ,  $i= 1, 2, \dots, n$ .
4. Заменить ключ вершины  $s$  на 0.
5. Пока очередь не пуста, выполнять операции 6, 7.
6. Выбрать (с удалением) из приоритетной очереди элемент  $r_0$  с минимальным ключом.
7. Для каждой вершины  $r$ , смежной с  $r_0$ , выполнить операции 8, 9.
8. Вычислить величину  $delta = dist[r] - (dist[r_0] + L(r_0, r))$ .
9. Если  $delta > 0$ , то уменьшить ключ  $dist[r]$  элемента  $r$  на величину  $delta$  и заменить старое значение величины  $up[r]$  на  $r_0$ .

Алгоритм построения кратчайшего пути

Алгоритм Дейкстра



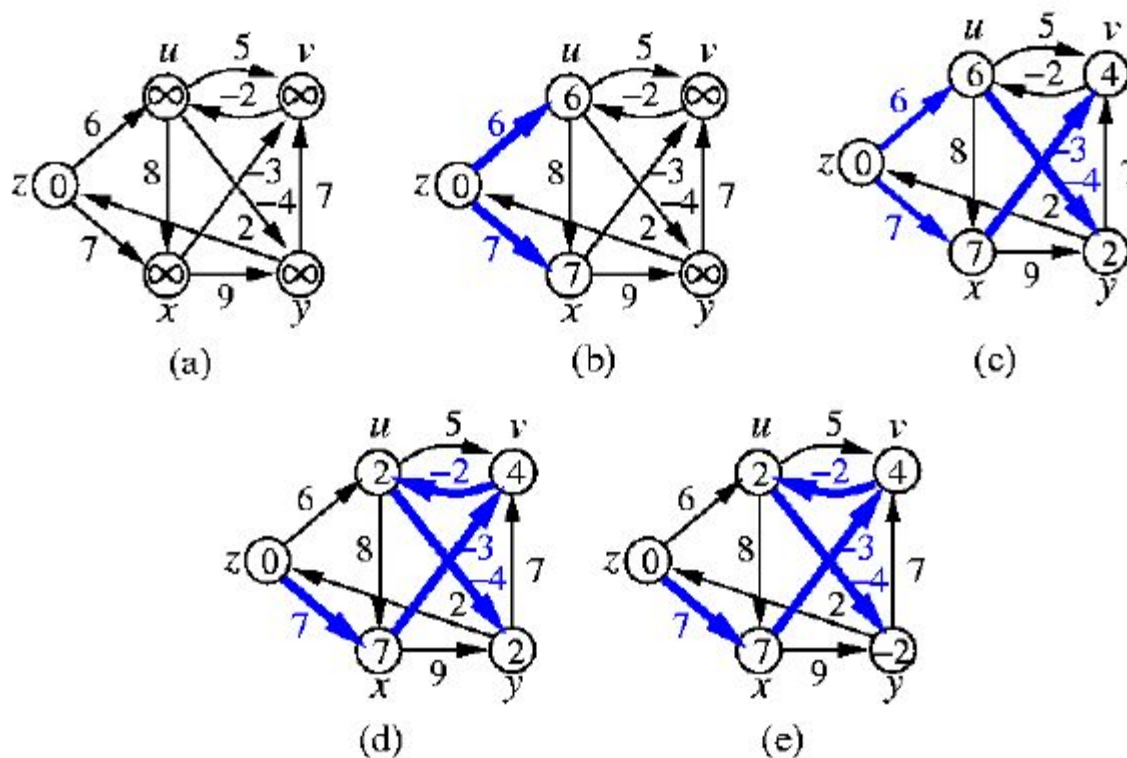
## Алгоритм построения кратчайшего пути

### Алгоритм Беллмана-Форда

1. Initialize-Single-Source( $G, s$ )
2. **for**  $i = 1$  **to**  $|G.V| - 1$
3.     **for** each edge  $(u, v) \in G.E$
4.         Relax( $u, v, w$ )
5. **for** each edge  $(u, v) \in G.E$
6.     **if**  $v.d > u.d + w(u, v)$
7.         **return** FALSE
8. **return** TRUE

## Алгоритм построения кратчайшего пути

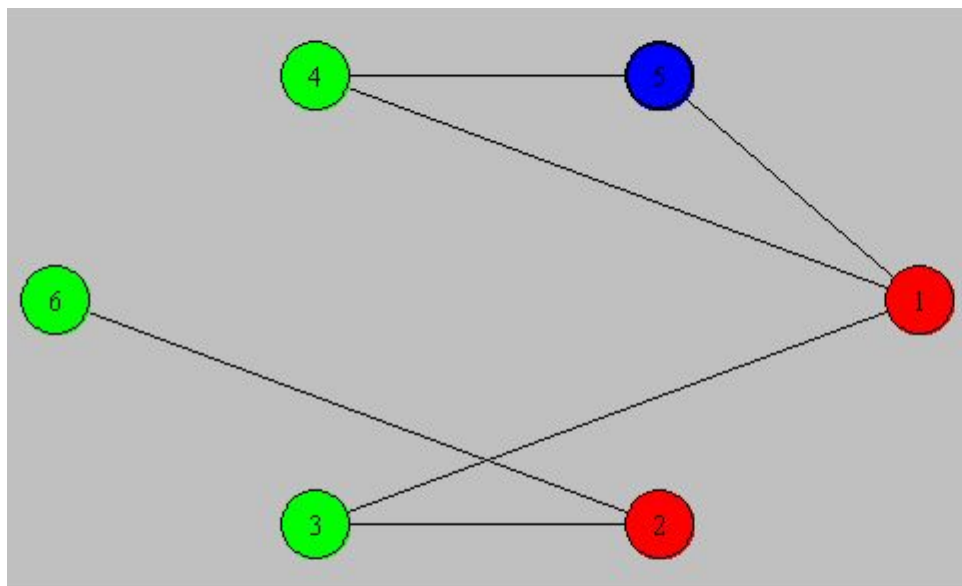
### Алгоритм Беллмана-Форда



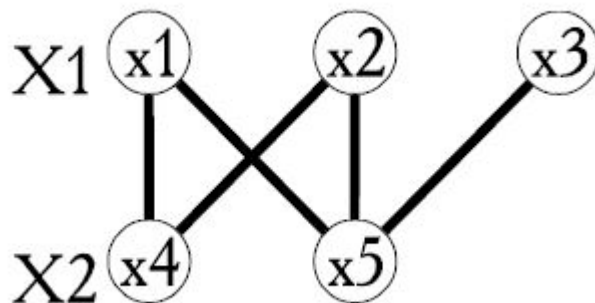
## Хроматическое число графа

Раскраской вершин графа называется разбиение множества вершин  $X$  на  $l$  непересекающихся классов (подмножеств):

$$X_1, X_2, \dots, X_l; X = \bigcup_{i=1}^l X_i; X_i \cap X_j = \emptyset; i, j \in l = \{1, 2, \dots, l\}, \quad (3.6)$$



Двухдольный граф



## Алгоритм раскраски

### Алгоритм неявного перебора при раскраске графа

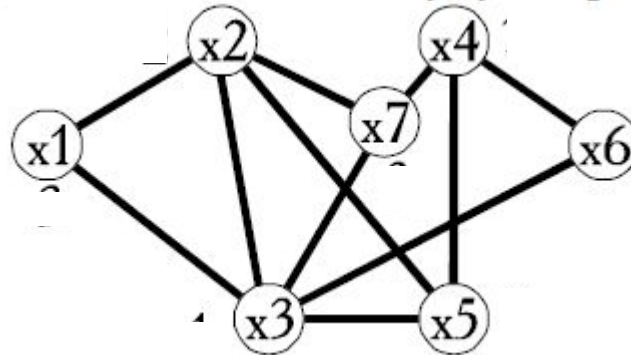
Предположим, что множество вершин как-то упорядочено и  $x_i$  —  $i$ -я вершина этого множества. Тогда первоначальная допустимая раскраска может быть получена так:

1. Окрасить  $x_i$  в цвет 1.
2. Каждую из оставшихся вершин окрашивать последовательно: вершина  $x_i$  окрашивается в цвет с наименьшим возможным «номером» (т. е. выбираемый цвет должен быть первым в данном упорядочении цветом, не использованным при окраске какой-либо вершины, смежной  $x_i$ ).



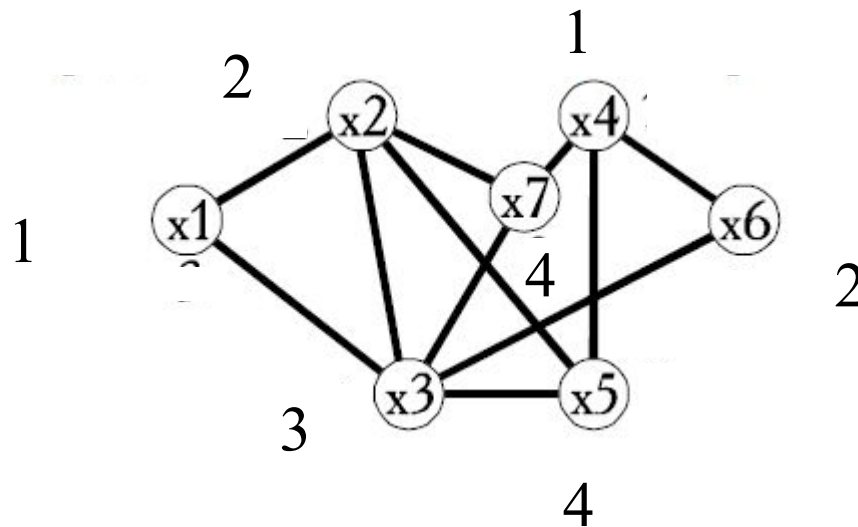
## Алгоритм раскраски

Алгоритм неявного перебора при раскраске графа



## Алгоритм раскраски

Алгоритм неявного перебора при раскраске графа



## Алгоритм раскраски

### Последовательный алгоритм раскраски графа

Шаг 1. Составить упорядоченный в порядке убывания степеней вершин список.

Шаг 2. Первая вершина окрашивается в цвет 1 и удаляется из списка.

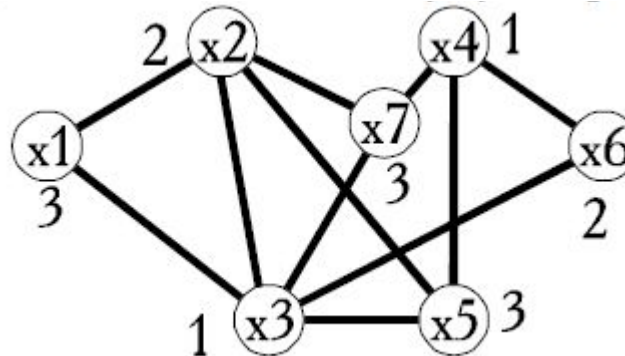
Шаг 3. Просматривая список, в текущий цвет раскрашиваются и удаляются из списка все вершины, не смежные с выбранной и между собой. Номер цвета увеличивается на 1.

Шаг 4. Далее выбирается первая вершина из списка, она окрашивается в текущий цвет и удаляется.

Шаг 5. Процесс продолжается, пока не будут окрашены все вершины.

**Алгоритм раскраски**

Последовательный алгоритм раскраски графа. Пример.



$x(i)$	$x_3$	$x_2$	$x_4$	$x_5$	$x_7$	$x_1$	$x_6$
$\rho(x(i))$	5	4	3	3	3	2	2

$x(i)$	$x_2$	$x_5$	$x_7$	$x_1$	$x_6$
$\rho(x(i))$	4	3	3	2	2

$x(i)$	$x_5$	$x_7$	$x_1$
$\rho(x(i))$	3	3	2

## Алгоритм раскраски

### Применение

- Задачи расписания
- Распределение ресурсов
- Распределение регистров в микропроцессорах
- Распределение частот для мобильной связи
- Задачи ЭМС
- и др.

**Основные выводы:**

1. Изучены основные понятия алгоритмов теории графов;
2. Рассмотрено применение теории при решении задач конструкторско-технологической информатики;