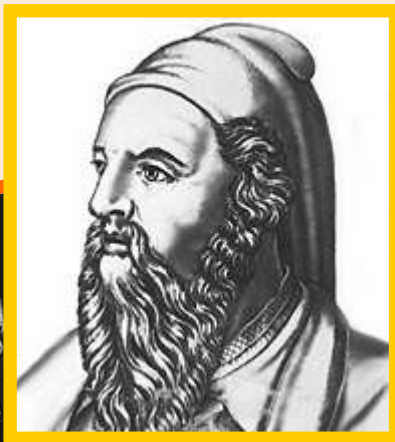
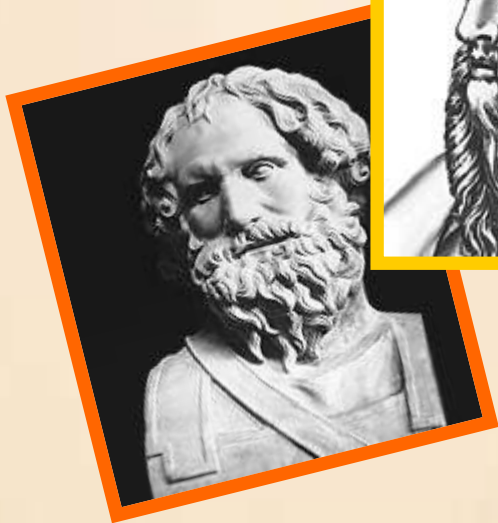
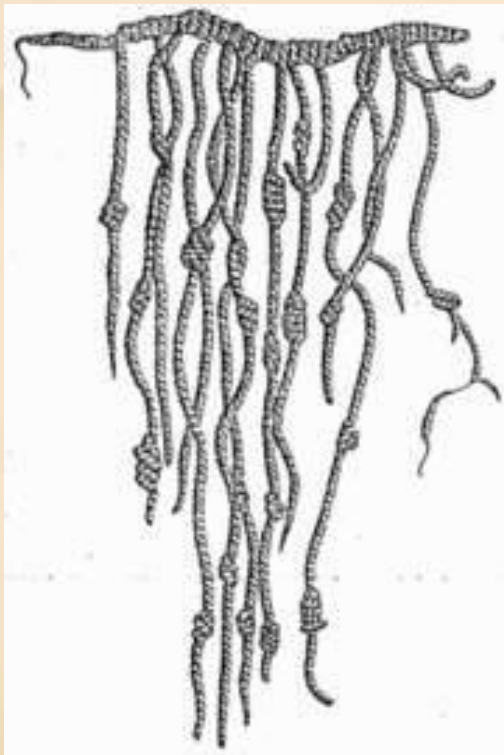


История математики. Развитие и становление



Возникновение арифметики и геометрии

Развитие математики началось с создания практических искусств счёта и измерения линий, поверхностей и объёмов.



Счётное устройство
ИНКОВ

Понятие о натуральных числах формировалось постепенно и усложнялось неумением первобытного человека отделять числовую абстракцию от её конкретного представления. Вследствие этого счёт долгое время оставался только вещественным — использовались пальцы, камешки, пометки и т. п. С распространением счёта на большие количества появилась идея считать не только единицами, но и, так сказать, пакетами единиц, содержащими, например, 10 объектов. Эта идея немедленно отразилась в языке, а затем и в письменности.

Для запоминания результатов счёта использовали зарубки, узелки и т. п. С изобретением письменности стали использовать буквы или особые значки для сокращённого изображения больших чисел. При таком кодировании обычно воспроизводился тот же принцип нумерации, что и в языке.

Вавилон

Вавилоняне писали клинописными значками на глиняных табличках, которые в немалом количестве дошли до наших дней.

Вавилонская расчётная техника была намного совершеннее египетской, а круг решаемых задач существенно шире. Есть задачи на решение уравнений второй степени, геометрические прогрессии. При решении применялись пропорции, средние арифметические, проценты. Методы работы с прогрессиями были глубже, чем у египтян.

Линейные и квадратные уравнения решались ещё в эпоху Хаммурапи; при этом использовалась геометрическая терминология (произведение ab называлось площадью, abc — объёмом, и т. д.). Многие значки для одночленов были шумерскими, из чего можно сделать вывод о древности этих алгоритмов; эти значки употреблялись, как буквенные обозначения неизвестных в нашей алгебре.

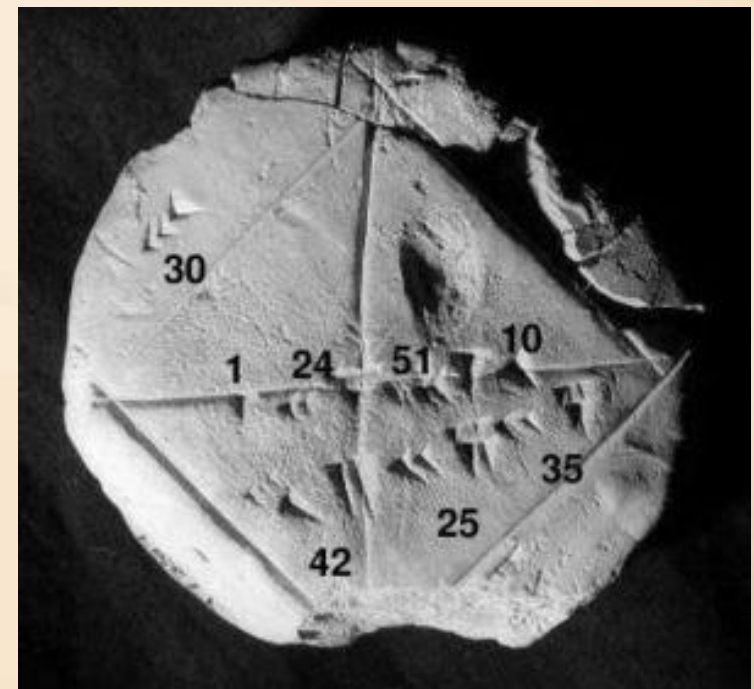
Встречаются также кубические уравнения и системы линейных уравнений. Венцом планиметрии была теорема Пифагора, известная ещё в эпоху Хаммурапи.

Математика в Вавилоне

1	∩	11	∩∩	21	∩∩∩	31	∩∩∩∩	41	∩∩∩∩∩	51	∩∩∩∩∩∩
2	∩∩	12	∩∩∩	22	∩∩∩∩	32	∩∩∩∩∩	42	∩∩∩∩∩∩	52	∩∩∩∩∩∩∩
3	∩∩∩	13	∩∩∩∩	23	∩∩∩∩∩	33	∩∩∩∩∩∩	43	∩∩∩∩∩∩∩	53	∩∩∩∩∩∩∩∩
4	∩∩∩∩	14	∩∩∩∩∩	24	∩∩∩∩∩∩	34	∩∩∩∩∩∩∩	44	∩∩∩∩∩∩∩∩	54	∩∩∩∩∩∩∩∩∩
5	∩∩∩∩∩	15	∩∩∩∩∩∩	25	∩∩∩∩∩∩∩	35	∩∩∩∩∩∩∩∩	45	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	55	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
6	∩∩∩∩∩∩	16	∩∩∩∩∩∩∩	26	∩∩∩∩∩∩∩∩	36	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	46	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	56	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
7	∩∩∩∩∩∩∩	17	∩∩∩∩∩∩∩∩	27	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	37	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	47	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	57	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
8	∩∩∩∩∩∩∩∩	18	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	28	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	38	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	48	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	58	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	19	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	29	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	39	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	49	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	59	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
10	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	20	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	30	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	40	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	50	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩		

Вавилонские 60-ричные
цифры

Вавилонская
табличка с
вычислением



Египет

Древнейшие древнеегипетские математические тексты относятся к началу II тысячелетия до н. э. Математика тогда использовалась в астрономии, мореплавании, землемерии, при строительстве домов, плотин, каналов и военных укреплений. Денежных расчётов, как и самих денег, в Египте не было.

Все задачи из папируса Ахмеса (записан ок. 1650 года до н. э.) имеют прикладной характер и связаны с практикой строительства, размежеванием земельных наделов и т. п. Задачи сгруппированы не по методам, а по тематике.

По преимуществу это задачи на нахождение площадей треугольника, четырёхугольников и круга, разнообразные действия с целыми числами и аликвотными дробями, пропорциональное деление, нахождение отношений, возведение в разные степени, определение среднего арифметического, арифметические прогрессии, решение уравнений первой и второй степени с одним неизвестным.

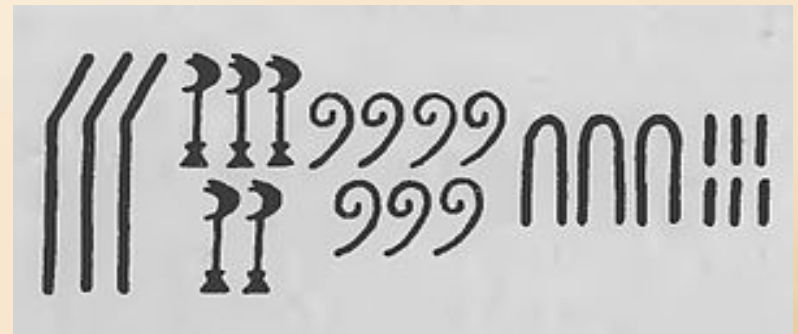
Математика в Древнем Египте



Иероглифическая
запись уравнения

$$x\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 1\right) = 37$$

Иероглифическая запись
числа 35736



Математика в Древнем Египте

Неизвестное число – „хау“, „куча“
или **“неизвестное количество”** единиц



Часть папируса Ахмеса
1650 г. до н.э.

Задача № 24 сборника Ахмеса:
«Куча. Ее седьмая часть 19. Найти кучу».

Запись задачи
нашими знаками:

$$x + \frac{x}{7} = 19.$$

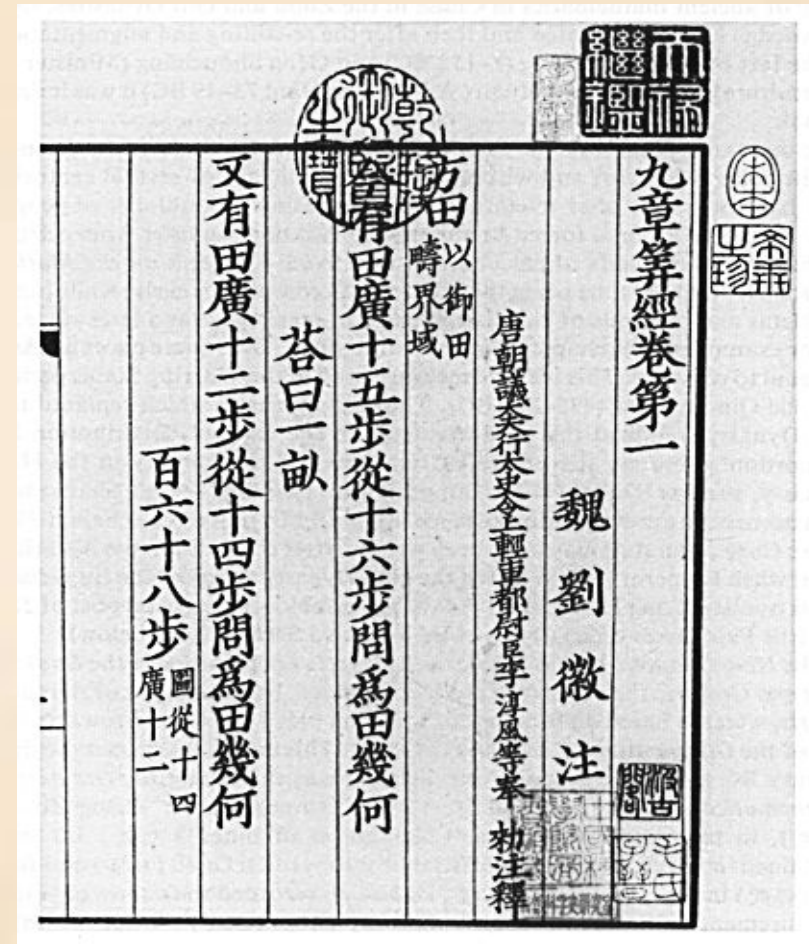
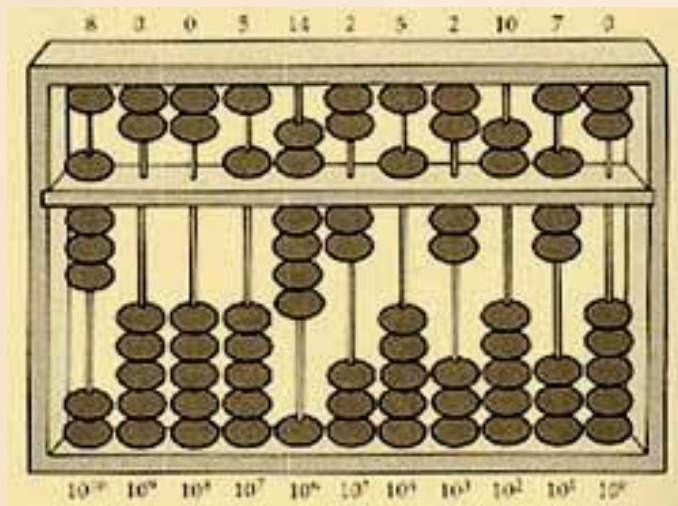
Китай

Цифры в древнем Китае обозначались специальными иероглифами, которые появились во II тысячелетии до н. э., и начертание их окончательно установилось к III веку до н. э. Эти иероглифы применяются и в настоящее время. Вычисления производились на специальной счётной доске **суаньпань** (см. на фотографии), по принципу использования аналогичной русским счётам. Ноль сначала обозначался пустым местом, специальный иероглиф появился около XII века н. э. Для запоминания таблицы умножения существовала специальная песня, которую ученики заучивали наизусть.

Китайцам было известно многое, в том числе: вся базовая арифметика (включая нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного), действия с дробями, пропорции, отрицательные числа, площади и объёмы основных фигур и тел, теорема Пифагора и алгоритм подбора пифагоровых троек, решение квадратных уравнений.

Математика в Древнем Китае

Суаньпань



Математика в девяти книгах
(начало)

Математика в Древнем Китае

$$\pi = \sqrt{10} = 142/45 = 3,155 = 3,1415926$$

Фан-чэн (方程) для решения линейных уравнений.

Тянь-юань (天元术) метод нахождения корней многочлена.

Древняя Греция

Математика в современном понимании этого слова родилась в Греции. В странах-современниках Эллады математика использовалась либо для обыденных нужд, либо, наоборот, для магических ритуалов, имевших целью выяснить волю богов. Математической теории в полном смысле этого слова не было, дело ограничивалось сводом эмпирических правил.

Греки подошли к делу с другой стороны.

Во-первых, пифагорейская школа выдвинула тезис «*Числа правят миром*». Это означало, что истины математики есть в известном смысле истины реального бытия.

Во-вторых, для открытия таких истин пифагорейцы разработали законченную методологию. Сначала они составили список первичных, интуитивно очевидных математических истин (аксиомы, постулаты). Затем с помощью логических рассуждений из этих истин выводились новые утверждения. Так появилась дедуктивная математика.

Греки проверили справедливость этого тезиса во многих областях: астрономия, оптика, музыка, геометрия, позже — механика. Всюду были отмечены впечатляющие успехи: математическая модель обладала неоспоримой предсказательной силой.

Математика в Древней Греции

Три великих геометра древности:

- Евклид
- Архимед
- Апполон Пергский

Математика в Древней Греции

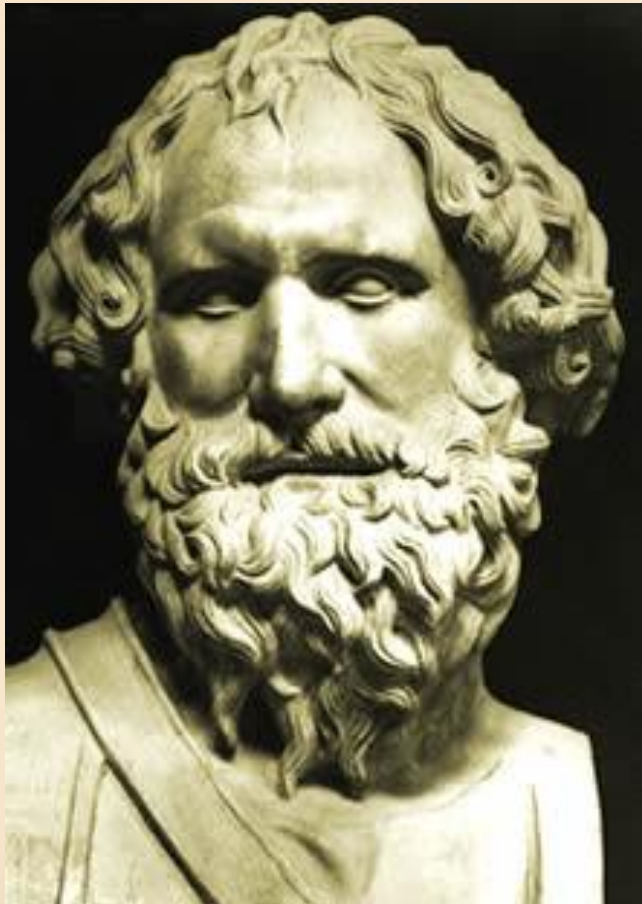


Евклид

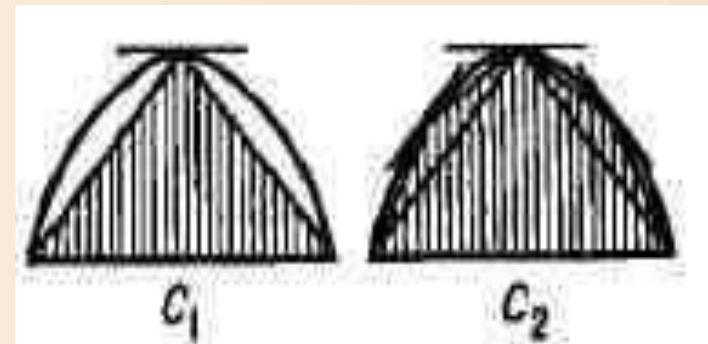


"Начала"

Математика в Древней Греции

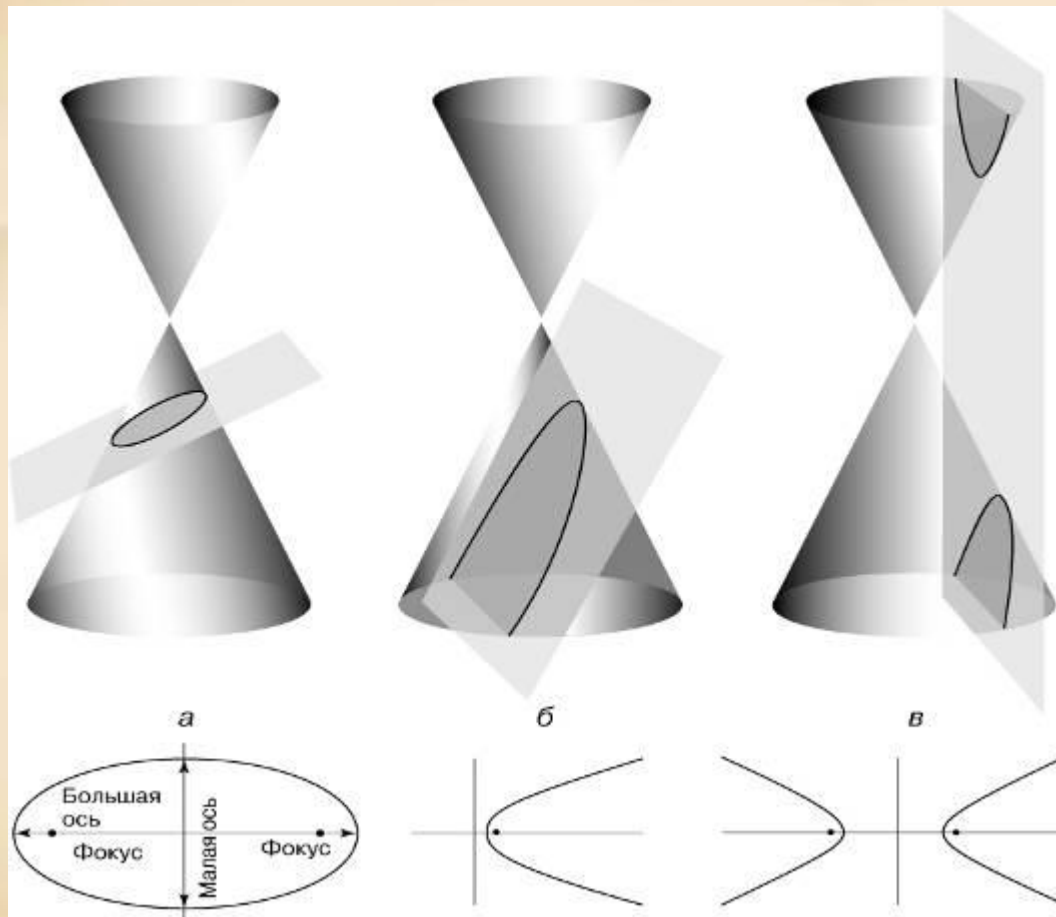


Архимед

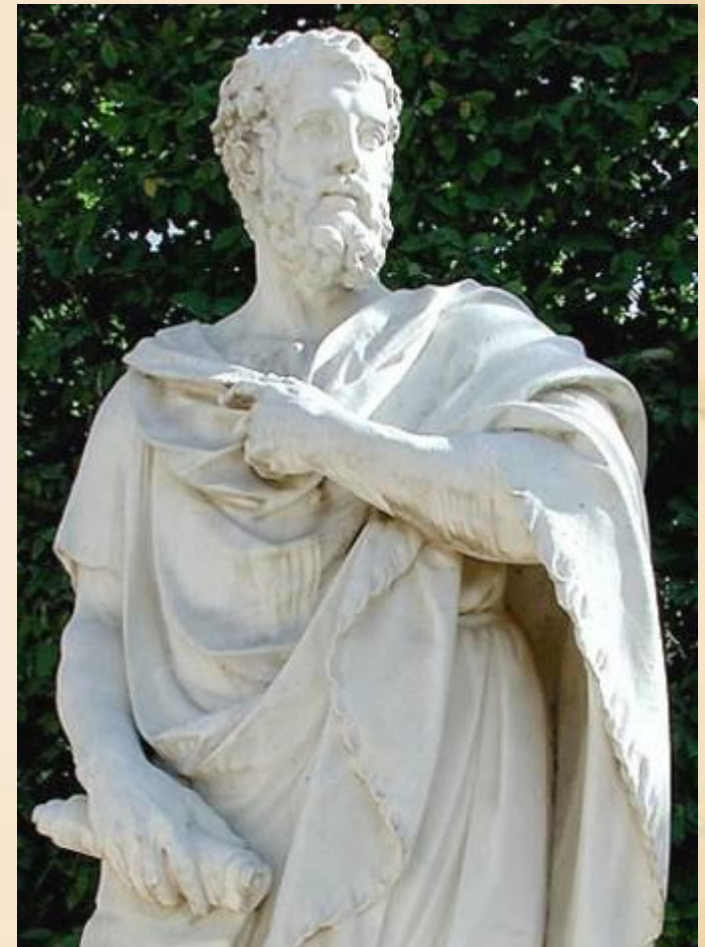


Метод исчерпывания

Математика в Древней Греции



Метод конических сечений



Аполлоний
Пергский

Индия

Около 500 года н. э. неизвестный нам великий индийский математик изобрёл новую систему записи чисел — десятичную позиционную систему. В ней выполнение арифметических действий оказалось неизмеримо проще, чем в старых, с неуклюжими буквенными кодами, как у греков, или шестидесятиричных, как у вавилонян. В дальнейшем индийцы использовали счётные доски, приспособленные к позиционной записи. Они разработали полные алгоритмы всех арифметических операций, включая извлечение квадратных и кубических корней.

К V—VI векам относятся труды Ариабхаты, выдающегося индийского математика и астронома. В его труде «Ариабхатиам» встречается множество решений вычислительных задач. В VII веке работал другой известный индийский математик и астроном, Брахмагупта. Начиная с Брахмагупты, индийские математики свободно обращаются с отрицательными числами, трактуя их как долг.

Наибольшего успеха средневековые индийские математики добились в области теории чисел и численных методов. Индийцы далеко продвинулись в алгебре. Геометрия вызывала у индийцев меньший интерес. Доказательства теорем состояли из чертежа и слова «смотри». Формулы для площадей и объёмов, а также тригонометрию они, скорее всего, унаследовали от греков.

Математика в Древней Индии



Ариабхата

От этих индийских
значков произошли
современные цифры

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-	=	≡	+	h	φ	?	5	?

Страны ислама

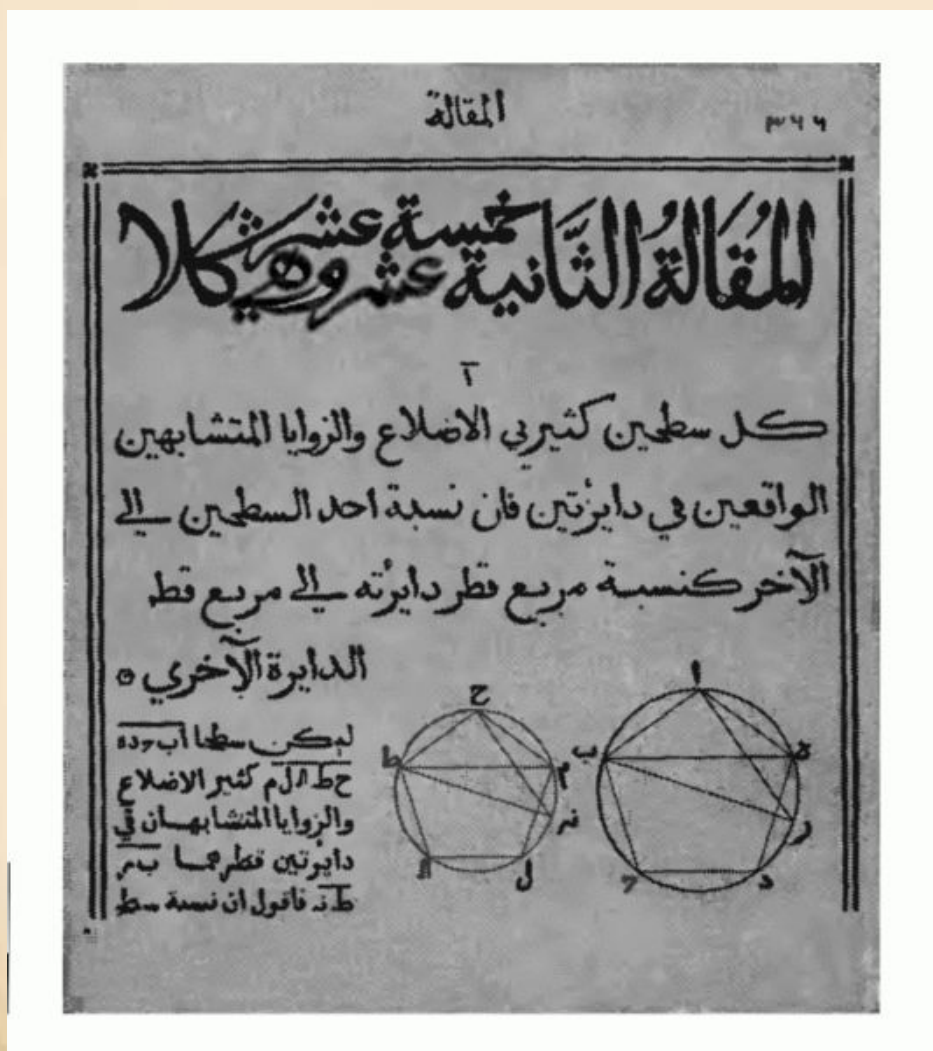
Математика Востока, в отличие от греческой, всегда носила более практический характер. Основными областями применения математики были торговля, строительство, география, астрономия и астрология, механика, оптика.

В IX веке жил аль-Хорезми — сын зороастрийского жреца, прозванный за это аль-Маджуси (маг). Изучив индийские и греческие знания, он написал книгу «Об индийском счёте», способствовавший популяризации позиционной системы во всём Халифате, вплоть до Испании. В XII веке эта книга переводится на латинский, от имени её автора происходит наше слово «алгоритм» (впервые в близком смысле использовано Лейбницем). Другое сочинение ал-Хорезми, «Краткая книга об исчислении аль-джабра и аль-мукабалы», оказало большое влияние на европейскую науку и породило ещё один современный термин «алгебра».

Исламские математики уделяли много внимания не только алгебре, но также геометрии и тригонометрии. Насир ад-Дин ат-Туси (XIII век) и Ал-Каши (XV век) опубликовали выдающиеся работы в этих областях.

В целом можно сказать, что математикам стран ислама в ряде случаев удалось поднять полуэмпирические индийские разработки на высокий теоретический уровень и тем самым расширить их мощь.

Математика исламского средневековья



Арабский перевод
«Начал» Евклида

Математика исламского средневековья



аль-Хорезми



Страница из „Книги об
Индийском счете“ аль-
Хорезми

Западная Европа

Средневековье, IV—XV века

В V веке наступил конец Западной Римской империи, и территория Западной Европы надолго превратилась в поле непрерывных сражений с завоевателями. Развитие науки прекратилось. Потребность в математике ограничивается арифметикой и расчётом календаря церковных праздников.

Стабилизация и восстановление европейской культуры начинаются с XI века. Появляются первые университеты (Салерно, Болонья). Расширяется преподавание математики: в традиционный квадравиум входили арифметика, геометрия, астрономия и музыка.

Первое знакомство европейских учёных с античными открытиями происходило в Испании. В XII веке там переводятся основные труды великих греков и их исламских учеников. С XIV века главным местом научного обмена становится Византия.

В конце XII века на базе нескольких монастырских школ был создан Парижский университет; Оксфорд и Кембридж в Британии. Интерес к науке растёт, и одно из проявлений этого — смена числовой системы. Долгое время в Европе применялись римские цифры. В XII—XIII веках публикуются первые в Европе изложения десятичной позиционной системы записи (сначала переводы ал-Хорезми, потом собственные руководства), и начинается её применение.

Первым крупным математиком средневековой Европы стал в XIII веке Леонардо Пизанский, известный под прозвищем *Фибоначчи*. Основной его труд: «Книга абака» (1202 год, второе переработанное издание — 1228 год). Абаком Леонардо называл арифметические вычисления. Фибоначчи был хорошо знаком (по арабским переводам) с достижениями древних и систематизировал значительную их часть в своей книге.

В XIV веке университеты появляются почти во всех крупных странах (Прага, Краков, Вена, Гейдельберг, Лейпциг, Базель и др.).

Лука Пачоли, крупнейший алгебраист XV века, друг Леонардо да Винчи, дал ясный (хотя не слишком удобный) набросок алгебраической символики.



**Страница из
«Книги абака»**

Западная Европа - XVI век

XVI век стал переломным для европейской математики.

Первым крупным достижением стало открытие общего метода решения уравнений третьей и четвёртой степени. Итальянские математики дель Ферро, Тарталья и Феррари решили проблему, с которой несколько веков не могли справиться лучшие математики мира. При этом обнаружилось, что в решении иногда появлялись «невозможные» корни из отрицательных чисел. После анализа ситуации европейские математики назвали эти корни «мнимыми числами». Так в математику впервые вошли комплексные числа.



Джон Непер

Важнейший шаг к новой математике сделал француз Франсуа Виет. Он окончательно сформулировал символический метаязык арифметики — буквенную алгебру.

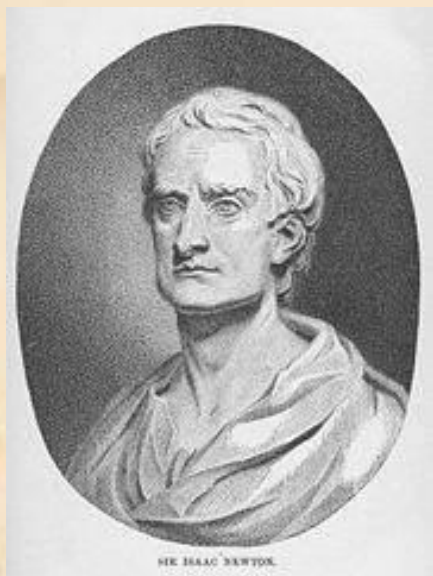
Третье великое открытие XVI века — изобретение логарифмов (Джон Непер).

В 1585 году фламандец Симон Стевин издаёт книгу «Десятая» о правилах действий с десятичными дробями, после чего десятичная система одерживает окончательную победу и в области дробных чисел.

Западная Европа - XVII век

В XVII веке быстрое развитие математики продолжается, и к концу века облик науки коренным образом меняется.

Рене Декарт исправляет стратегическую ошибку античных математиков и восстанавливает алгебраическое понимание числа. Более того, он указывает способ перевода геометрических предложений на алгебраический язык (с помощью системы координат). Так родилась аналитическая геометрия. Особо следует отметить разработанную им математическую символику, близкую к современной.



Исаак Ньютон

Пьер Ферма, Гюйгенс и Якоб Бернулли открывают новый раздел математики, которому суждено большое будущее — теорию вероятностей. Якоб Бернулли формулирует первую версию закона больших чисел.

И, наконец, появляется не очень чёткая, но глубокая идея — анализ произвольных гладких кривых с помощью разложения их на бесконечно малые отрезки прямых. Первой реализацией этой идеи был во многом несовершенный метод неделимых (Кеплер, Кавальери, Ферма), и уже с его помощью было сделано множество новых открытий. В конце XVII века идея неделимых была существенно расширена Ньютоном и Лейбницем, и появился исключительно могучий инструмент исследования — математический анализ. Это математическое направление стало основным в следующем, XVIII веке.

Западная Европа - XVIII век

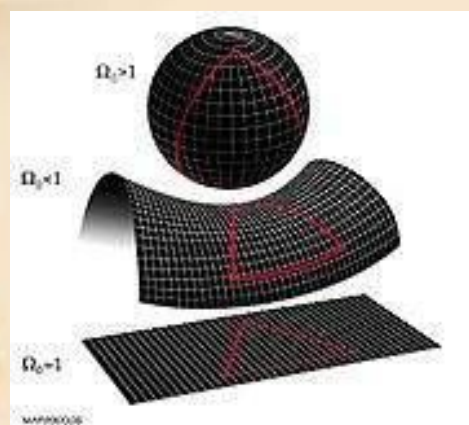
XVIII век в математике можно кратко охарактеризовать как век анализа, который стал главным объектом приложения усилий математиков. Способствуя бурному развитию естественных наук, анализ, в свою очередь, прогрессировал сам, получая от них всё более и более сложные задачи. На стыке этого обмена идеями родилась математическая физика

Лидером математиков XVIII века был Эйлер, чей исключительный талант наложил отпечаток на все основные математические достижения столетия. Именно он сделал из анализа совершенный инструмент исследования. Эйлер существенно обогатил ассортимент функций, разработал технику интегрирования, далеко продвинул практически все области математики. Наряду с Мопертюи он сформулировал принцип наименьшего действия как высший и универсальный закон природы.

В теории чисел окончательно легализуются мнимые числа. Эйлер разработал теорию делимости целых чисел и теорию сравнений (вычетов), завершённую Гауссом. Эйлер ввёл понятие первообразного корня, доказал его существование для любого простого числа и нашёл количество первообразных корней, открыл квадратичный закон взаимности. Он и Лагранж опубликовали общую теорию цепных дробей, и с их помощью решили немало задач диофантова анализа. Эйлер также обнаружил, что в ряде задач теории чисел можно применить аналитические методы.

Западная Европа - XIX век

В геометрии, алгебре, анализе появляются многочисленные нестандартные структуры с необычными свойствами: неевклидовы и многомерные геометрии, кватернионы, конечные поля, некоммутативные группы и т. п.



Неевклидовы геометрии

Объектами математического исследования всё больше становятся нечисловые объекты: события, предикаты, множества, абстрактные структуры, векторы, тензоры, матрицы, функции, многолинейные формы и т. д.

Возникает и получает широкое развитие математическая логика.

Георг Кантор вводит в математику предельно абстрактную теорию множеств, а заодно понятие актуальной бесконечности произвольного масштаба.

В целом в XIX веке роль и престиж математики в науке и экономике заметно растут. Соответственно растёт и её государственная поддержка. Математика вновь становится по преимуществу университетской наукой. Появляются первые математические общества: Лондонское, Американское, Французское, Московское, а также общества в Палермо и Эдинбурге.

Россия

В 1701 году императорским указом была учреждена в Сухаревой башне *математически- навигацкая школа*, где преподавал Л. Ф. Магницкий. По поручению Петра I он написал (на церковно-славянском) известный учебник арифметики (1703), а позже издавал навигационные и логарифмические таблицы. Учебник Магницкого для того времени был исключительно добротным и содержательным. Автор тщательно отобрал всё лучшее, что было в существовавших тогда учебниках, и изложил материал ясно, с многочисленными примерами и пояснениями.



**Пафнутий
Львович
Чебышёв**

В XIX веке молодая российская математика уже выдвинула учёных мирового уровня.

Первым из них стал Михаил Васильевич Остроградский. Важные прикладные работы выполнил Виктор Яковлевич Буняковский — чрезвычайно разносторонний математик, изобретатель, признанный авторитет по теории чисел и теории вероятностей, автор фундаментального труда «Основания математической теории вероятностей».

Фундаментальными вопросами математики в России первой половины XIX века занялся только Николай Иванович Лобачевский, который выступил против догмата евклидовости пространства. Несколько важных открытий общего характера сделала Софья Ковалевская.

Пафнутий Львович Чебышёв, математик-универсал, сделал множество открытий в самых разных, далёких друг от друга, областях математики — теории чисел, теории вероятностей, теории приближения функций.

Спасибо за внимание !