



Уравнения.



Линейные уравнения

- Линейным уравнением с одной переменной x называют уравнение вида $ax = b$, где a - коэффициент при переменной, b - свободный член.



Три случая для линейного уравнения.



- 1. $a \neq 0$, в этом случае корень уравнения равен b/a ;
- 2. $a = 0, b = 0$, уравнение принимает вид $0x = 0$, т.е. корнем уравнения служит любое действительное число;
- 3. $a = 0, b \neq 0$, уравнение принимает вид $0x = b$ корней не имеет



Пример линейного уравнения

$$3(2 + 1,5x) = 0,5x + 24$$

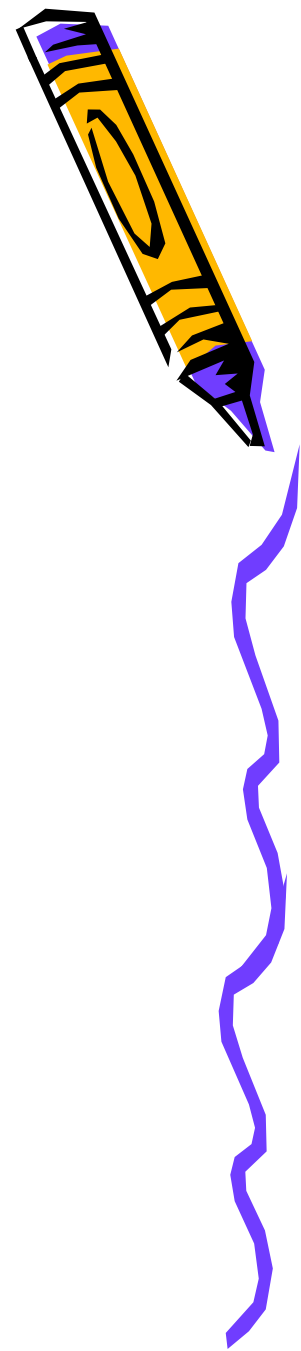
$$6 + 4,5x = 0,5x + 24$$

$$4,5x - 0,5x = 24 - 6$$

$$4x = 18$$

$$x = 4,5$$

Ответ: $x = 4,5$



A decorative horizontal row of five circles. From left to right: a solid light purple circle, an empty light purple circle outline, a solid light purple circle, an empty light purple circle outline, and a solid light purple circle.

Решите уравнение.

$$2x - 5,5 = 3(2x - 1,5)$$

Квадратное уравнение.



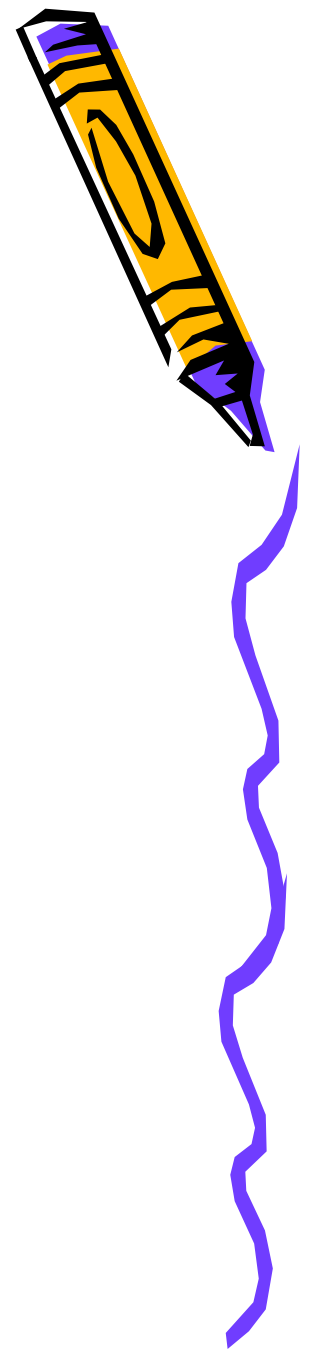
- Квадратным уравнением называется уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где a, b, c - заданные числа,
 $a \neq 0$, x - неизвестное.



Корни уравнения



- Находят по формуле $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

Выражение $D = b^2 - 4ac$ дискриминант квадратного уравнения.

Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

Если $D > 0$, то уравнение имеет два корня.

Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень.



Пример квадратного уравнения



- $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 \quad D > 0$$

уравнение имеет два корня.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{1}{2} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 2$$

Ответ: $x_1 = 1/2$, $x_2 = 2$



Теорема Виета



- Если приведённое квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет действительные корни, то их сумма равна $-p$, а произведение равно q ,

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$



Решите квадратное
уравнение

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$



Неполное квадратное уравнение.



Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ второй коэффициент b или свободный член c равен нулю, то квадратное уравнение называют неполным. Решить такое уравнение проще методом разложения его левой части на множители.



Пример неполного квадратного уравнения.

$$3x^2 - 27 = 0$$

$$3(x^2 - 9) = 0$$

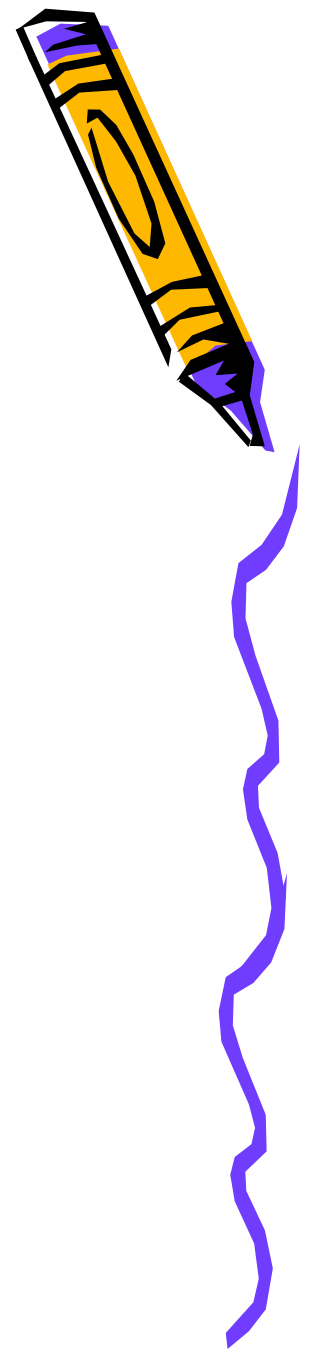
$$3(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$(x + 3) = 0 \text{ или } (x - 3) = 0$$

$$x = -3$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = -3$ и $x = 3$.

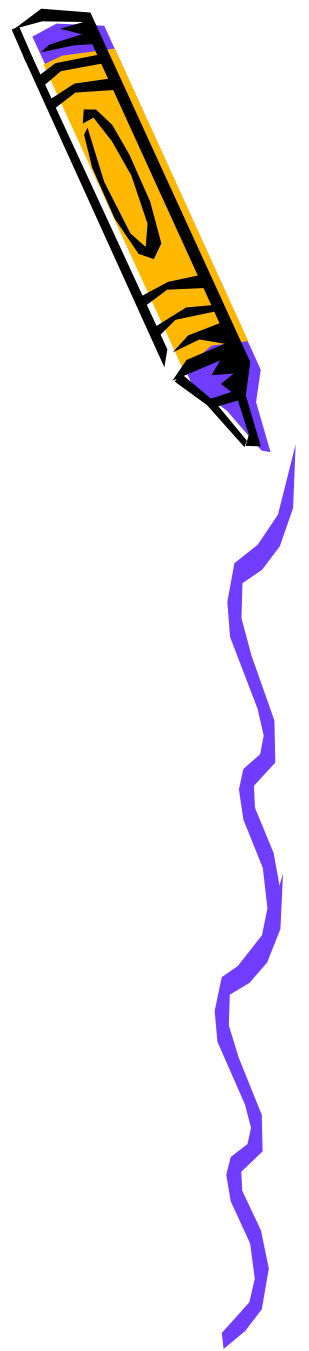


Решите неполное
квадратное уравнение

$$2x^2 + 8x = 0$$



Биквадратное уравнение.



- Биквадратным уравнением называется уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, где $a \neq 0$.

Биквадратное уравнение решается методом введения новой переменной.



Пример биквадратного уравнения

$$3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$$

Обозначим $x^2 = y$, $y > 0$ получим квадратное уравнение $3y^2 - 13y + 4 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 13^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 121 \quad D > 0$$

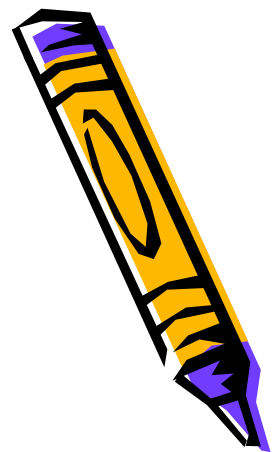
$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 4 \quad y_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = 1/3$$

$$y_1 = 4, \quad y_2 = 1/3$$

$x^2 = 4$ имеет корни $x_1 = -2, x_2 = 2$

$x^2 = 1/3$ имеет корни $x_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}, x_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = \frac{\sqrt{3}}{3}, x_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$



Решите биквадратное
уравнение.

$$2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$$



Проверьте.



$$2x - 5,5 = 3(2x - 1,5)$$

$$2x - 5,5 = 6x - 4,5$$

$$2x - 6x = 5,5 - 4,5$$

$$-4x = 1$$

$$x = 1 : (-4)$$

$$x = -1/4$$

Ответ: $x = -1/4$

(1 бал)

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 1$$

$$D > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = -2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -3$$

Ответ: $x_1 = -3$ $x_2 = -2$

(1 бал)



$$2x^2 + 8x = 0$$

$$2x(x + 4) = 0$$

$$2x = 0 \text{ или } x + 4 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -4$$

Ответ: $x_1 = -4$, $x_2 = 4$

(1 бал)

$$2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$$

Обозначим $x^2 = y$, $y > 0$ получим квадратное уравнение $2y^2 - 19y + 9 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 19^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 289 \quad D > 0$$

$$y_1 = \frac{19 + \sqrt{289}}{4} = 9 \quad y_2 = \frac{19 - \sqrt{289}}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y_1 = 9, \quad y_2 = 1/2$$

$$x^2 = 9 \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -3$$

$$x^2 = 1/2 \quad x_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad x_4 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$, $x_3 =$

$$x_4 =$$

(2 бала)