

Теорія електричних та електронних кіл

Дрозденко Олексій Олександрович
СумДУ-2016

Контроль - 0

- Дайте визначення «струм», «напруга», «потужність»
- Дайте визначення «резистор», «конденсатор», «катушка»
- Пригадайте закон Ома
- Пригадайте правила Кірхгофа

8 ХВИЛИН

Лекція 1.

- Вступ.
- Основні визначення для ділянки лінійного електричного кола.
- Схеми заміщення.
- Правила Кірхгофа для розрахунку лінійних електричних кіл.

Основні поняття

Напруга

- Напругою u називають кількість енергії W , що витрачається на переміщення одиниці заряду q з однієї точки в іншу

$$u = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{dw}{dq}$$

Струм

- Силою струму i називають кількість електричного заряду q , що пройшов через поперечний переріз провідника за одиницю часу

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Потужність

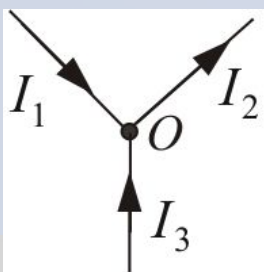
- Потужністю p в електричному колі називають швидкість зміни енергії в часі, або добуток напруги і струму

$$p = \frac{dw}{dt} = ui$$

Елементи схем заміщення

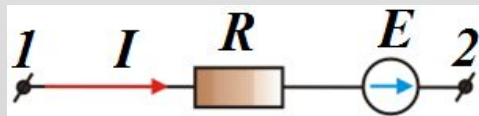
Вузел

- **Вузлом** електричному колу (схеми) називається точка, в якій сходяться не менше трьох гілок.



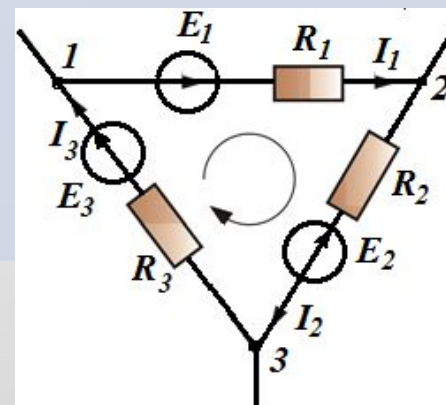
Гілка

- **Гілкою** електричному колу (схеми) називається ділянку, що складається з послідовно включених елементів, розташованих між двома суміжними вузлами.



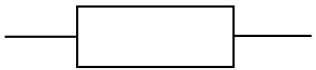
Контур

- **Контуром** електричного кола (схеми) називається замкнутий шлях, що проходить через гілки і вузли.



Елементи схем заміщення

Резистивний елемент, або ідеальний резистор враховує перетворення електричної енергії в інші види енергії. Володіє опором R , який вимірюють в Омах (Ом).



Індуктивний елемент, або ідеальна індуктивна котушка враховує енергію магнітного поля котушки, а також ЕРС самоіндукції. Володіє індуктивністю L , яку вимірюють в генрі (Гн).



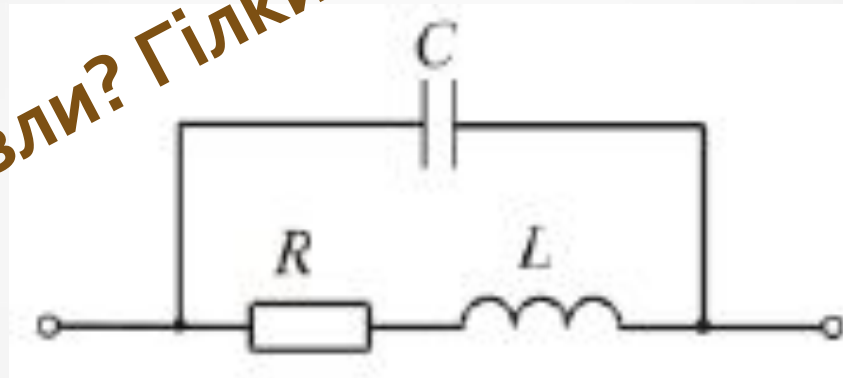
Ємнісний елемент, або ідеальний конденсатор враховує енергію електричного поля конденсатора, а також струми зміщення. Володіє ємністю C , вимірюється в фарадах (Ф)



Представлення реальної катушки індуктивності



Вузли? Гілки? Контури?

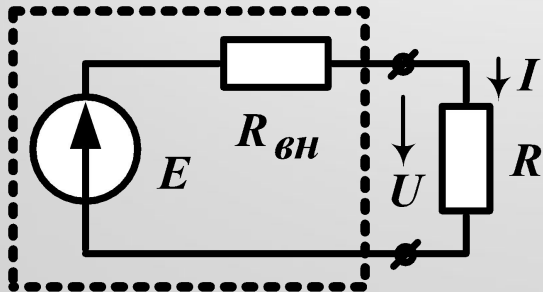


- Індуктивна котушка гріється при проходженні струму, що враховує резистивний елемент в ній наводиться ЕРС (Індуктивний елемент). Ємнісний елемент враховує енергію електричних полів між витками.

Елементи схем заміщення

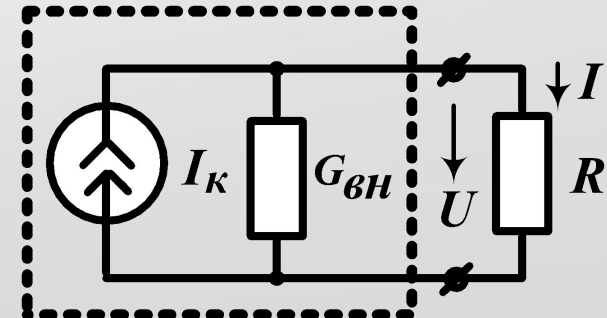
ідеальне джерело ЕРС

- опір нескінченно малий

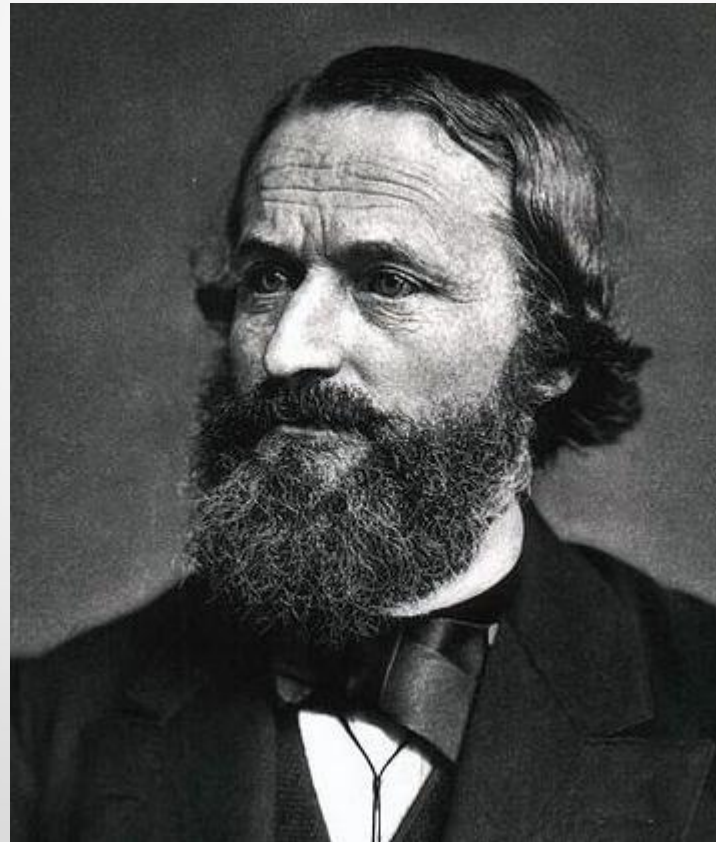


ідеальне джерело струму

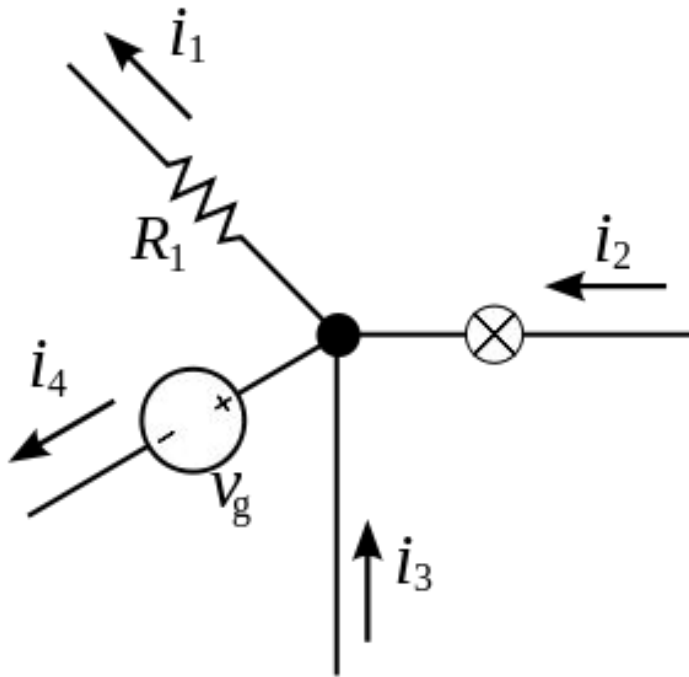
- опір нескінченно великий



Кірхгоф – правила чи закони?



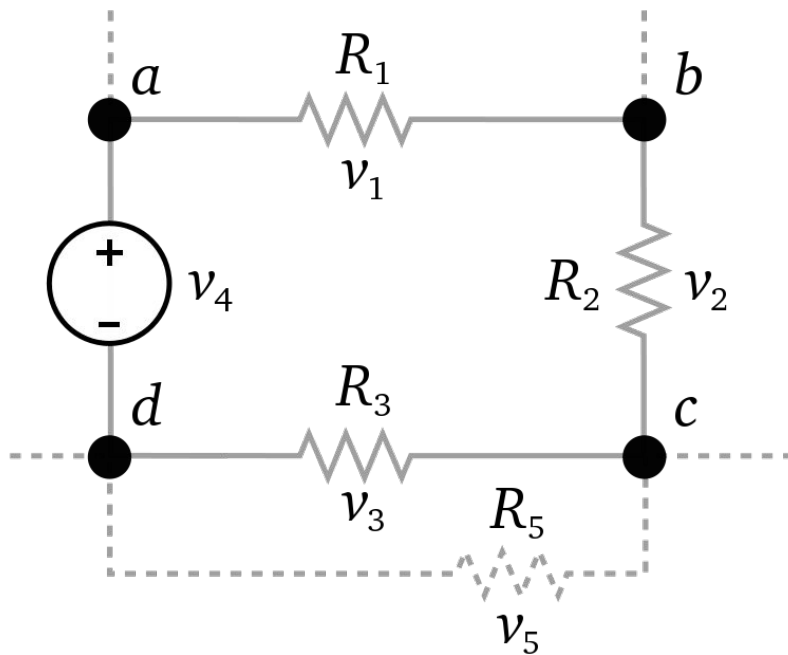
Кірхгофа (правило струмів)



$$\sum_k i_k = 0$$

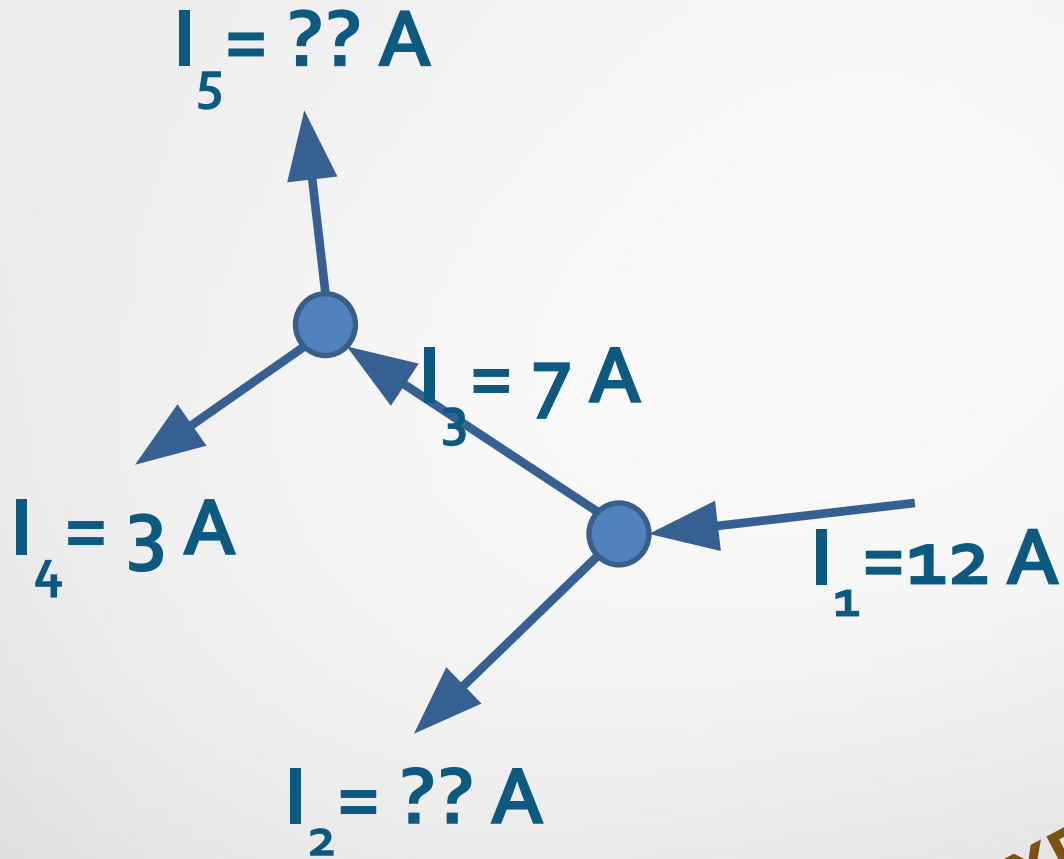
алгебраїчна сума струмів
в будь-якому вузлі
дорівнює нулю

Кірхгофа (правило напруг)



$$\sum_i \varepsilon_i = \sum_k I_k R_k$$

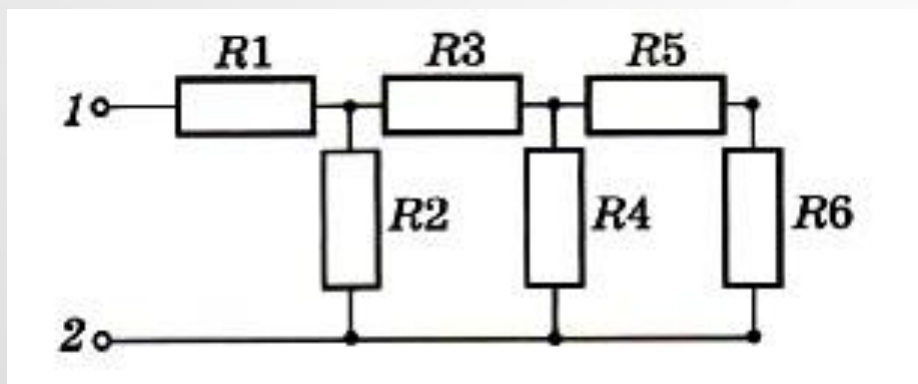
Алгебраїчна сума падінь напруг на всіх гілках, що належать будь-якому замкнутому контуру ланцюга, дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС гілок цього контуру.



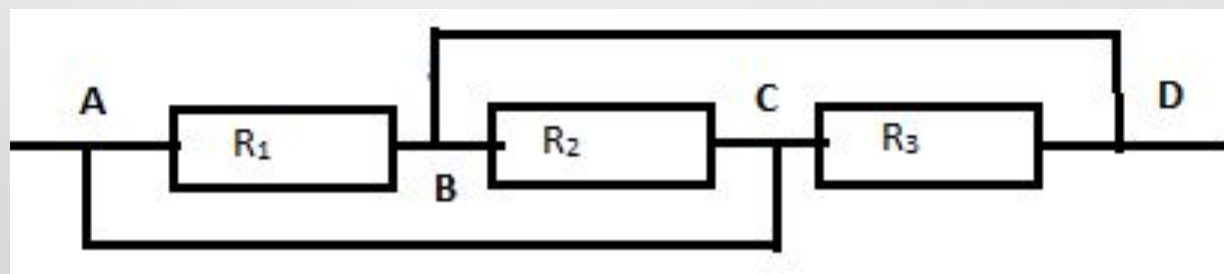
Як звали Кірхгофа?

Контроль - 1

- Розрахуйте $R_{\text{екв}}$ для двох схем



8 ХВИЛИН



Метод перетворення схем

Складною називається електричне коло (схема), що містить не менше двох вузлів, не менше трьох гілок і не менше двох джерел енергії в різних гілках.

Правила перетворення:

- Якщо схема електричного кола містить тільки одне джерело енергії (E или I_K), то пасивна частина схеми може бути перетворена до одного еквівалентному елементу $R_{\text{ЕКВ}}$.
- Перетворення схеми починається з найвіддаленіших від джерела гілок, проводиться в кілька етапів до досягнення $R_{\text{ЕКВ}}$.
- Потім визначається струм джерела за законом Ома.
- Струми в інших елементах вихідної схеми знаходяться в процесі зворотного розгортки схеми.

1) Послідовне перетворення полягає в заміні декількох елементів (рис. 2.1), включених послідовно, одним еквівалентним (рис. 2.2).

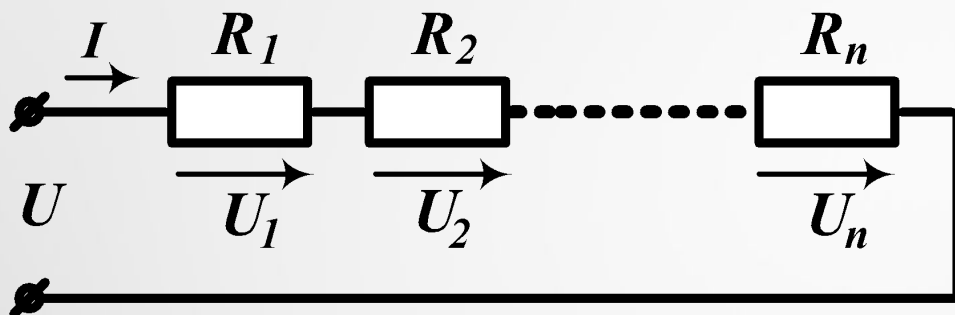


Рисунок 2.1 Початкова схема

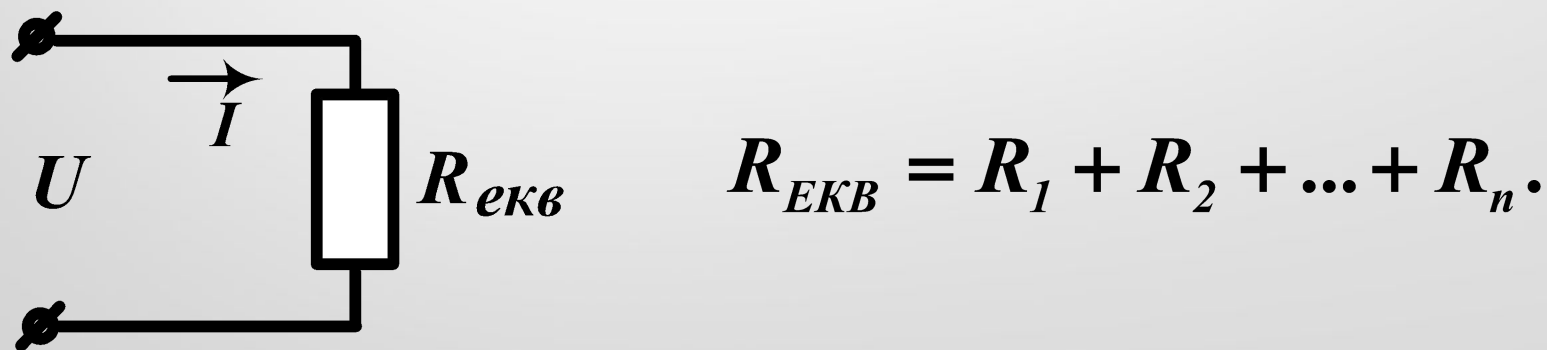


Рисунок 2.2 Змінена схема

2) Паралельне перетворення полягає в заміні декількох елементів (рис. 2.3), включених паралельно, одним еквівалентним (рис. 2.4).

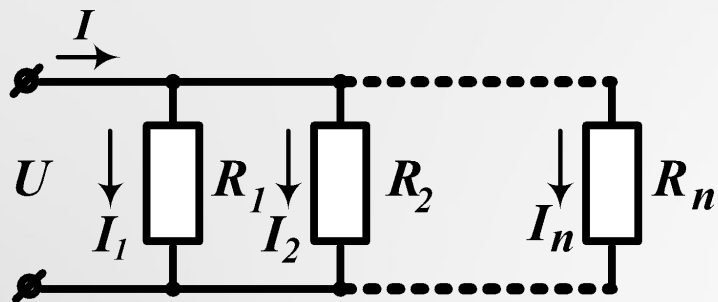


Рисунок 2.3 Початкова схема

Рівняння для схеми (рис. 2.3) записується за першим законом Кірхгофа

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n,$$

$$\frac{U}{R_{EKB}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n},$$

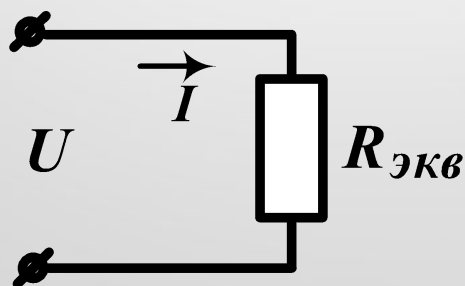


Рисунок 2.4 Змінена схема

$$\frac{1}{R_{EKB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

3) Взаємне перетворення схем зірка – трикутник (рис. 2.5, 2.6) виникає при еквівалентній заміні складних схем.

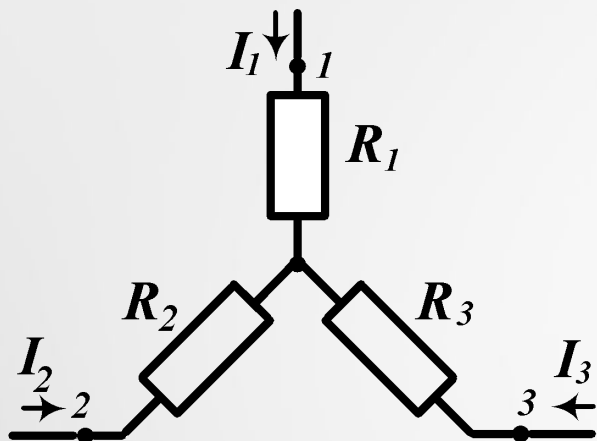


Рисунок 2.5 Схеми з'єднання зірка

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

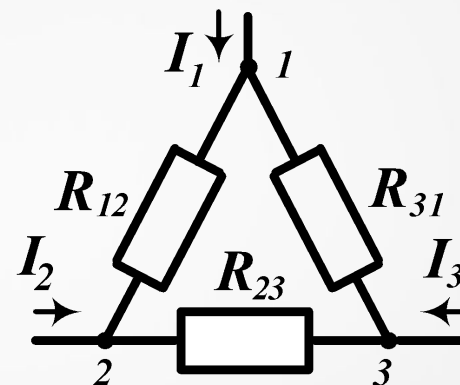


Рисунок 2.6 Схеми з'єднання трикутник

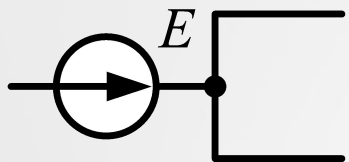
$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

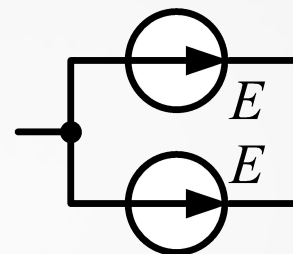
$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

Метод перетворення схем з активними елементами

4) Перенесення джерела ЕРС через вузол схеми: джерело ЕРС E можна перенести через вузол в усі гілки, що відходять від вузла (рис. 2.7, а, б.):



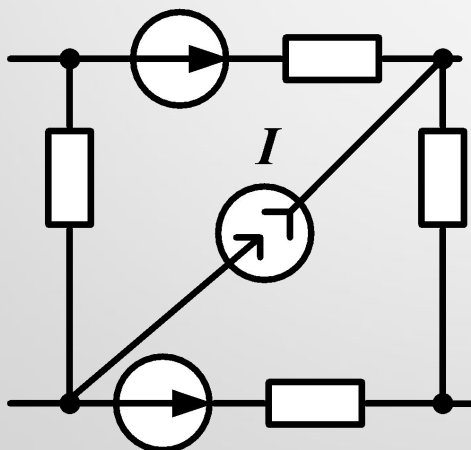
а)



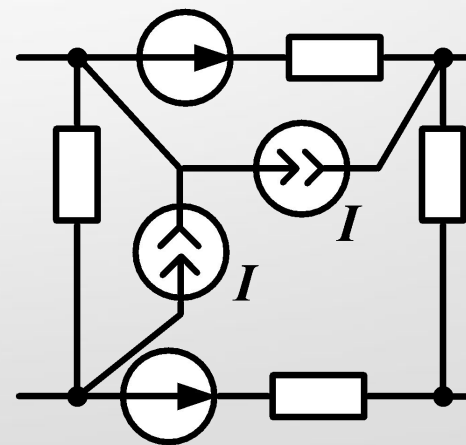
б)

Рисунок 2.7

5) Перенесення джерела струму згідно зі схемою (рис. 2.8, а, б):

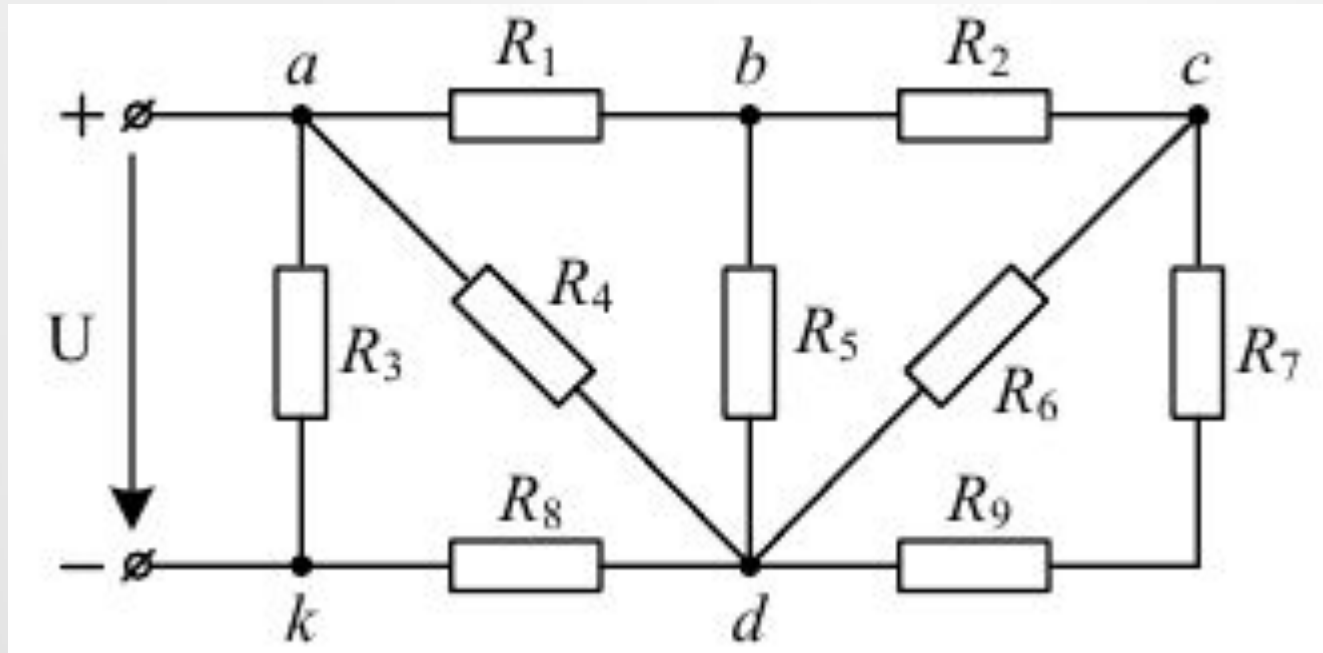


а)



б)

Рисунок 2.8



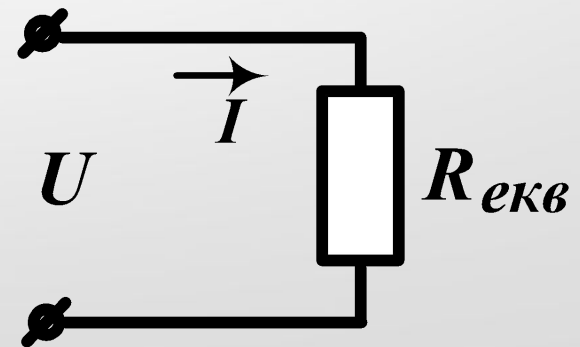
$$R_{1M} = 5$$

$$R_{2M} = R_7 = R_9 = 10$$

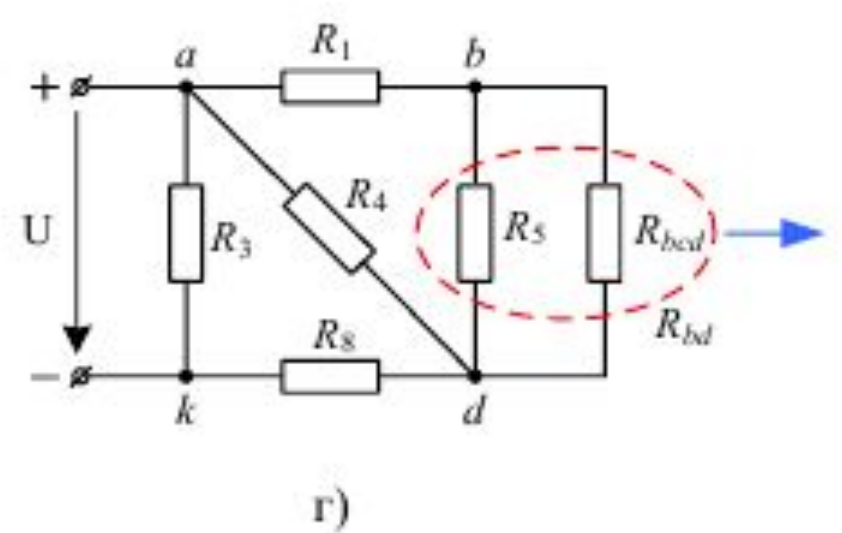
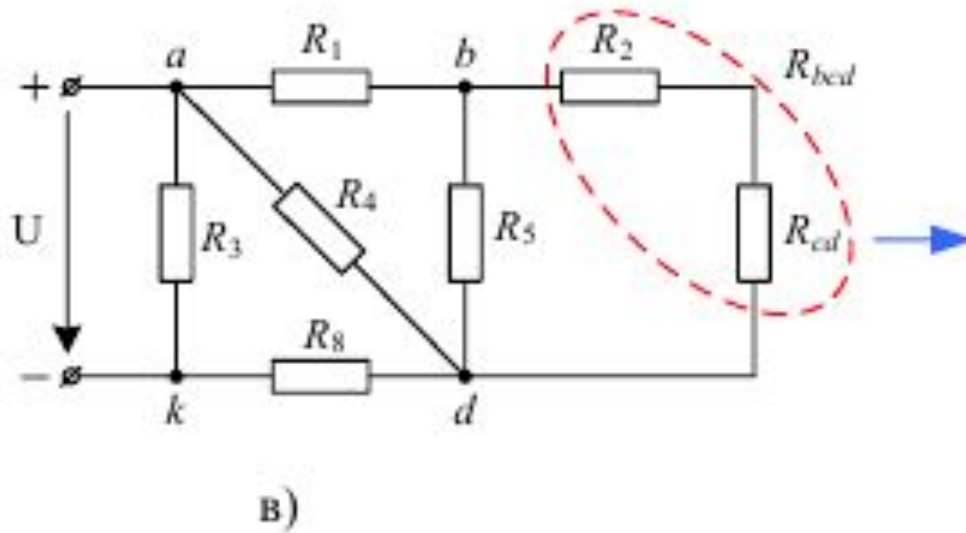
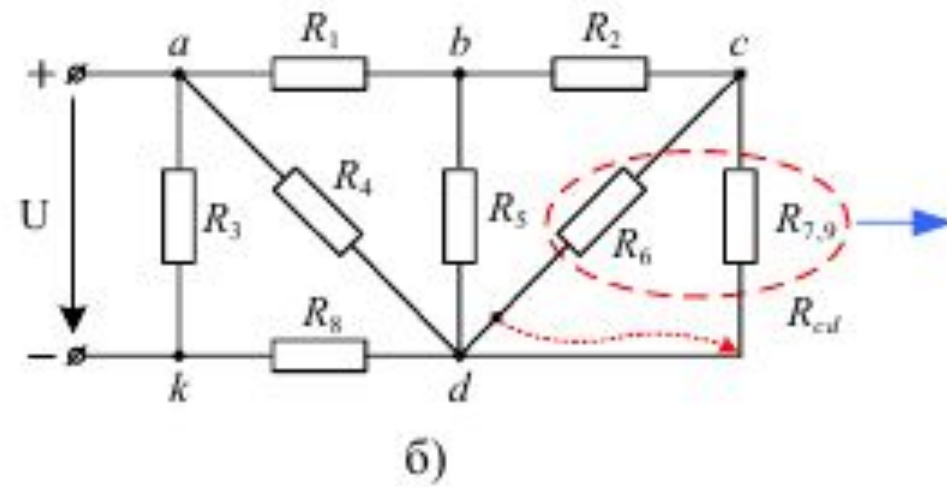
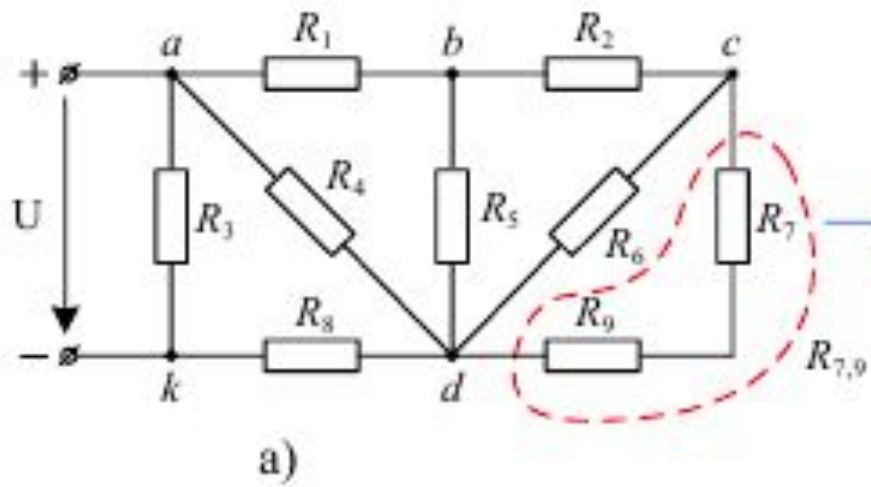
$$R_{3M} = R_4 = 15$$

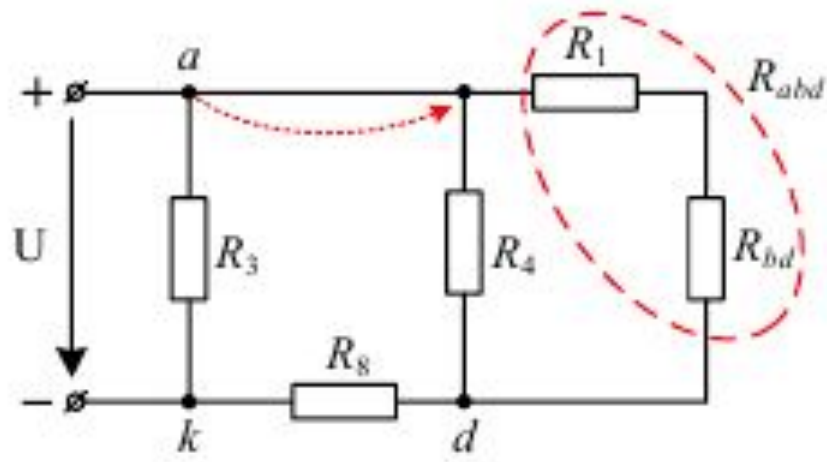
$$R_{5M} = R_6 = 20$$

$$R_{8M} = 7.5$$

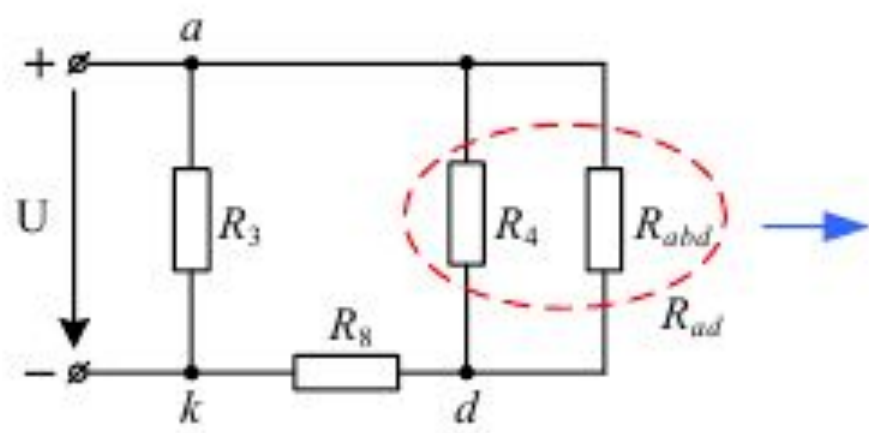


$R_{екв} - ?$

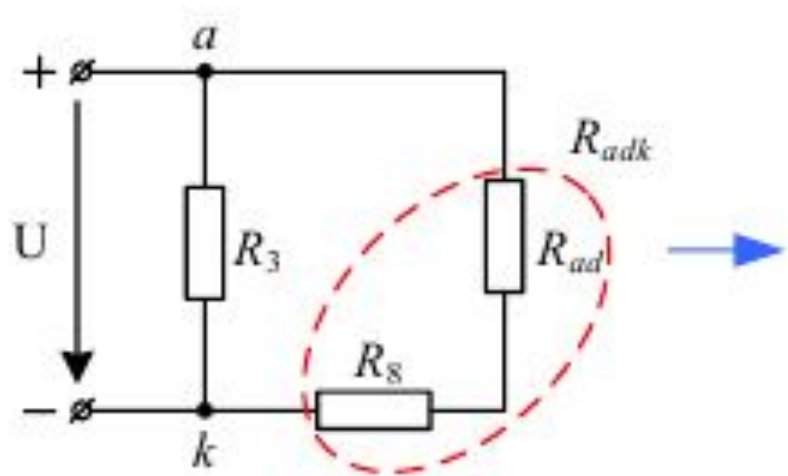




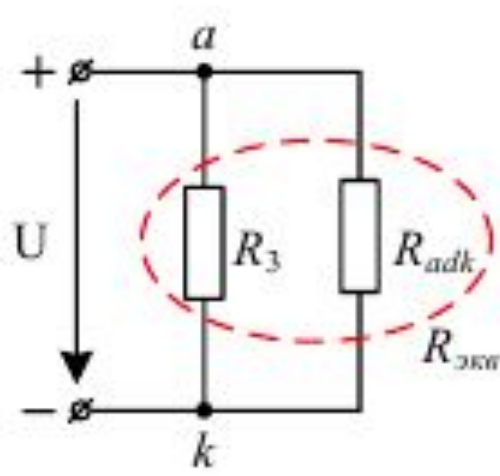
д)



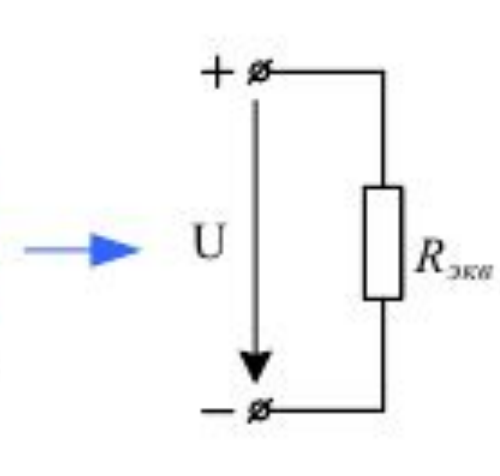
е)



ж)



з)



и)

$R_{\text{екв}} = 7,5 \text{ Ом}$

3 Методи розрахунку складних кіл

3.1 Застосування законів Кірхгофа

Перший закон Кірхгофа використовують для вузлів електричного кола - *алгебраїчна сума струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю*:

$$\sum_{K=1}^n I_k = 0$$

де – I_k струм k - і гілки, приєднаної до даного вузла.

Струми, спрямовані від вузла, записуються зі знаком «-», а спрямовані до вузла зі знаком «+»

Другий закон Кірхгофа використовують до контурів електричного кола.

Алгебраїчна сума напруг на опорах (падінь напруги) контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі

$$\sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k = \sum_{i=1}^m E_i$$

Обхід контуру виконується у довільно обраному напрямку, наприклад за ходом годинникової стрілки.

ЕРС та падіння напруги, що збігаються за напрямом з напрямом обходу, беруться з однаковими знаками.

3.1 Застосування законів Кірхгофа

Задана схема кола і параметри її окремих елементів.

Потрібно визначити струми в гілках і потужності джерел і приймачів енергії для заданої складної схеми(рис. 3.1)

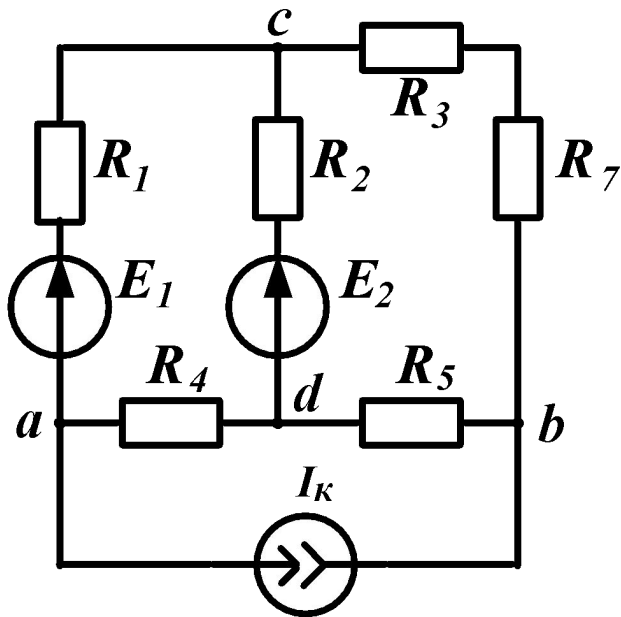


Рисунок 3.1
Початкова схема

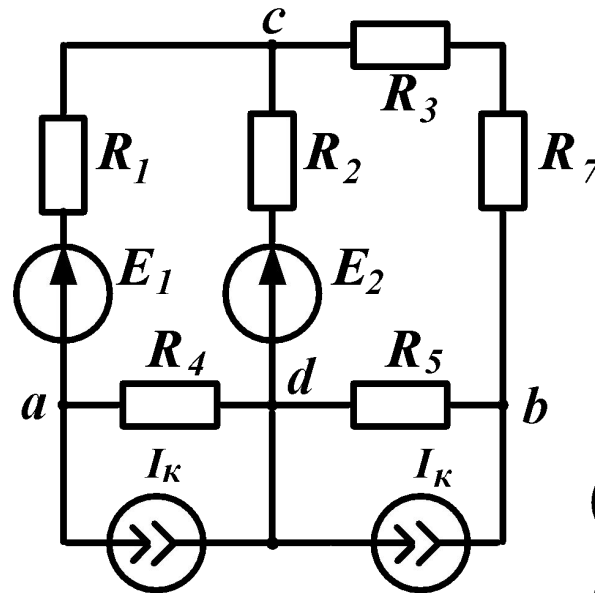


Рисунок 3.2
Перетворення
джерел струму

Джерела струму
перетворюються в
джерела ЕРС E_{K4} та E_{K5}

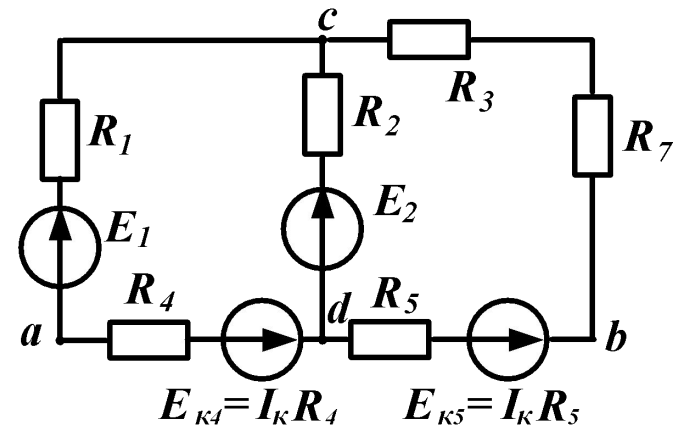


Рисунок 3.3 Заміна
джерел струму

Схема рисунок 3.3 содержит $n=2$ (c, d) вузлів та $m=3$ гілок з невизначеними струмами.

3.1 Застосування законів Кірхгофа

Послідовність (алгоритм) розрахунку

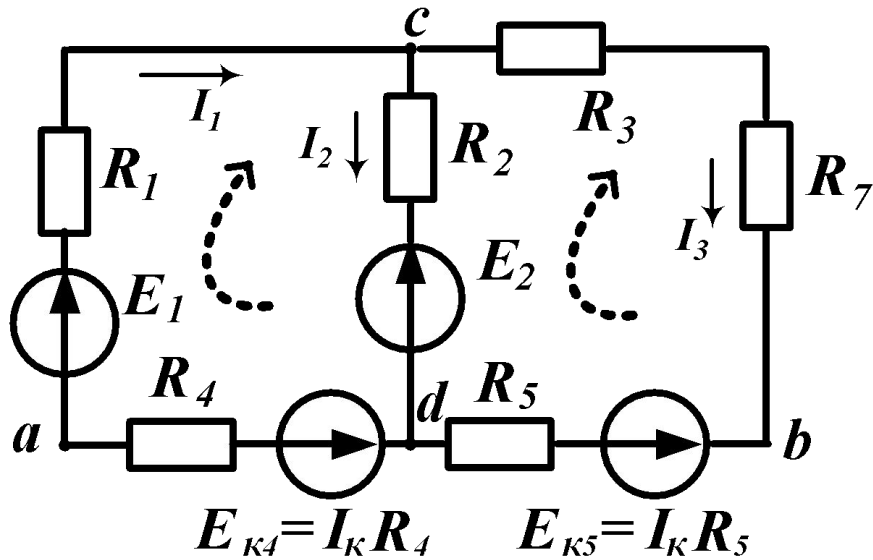


рис. 3.3.

1) Задаються (довільно) позитивними напрямками струмів (I_1, I_2, I_3) в ветвях схеми (рис. 3.3)

2) Складається $(n-1)$ рівнянь для вузлів за першим законом Кірхгофа

Вузол c
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

3) Відсутні $m-(n-1)$ рівнянь складаються за другим законом Кірхгофа.

Контур a-c-d
$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_1 R_4 = E_1 - E_2 - E_{k4}$$

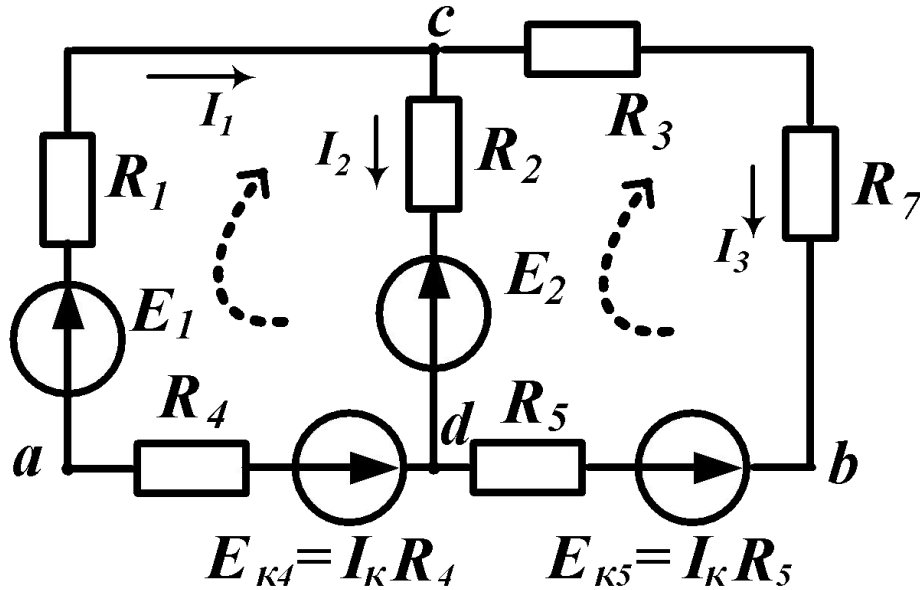
Контур c-b-d
$$I_3 R_3 + I_3 R_7 + I_3 R_5 - I_2 R_2 = E_2 - E_{k5}$$

Правило вибору контурів для складання рівнянь

Кожен наступний контур повинен включати в себе хоча б одну нову гілку, чи не охоплену попередніми рівняннями.

Баланс

потужності.
Для перевірки правильності розрахунків складається рівняння балансу потужності.



$$\sum P_{ист} = \sum P_{нагр}$$

рис. 3.3.

$$\sum P_{ист} = E_1 I_1 - E_{K4} I_1 - E_2 I_2 - E_{K5} I_3$$

$$\square P_{нагр} = I_1^2 (R_1 + R_4) + I_2^2 R_2 + I_3^2 (R_3 + R_5 + R_7)$$

3.2 Метод контурних струмів

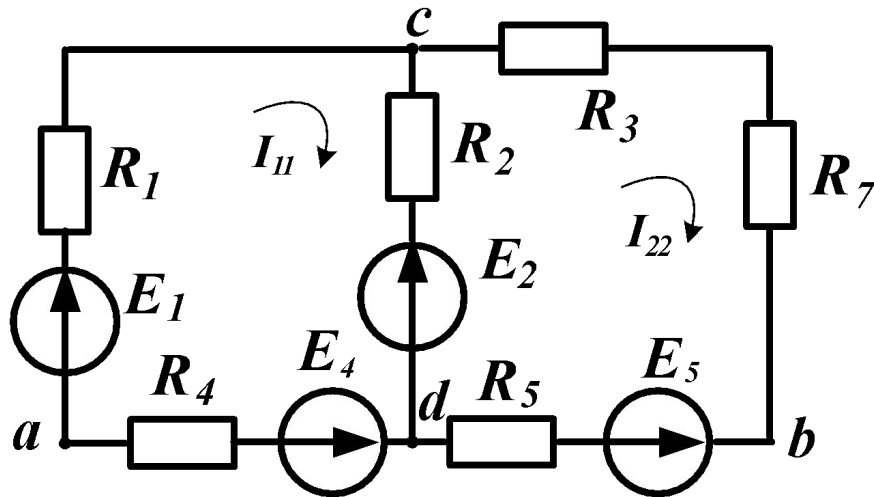


Рисунок 3.4
Початкова схема

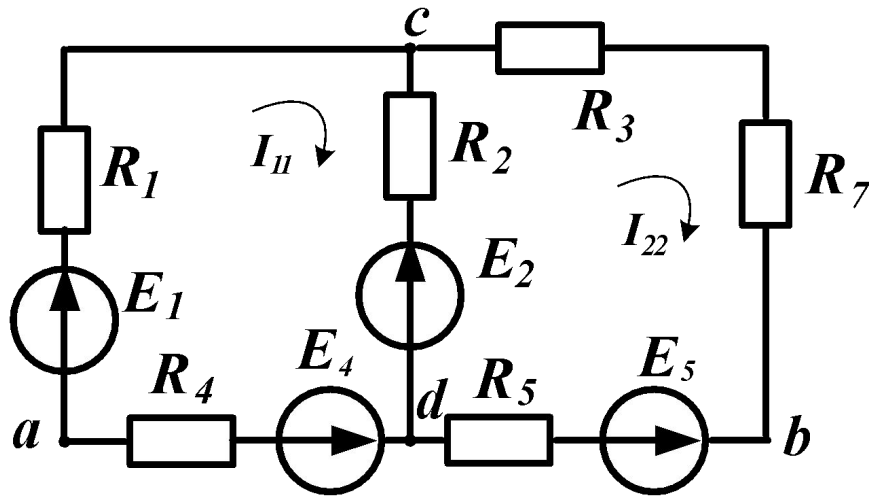
Послідовність (алгоритм) розрахунку

1) Задаються (довільно) позитивними напрямками контурних струмів в контурах схеми (I_{11} , I_{22}).

Контури слід вибирати так, щоб вони не включали в себе гілки з джерелами струму.

2) Складаються система контурних $m - (n - 1)$ рівнянь по 2-му закону Кірхгофа для обраних контурів з контурними струмами I_{11} , I_{22} .

3.2 Метод контурних струмів



В узагальненій формі система контурних рівнянь має вигляд:

$$I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} = E_{11}$$

$$I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} = E_{22}$$

Рисунок 3.4 Початкова схема

Тут введені такі позначення

$$R_{11} = R_1 + R_4 + R_2$$

– власні опору контурів

$$R_{22} = R_3 + R_2 + R_5 + R_7$$

Які рівні сумі опорів всіх елементів контуру за якими відповідний контурний струм;

3.2 Метод контурних струмів

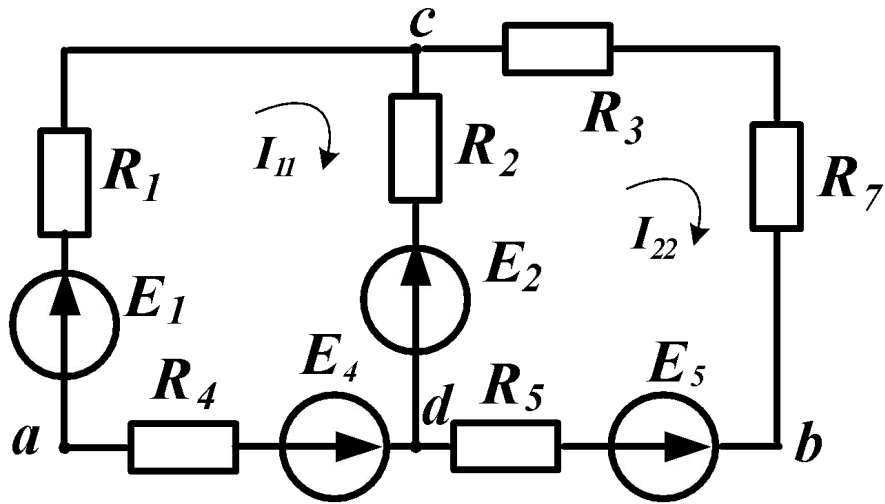


Рисунок 3.4 Початкова схема

$R_{12} = R_{21} = -R_2$ – взаємне опору між контурів

Воно негативно- якщо контурні струми в гілці збігаються

Воно негативно - якщо контурні струми в гілки спрямовані зустрічно

$$E_{11} = E_1 - E_2 -$$

$$E_{22} = E_2 - E_5$$

– контурні ЕРС

Які дорівнюють сумі алгебри ЕРС відповідного контуру

3) Вибираються позитивні напрямки струмів в гілках вихідної схеми (рис. 3.4) (I_1, I_2, I_3) у відповідності з напрямком контурних струмів

$$I_1 = I_{11} \quad I_3 = I_{22} \quad I_2 = I_{11} - I_{22}$$

3.3 Метод вузлових потенціалів

У цьому методі потенціал одного з вузлів схеми приймають рівним нулю, а потенціали інших $(n-1)$ вузлів вважають невідомими, підлягають визначенню.

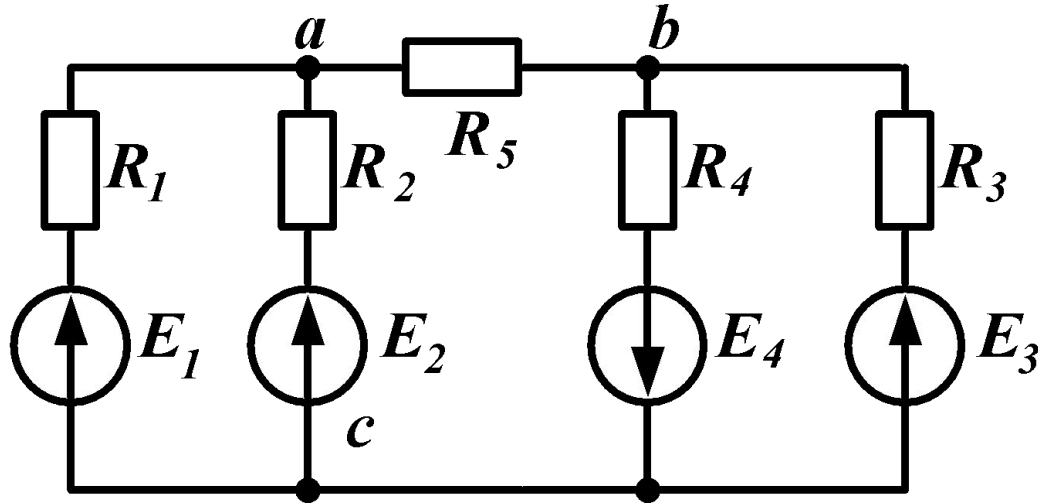


Рисунок 3.5

Нехай потрібно виконати розрахунок режиму в заданій складній схемі рис. 3.5.

Параметри окремих елементів схеми задані.

Послідовність (алгоритм) розрахунку

1) Приймають потенціал одного з вузлів схеми рівним нулю, а потенціали інших $(n-1)$ вузла вважають невідомими, підлягають визначенню.

Потенціал вузла "с" приймається рівним нулю.

3.3 Метод вузлових потенціалів

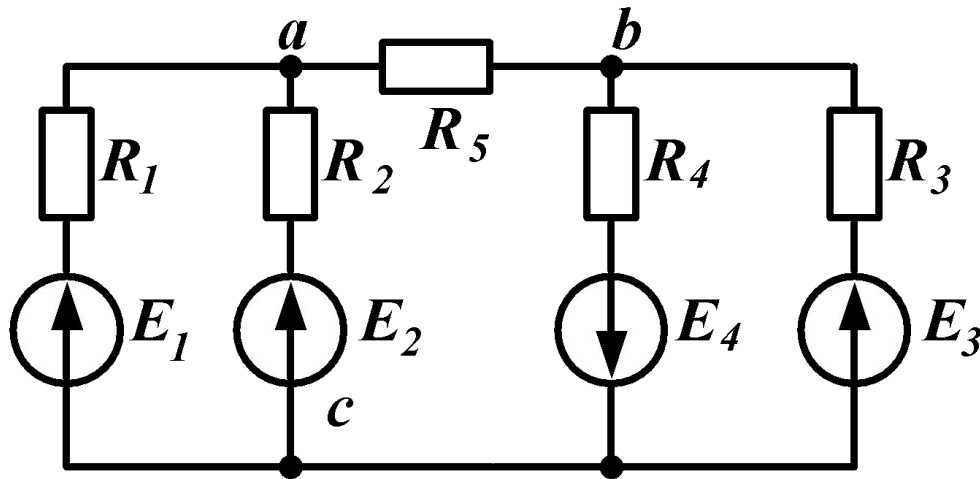


Рисунок 3.5

2) Записується система вузлових рівнянь

$$\varphi_a G_{aa} + \varphi_b G_{ab} = I_{aa}$$

$$\varphi_a G_{ba} + \varphi_b G_{bb} = I_{bb}$$

3) Визначаються коефіцієнти вузлових рівнянь.

Тут вводяться такі позначення:

$$G_{aa} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \quad G_{bb} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad \text{— власні провідності вузлів}$$

Які рівні сумам провідностей всіх гілок, що сходяться в даному вузлі, завжди позитивні

3.3 Метод вузлових потенціалів

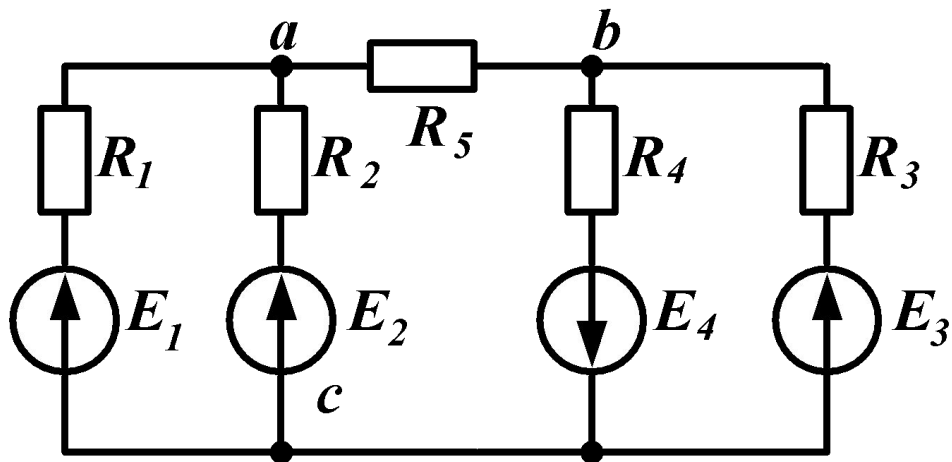


Рисунок 3.5

$$G_{ab} = G_{ba} = -\frac{1}{R_5}$$

– взаємні провідності між суміжними вузлами (*a*, *b*)

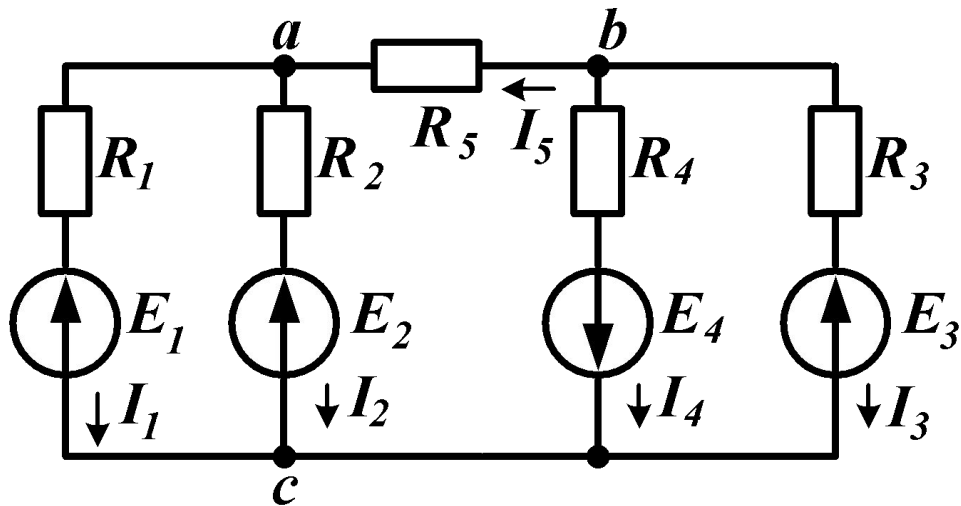
Які рівні сумі провідностей гілок, що з'єднують ці вузли, завжди негативні

$$I_{aa} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \quad I_{bb} = \frac{E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4} \quad \text{– вузлові струми вузлів}$$

Які дорівнює алгебраїчній сумі доданків E/R від усіх гілок, що сходяться у вузлі (знак "+", якщо джерело діє до вузла, і знак «-», якщо джерело діє від вузла).

4) В результаті рішення системи вузлових рівнянь визначаються невідомі потенціали вузлів ϕ_a , ϕ_b .

3.3 Метод вузлових потенціалів



5) Вибираються позитивні напрямки струмів в гілках вихідної схеми

$$I_1 \quad I_2 \quad I_3 \quad I_4 \quad I_5.$$

Рисунок 3.6 Початкова схема

Струми гілок визначаються з потенційних рівнянь гілок через потенціали вузлів ϕ_a , ϕ_b .

$$I_1 = \frac{\phi_a - \phi_c - E_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{\phi_a - \phi_c - E_2}{R_2}, \quad I_3 = \frac{\phi_b - \phi_c - E_3}{R_3},$$

$$I_4 = \frac{\phi_b - \phi_c + E_4}{R_4}, \quad I_5 = \frac{\phi_b - \phi_a}{R_5}$$

3.4 Метод двох вузлів

Метод двох вузлів є окремим випадком методу вузлових потенціалів при числі вузлів у схемі $n=2$.

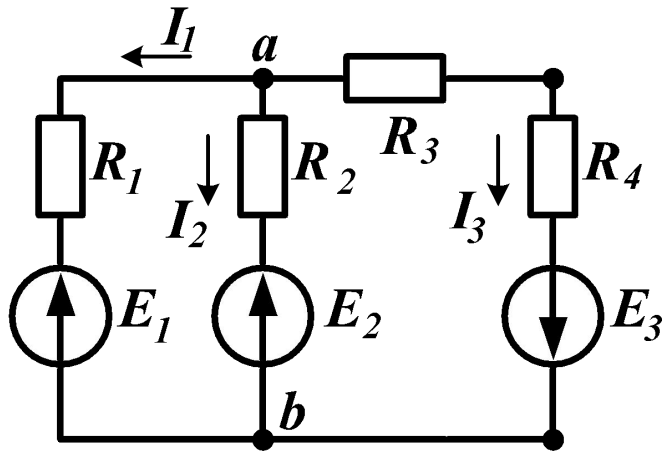


Рисунок 3.7
Метод двох вузлів

Нехай потрібно виконати розрахунок струмів в заданій схемі (рис. 3.4).

Потенціал вузла “ b ” приймається рівним нулю $\phi_b = 0$

Тоді рівняння для вузла “ a ” за методом вузлових потенціалів матиме вигляд: $\phi_a G_{aa} = I_{aa}$,

$$U_{ab} = \frac{I_{aa}}{G_{aa}} = \frac{\sum \frac{E_n}{R_n}}{\sum \frac{1}{R_{nn}}},$$

$$U_{ab} = \frac{I_{aa}}{G_{aa}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}},$$

$$I_1 = \frac{\phi_a - \phi_b - E_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{\phi_a - \phi_b - E_2}{R_2}, \quad I_3 = \frac{\phi_a - \phi_b + E_3}{R_3 + R_4},$$

3.5 Метод накладання

Принцип накладання

Принцип (теорема) накладання свідчить, що струм в будь-якої гілки (напруга будь елементі) складної схеми, що містить кілька джерел, дорівнює алгебраїчній сумі часткових струмів (напруг), що виникають у цій гілці (на цьому елементі) від незалежного дії кожного джерела окремо.

Сутність методу накладання полягає в тому, що в складній схемі з декількома джерелами послідовно розраховуються часткові струми від кожного джерела окремо

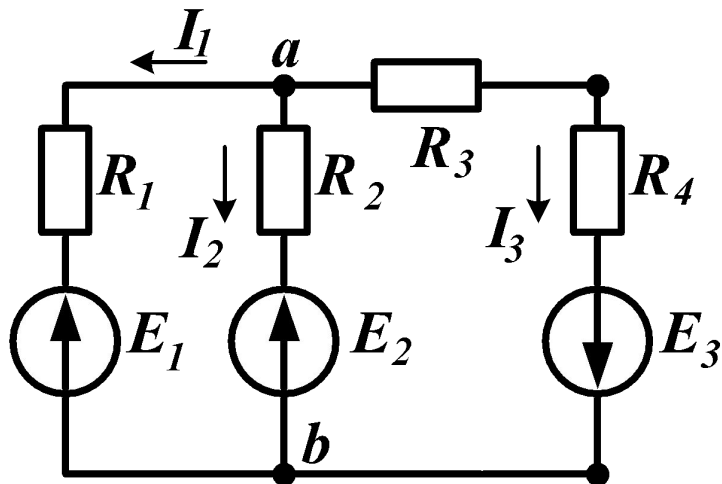


Рисунок 3.8 Метод накладання.
Початкова схема

Розрахунок часткових струмів виконують, як правило, методом перетворення схеми.

Дійсні струми визначаються шляхом алгебраїчного додавання часткових струмів з урахуванням їх напрямків.

Задана схема кола (рис. 3.5) і параметри її елементів

Потрібно визначити струми в гілках схеми методом накладання

3.5 Метод накладання

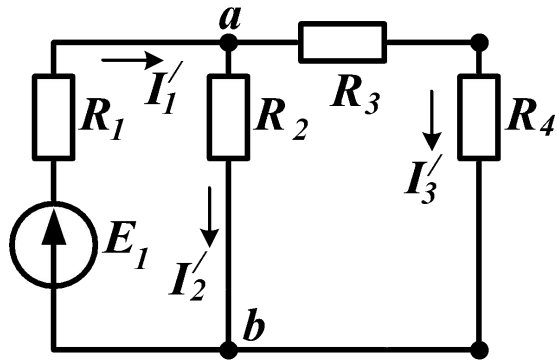


Рисунок 3.9 Діє E_1

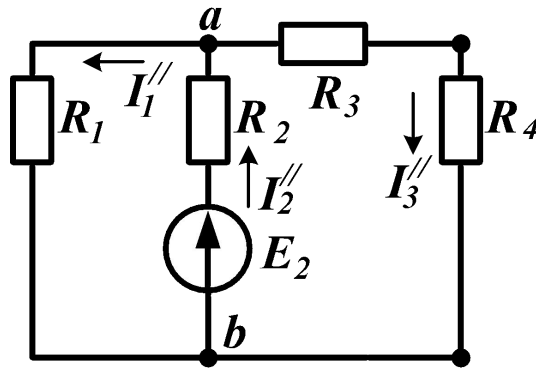


Рисунок 3.10 Діє E_2

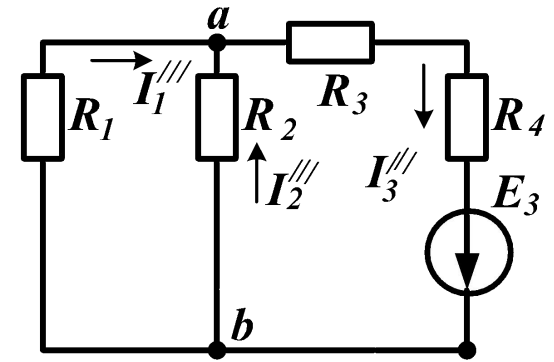


Рисунок 3.11 Діє E_3

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}$$

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}}$$

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$U_{ab}' = E_1 - I_1' R_1$$

$$U_{ab}'' = E_2 - I_2'' R_2$$

$$U_{ab}''' = E_3 - I_3''' (R_3 + R_4)$$

$$I_2' = \frac{U_{ab}'}{R_2} \quad I_3' = \frac{U_{ab}'}{R_3 + R_4}$$

$$I_1'' = \frac{U_{ab}''}{R_1} \quad I_3'' = \frac{U_{ab}''}{R_3 + R_4}$$

$$I_1''' = \frac{U_{ab}'''}{R_1} \quad I_2''' = \frac{U_{ab}'''}{R_2}$$

Потім визначаються струми у вихідній схемі (рис. 3.8)

$$I_1 = -I_1' + I_1'' - I_1''' \quad I_2 = I_2' - I_2'' - I_2''' \quad I_3 = I_3' + I_3'' + I_3'''$$

3.5 Метод накладання

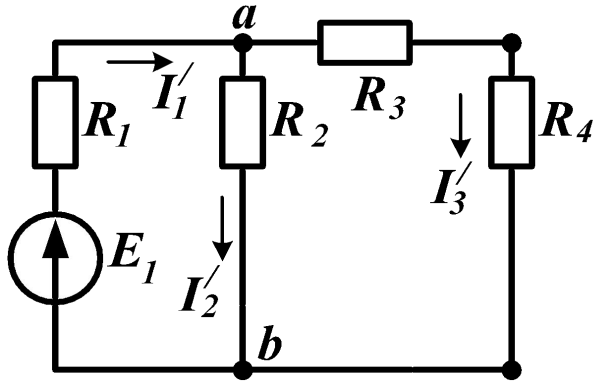


Рисунок 3.9 Діє E_1

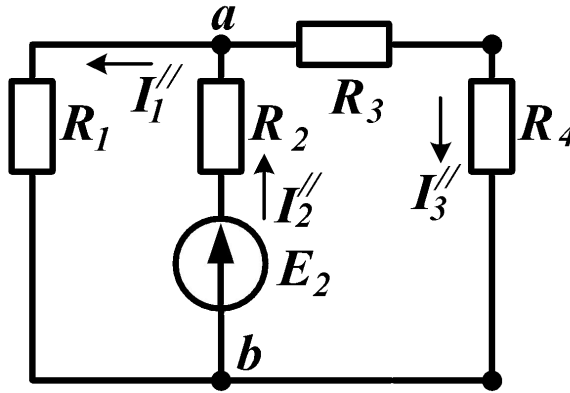


Рисунок 3.10 Діє E_2

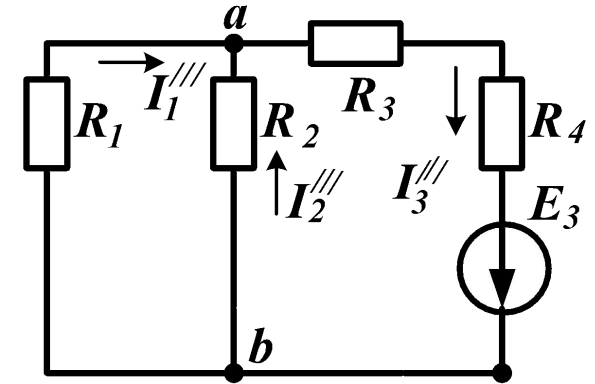


Рисунок 3.11 Діє E_3

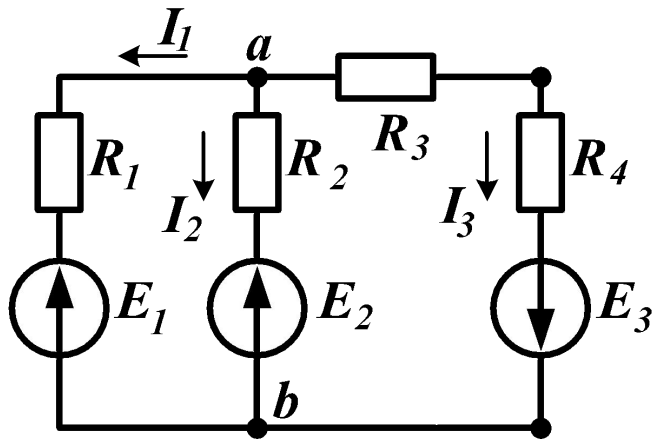


Рисунок 3.8 Початкова схема

Потім визначаються струми у вихідній схемі (рис. 3.8)

$$I_1 = -I_1' + I_1'' - I_1'''$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' - I_2'''$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3'''$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

Метод розрахунку струму у виділеній гілці складної схеми

Послідовність розрахунку

- 1) Зі схеми видаляється гілка, в якій треба знайти струм.
- 2) Виконується розрахунок решти схеми будь - яким методом і визначається напруга холостого ходу між точками підключення віддаленої гілки.
- 3) Для отриманої схеми після видалення гілки, всі джерела ЕРС E виключають, залишаючи замість них провідники, в гілці з джерелами струму I_k видаляють зі схеми.
- 4) Методом еквівалентних перетворень для отриманої пасивної схеми щодо точок підключення віддаленої гілки визначається $R_{ab.вх.}$
- 5) Складається схема заміщення еквівалентного генератора ЕРС, наведена на рисунку 3.12.

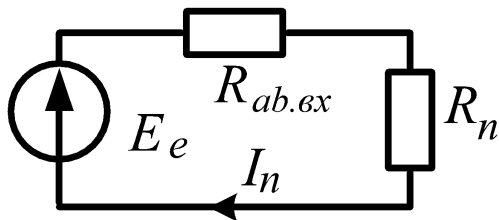


Рисунок 3.12
Схема заміщення
еквівалентного
генератора

- 6) Виконується розрахунок цієї схеми малюнок 3.12 і знаходиться шуканий струм за наступною формулою:

$$I_n = \frac{E_E}{R_{ab.вх.} + R_n}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

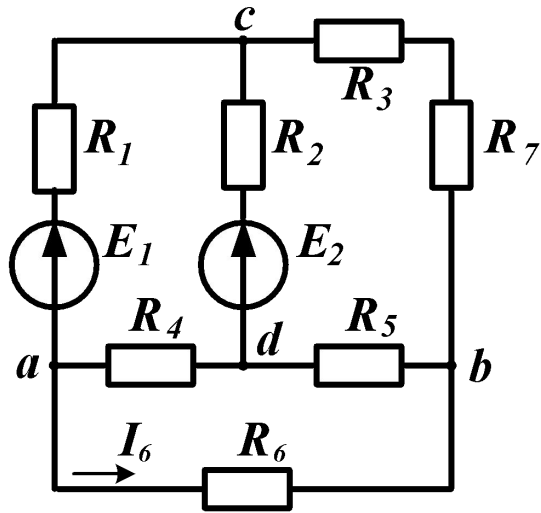


Рисунок 3.13

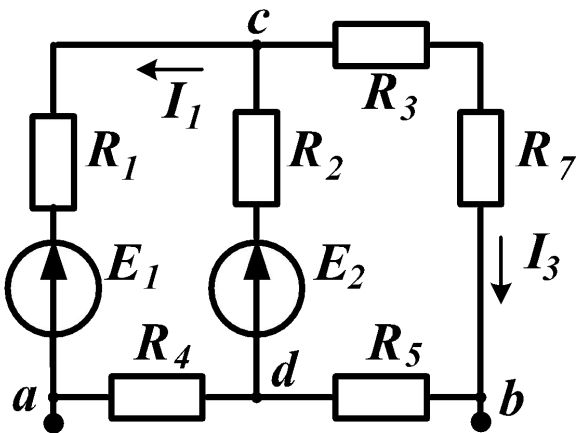


Рисунок 3.14

Визначити струм в гілці з шостим резистором методом еквівалентного генератора (рис. 3.13).

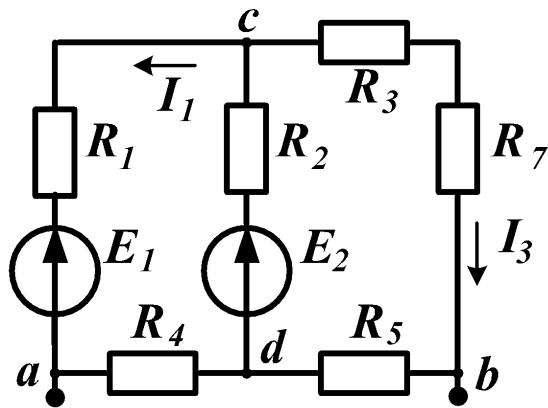
1) Зі схеми (рис. 3.13) віддаляється гілка з резистором R_6 , в якій треба знайти струм.

2) У схемі, наведеній на рисунку 3.14 позначаються позитивні напрямки струмів в гілках I_1 та I_3 .

3) Напруга між вузлами U_{cd} знаходиться за методом двох вузлів

$$U_{cd} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_4} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_5 + R_7}}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора



4) Струми в гілках I_1 і I_3 визначаються за законом Ома

$$I_1 = \frac{U_{cd} - E_1}{R_1 + R_4}$$

$$I_3 = \frac{U_{cd}}{R_3 + R_5 + R_7}$$

5) потенціали точок “ a ”, “ b ” виражаються через струми I_1 і I_3 потенціал точки “ d ”.

$$\varphi_a = \varphi_d + I_1 R_4$$

$$\varphi_b = \varphi_d + I_3 R_5$$

6) Записується вираження для визначення U_{ab}

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

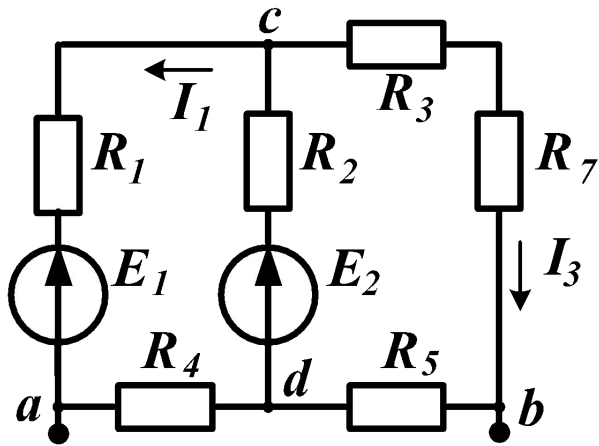


Рисунок 3.14

7) Складається схема для визначення вхідного опору $R_{\text{ав.вх}}$.

При цьому зі схеми (рис. 3.14) виключаються всі джерела ЕРС E , залишаючи замість них провідники (рис. 3.15).

8) Зірка резисторів, що складається з R_2 , R_4 , R_5 , замінюється трикутником резисторів R_{ab} , R_{ac} , R_{cb} (рис. 3.16)

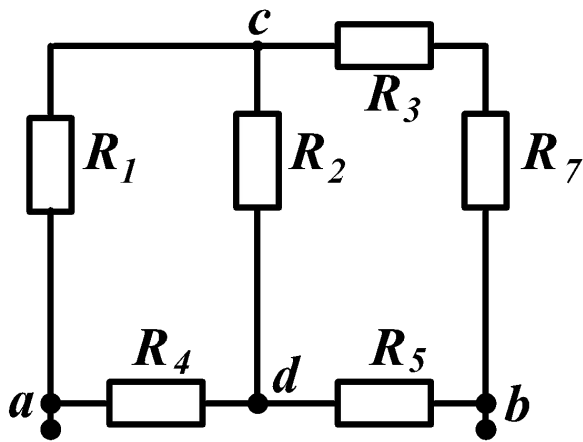


Рисунок 3.15

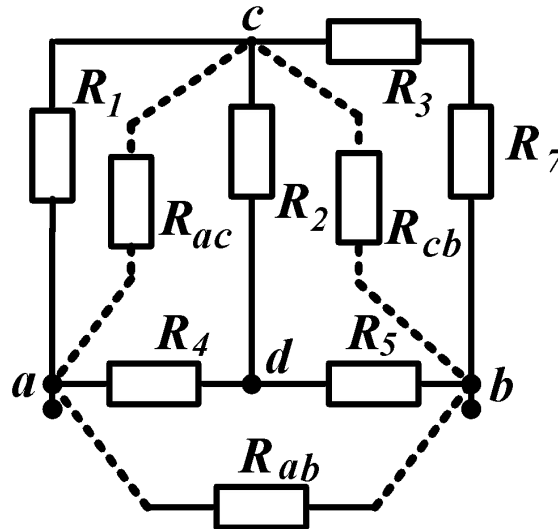


Рисунок 3.16

$$R_{ab} = R_5 + R_4 + \frac{R_5 R_4}{R_2}$$

$$R_{cb} = R_2 + R_5 + \frac{R_2 R_5}{R_4}$$

$$R_{ac} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_5}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

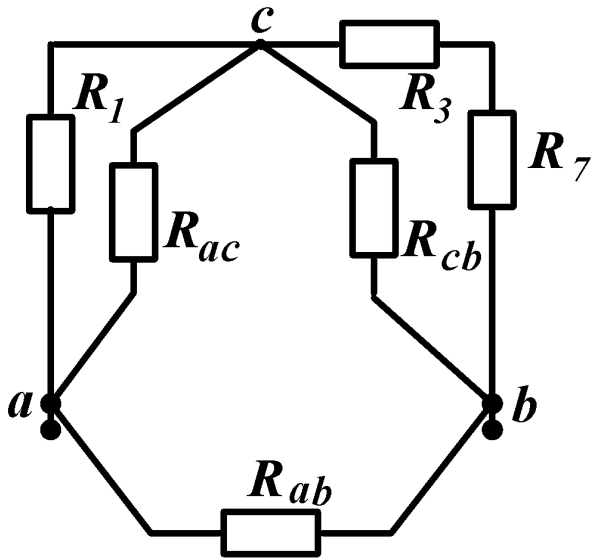


Рисунок 3.17

9) Після еквівалентної заміни зірки резисторів трикутником отримаємо схему, наведену на рисунку 3.17.

Записується вираз для визначення $R_{ab.bx}$

$$R_{ab.bx} = \frac{R_{ab} \left(\frac{R_1 R_{ac}}{R_1 + R_{ac}} + \frac{(R_3 + R_7) R_{cb}}{R_3 + R_7 + R_{cb}} \right)}{R_{ab} + \frac{R_1 R_{ac}}{R_1 + R_{ac}} + \frac{(R_3 + R_7) R_{cb}}{R_3 + R_7 + R_{cb}}}$$

10) Записується вираз для визначення струму I_6

$$I_6 = \frac{U_{ab}}{R_6 + R_{ab.bx}}$$