Основы алгебры логики

ЛОГИКА — это наука о формах и законах человеческого мышления и, в частности, о законах доказательных рассуждений.

Алгебра логики (другое название - Булева алгебра) - это область математики. Она **оперирует высказываниями**, которые могут принимать два значения (булевых значения).

ВЫСКАЗЫВАНИЕ - это повествовательное предложение, о котором можно сказать, что оно или истинно или ложно.

Например:

- *Земля - планета Солнечной системы.* (Истинно)
- $2+8<5$ (Ложно)
- $5 \cdot 5=25$ (Истинно)
- *Всякий квадрат есть параллелограмм* (Истинно)
- *Каждый параллелограмм есть квадрат* (Ложно)
- $2 \cdot 2 =5$ (Ложно)

Не всякое предложение является высказыванием:

1) Восклицательные и вопросительные предложения высказываниями не являются.

- “Какого цвета этот дом?”

- “Пейте томатный сок!”

- “Стоп!”

Не являются высказываниями и определения.

Высказывания могут быть ***простыми** и*
сложными.

Высказывание считается простым, если никакую его часть нельзя рассматривать как отдельное высказывание

Например:

На улице идет дождь.

На улице светит солнце.

На улице пасмурная погода.

Высказывание, которое можно разложить на части, называется сложным

Сложное высказывание получается путем объединения простых высказываний ***логическими связками*** — **НЕ, И, ИЛИ.**

Значение истинности сложных высказываний зависит от истинности входящих в них простых высказываний и объединяющих их связок.

Например, даны простые высказывания:

На улице идет дождь.

На улице светит солнце.

На улице пасмурная погода.

Составим из них сложные высказывания:

*На улице идет дождь **и** на улице светит солнце.*

*На улице светит солнце **или** на улице пасмурная погода.*

В математической логике не рассматривается конкретное содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно. Поэтому **высказывание можно представить некоторой переменной величиной, значением которой может быть только 0 или 1**.
Если высказывание истинно, то его значение равно 1, если ложно - 0.

Простые высказывания назвали ***логическими переменными*** и для простоты записи их обозначают латинскими буквами: *A, B, C*…

Луна является спутником Земли. A = 1
Москва – столица Германии. B = 0

Сложные высказывания называются *логическими функциями*. Значения логической функции также может принимать значения только 0 или 1.

Таблицы истинности

Для каждого составного высказывания (логического выражения) можно построить *таблицу истинности*, которая определяет истинность или ложность логического выражения при всех возможных комбинациях исходных значений простых высказываний (логических переменных).

Например для одного высказывания таблица истинности выглядит так:

A
0
1

Основные логические операции

ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ

А – «Сегодня светит солнце»

В – «Сегодня идет дождь»

«Сегодня светит солнце **И** идет дождь»

Логическое умножение (конъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «и».

ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ (КОНЪЮНКЦИЯ)

Обозначение: &, ^, *.

Союз в естественном языке: и.

А ^ В – «Сегодня светит солнце и идет дождь»

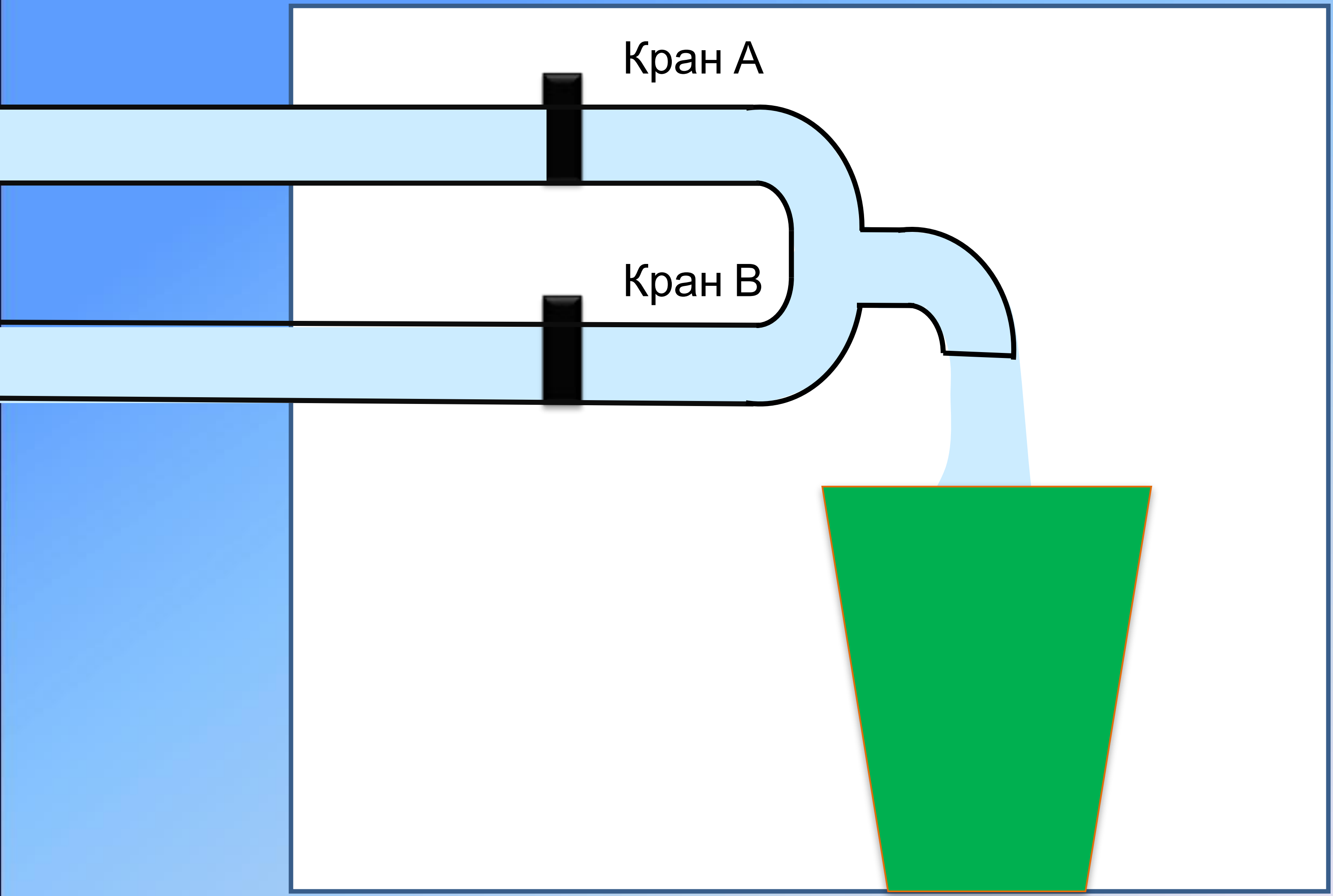
Таблица истинности

А	В	А ^ В
0	1	0
1	0	0
0	0	0
1	1	1

Смысл высказываний А и В для указанных значений		А ^ В
Солнца нет	Дождь идет	Ложь
Солнце светит	Дождя нет	Ложь
Солнца нет	Дождя нет	Ложь
Солнце светит	Дождь идет	Истина

Конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно из высказываний ложно.

КОГДА ИЗ ТРУБЫ ПОЛЬЕТСЯ ВОДА?



Открыт кран А

ИЛИ

Открыт кран В

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ

А – На стоянке находится «Мерседес»

В – На стоянке находится «Жигули»

«На стоянке находится «Мерседес» **или** «Жигули»

Логическое сложение (дизъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «или».

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

Обозначение: +, V.

Союз в естественном языке: или.

A V B – На стоянке находится «Мерседес» или «Жигули»

Таблица истинности

A	B	A V B
0	1	1
1	0	1
0	0	0
1	1	1

Смысл высказываний А и В для указанных значений		A V B
«Мерседеса» нет	«Жигули» есть	Истина
«Мерседес» есть	«Жигулей» нет	Истина
«Мерседеса» нет	«Жигулей» нет	Ложь
«Мерседес» есть	«Жигули» есть	Истина

Дизъюнкция двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны, и истинна, когда хотя бы одно из высказываний истинно.

ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ

А – «Сегодня светит солнце»

В – «Сегодня не светит солнце»

А – «У данного компьютера жидкокристаллический монитор»

В – «Неверно, что у данного компьютера жидкокристаллический монитор»

Логическое отрицание (инверсия) образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что…».

ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ (ИНВЕРСИЯ)

Обозначение: ¬.

Союз в естественном языке: не; неверно, что…

А – «Сегодня светит солнце»

¬ А – «Неверно, что сегодня светит солнце» или «Сегодня не светит солнце»

Таблица истинности

A	**¬ A**
0	1
1	0

Смысл высказывания А	**Значение высказывания: «Сегодня не светит солнце»**
Солнца нет	Истина
Солнце есть	Ложь

Инверсия высказывания истинна, если высказывание ложно, и ложна, когда высказывание истинно.

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ (ИМПЛИКАЦИЯ)

Обозначение: . $\longrightarrow$

Союз в естественном языке: **если…., то…**

A => B

"Из A следует B"

A	**B**	**A=>B**
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Итак, новое высказывание, полученное с помощью импликации, является ложным тогда и только тогда, когда условие (посылка ***A***) - истинно, а следствие (заключение ***B***) - ложно и истинно во всех остальных случаях.

Пример. Дано сложное высказывание: «**Если выглянет солнце**, **то** **станет тепло**». Требуется записать его в виде логической формулы. Обозначим через ***А*** простое высказывание «**выглянет солнце**», а через ***В*** - «**станет тепло**». Тогда логической формулой этого сложного высказывания будет импликация: **A => B**