

# Справочник по геометрии 7-9 класс



# Номинация: интерактивная презентация к урокам

**Не секрет, что порою для решения задачи не хватает знания какой-то одной-единственной формулы, которую хочется быстрее найти и применить, но не всегда эта формула находится под рукой, поэтому в презентации собраны самые важные и нужные формулы геометрии, которые могут пригодиться при решении различных заданий.**

**Важную роль играет использование математического справочника при самоподготовке к ЕГЭ в 11 классе и ГИА в 9 классе.**

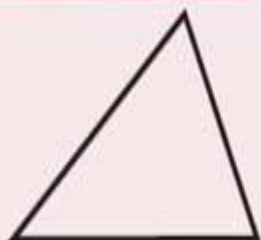
**Создание справочника не закончено. Собраны основные формулы по курсу геометрии 7-9 классов. Работа над созданием справочника продолжается**



# Цели и задачи создания справочника:

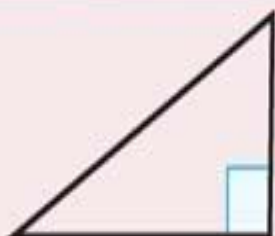
- систематизировать материал по основным математическим понятиям и формулам школьного курса геометрии;
- создать учащимся условия для беспроблемного решения многих математических задач при выполнении домашнего задания, при подготовке к контрольным и самостоятельным работам, к ЕГЭ и ГИА;
- способствовать развитию познавательной активности учащихся через знакомство с формулами, облегчающими процесс решения задачи;
- способствовать развитию математических способностей одарённых детей через знакомство с формулами, не входящими в школьную программу по математике.

# Треугольник



ОСТРОУГОЛЬНЫЙ

все углы острые



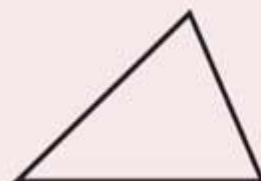
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ

один угол прямой



ТУПОУГОЛЬНЫЙ

один угол тупой



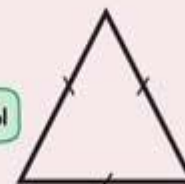
РАЗНОСТОРОННИЙ

все стороны разной длины



РАВНОБЕДРЕННЫЙ

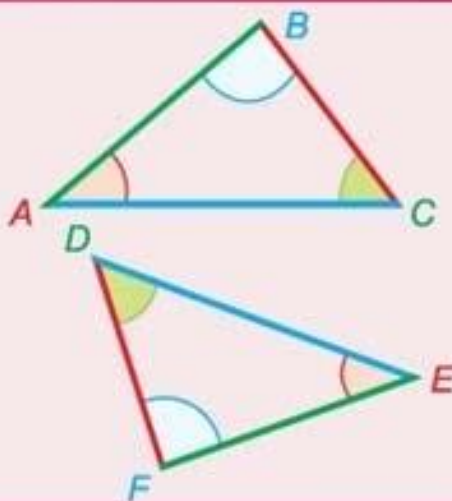
Есть две равные стороны



РАВНОСТОРОННИЙ

все стороны равны

## РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ



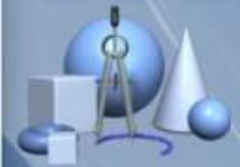
$$\triangle ABC = \triangle FED$$



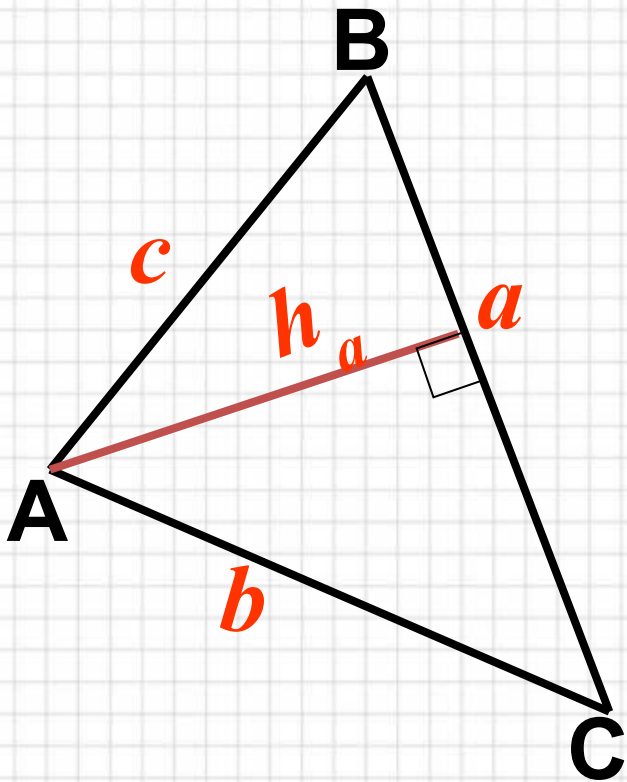
$$\begin{array}{ll} \angle A = \angle E & BC = DF \\ \angle B = \angle F & AC = DE \\ \angle C = \angle D & AB = FE \end{array}$$

соответствующие углы

соответствующие стороны



# Треугольник



## Основные формулы

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$P = a + b + c;$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a;$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где}$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

# Свойства равнобедренного треугольника

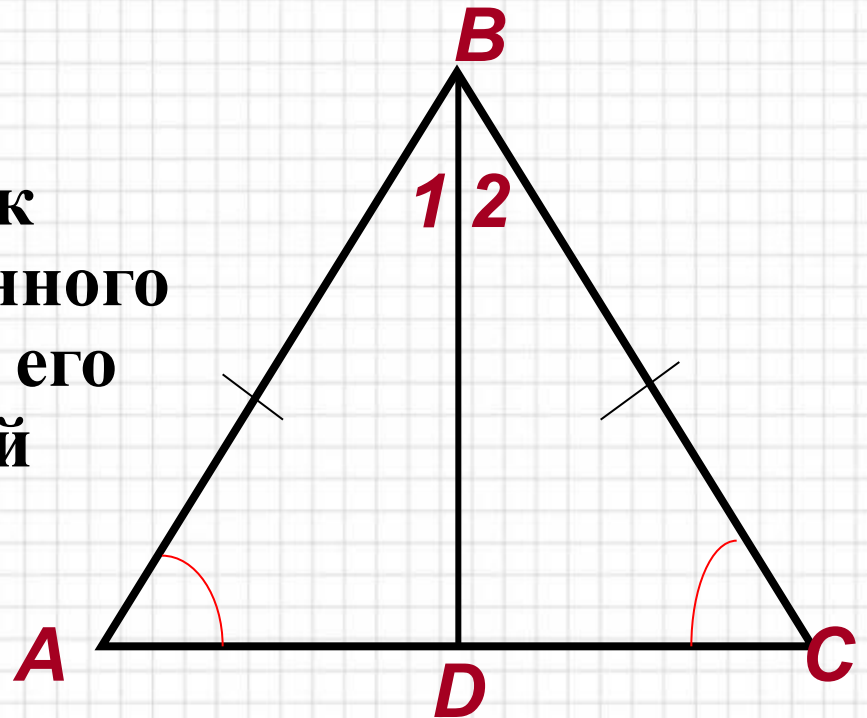
- В равнобедренном треугольнике углы при основании равны

$$\angle A = \angle C$$

- **Медиана**, проведенная к основанию равнобедренного треугольника является его биссектрисой и высотой

**BD-биссектриса**

**BD-высота**

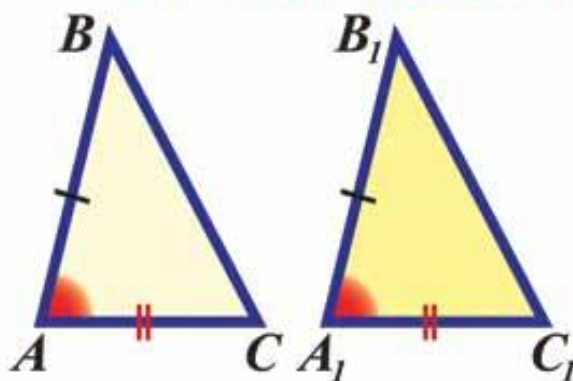


# Признаки равенства треугольников

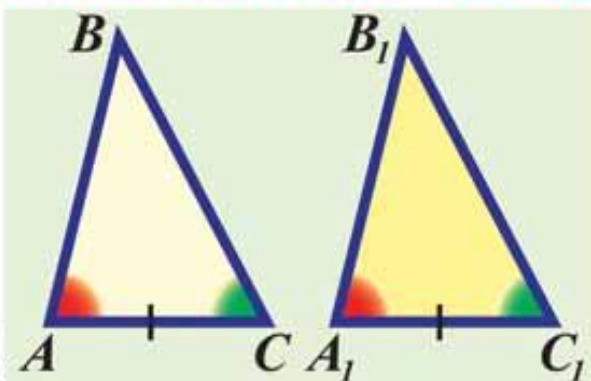
СУС

УСУ

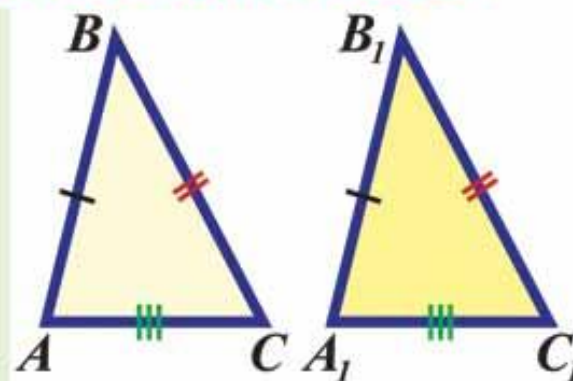
ССС



**I**  
ПРИЗНАК  $AB = A_1B_1$   
 $AC = A_1C_1$   
 $\angle A = \angle A_1$



**II**  
ПРИЗНАК  $AC = A_1C_1$   
 $\angle A = \angle A_1$   
 $\angle C = \angle C_1$



**III**  
ПРИЗНАК  $AB = A_1B_1$   
 $BC = B_1C_1$   
 $AC = A_1C_1$

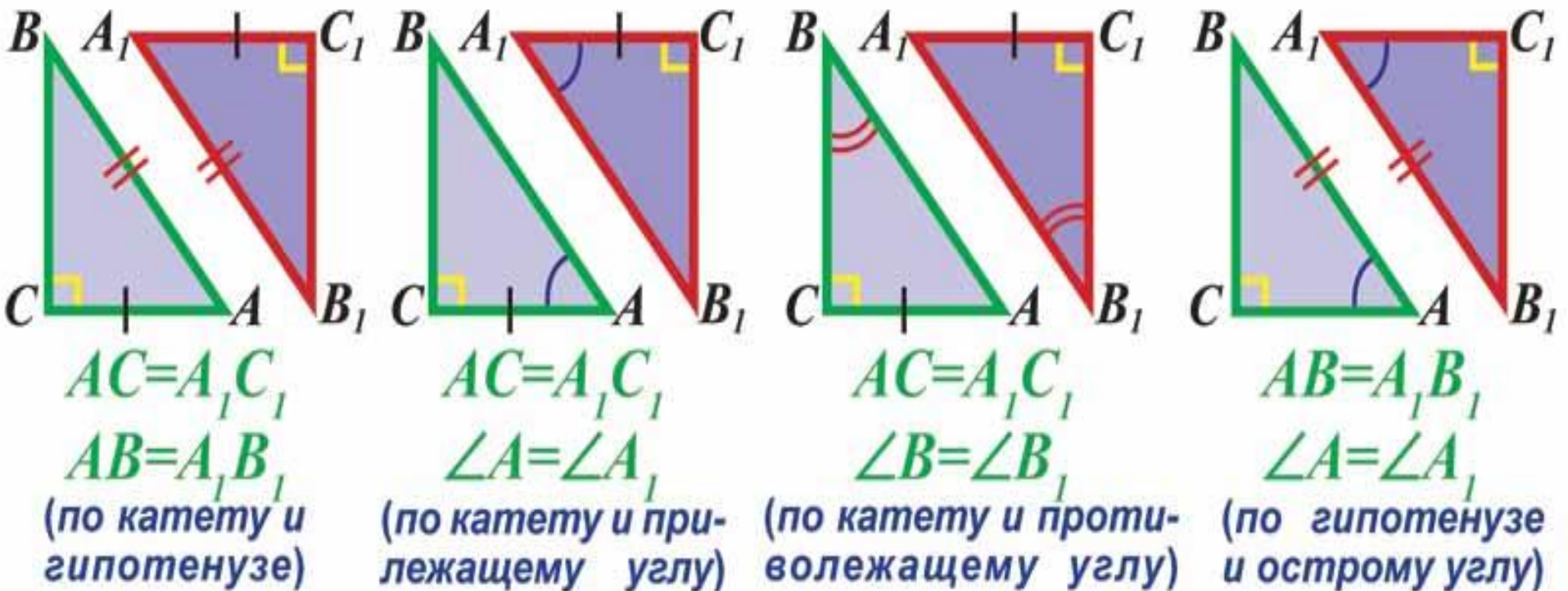
По двум  
сторонам и углу  
между ними

По стороне и  
двум  
прилежащим к  
ней углам

По трём  
сторонам

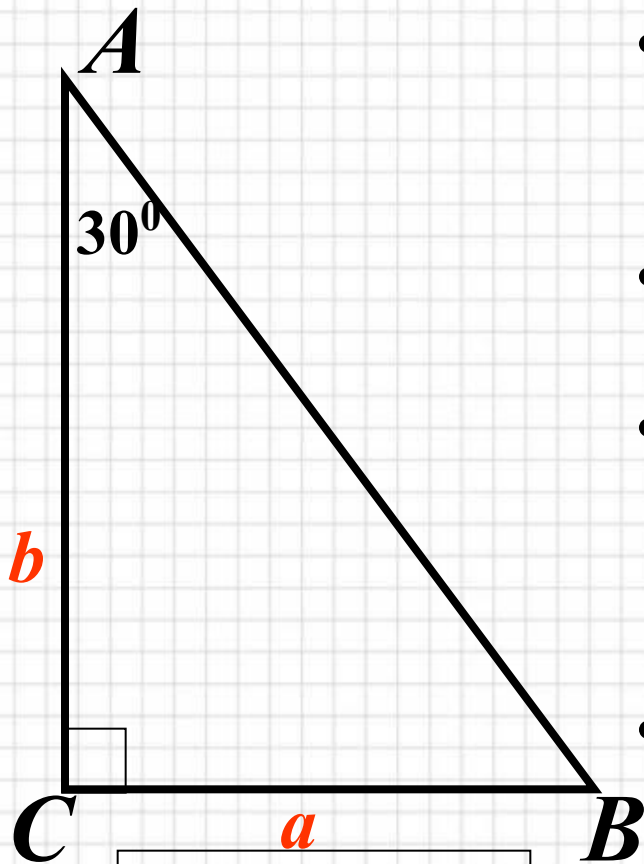
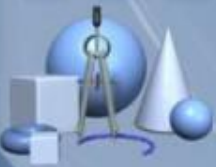


# Признаки равенства прямоугольных треугольников





# Свойства прямоугольного треугольника



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

- В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна  $90^\circ$ .

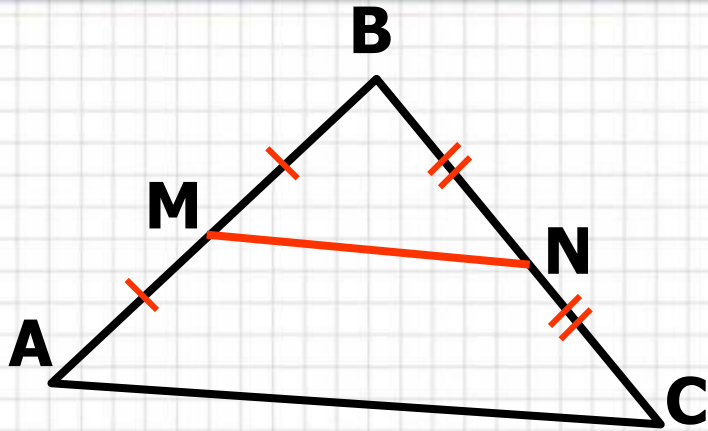
$$\angle A + \angle C = 90^\circ$$

- В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета
- Катет в прямоугольном треугольнике, лежащий против угла в  $30^\circ$ , равен половине гипотенузы.

$$CB = \frac{1}{2} \cdot AB$$

- Если катет в прямоугольном треугольнике равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен  $30^\circ$ .

# Соотношения между сторонами и углами треугольника



В треугольнике ABD:

- против большего угла лежит большая сторона ;
- против большей стороны лежит больший угол

- Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон:  $AB < AC + CB$ ,  $AC < AB + CB$ ,  $BC < AC + AB$ ,
- MN – средняя линия треугольника

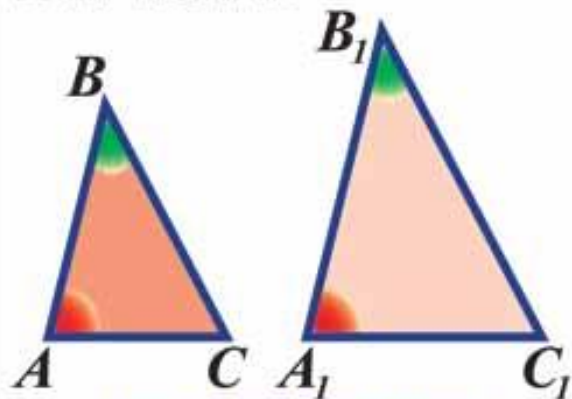
Свойства средней линии трапеции:

$$1) MN = \frac{1}{2} \cdot AC;$$

$$2) MN \parallel AC;$$

# Признаки подобия треугольников

## I ПРИЗНАК

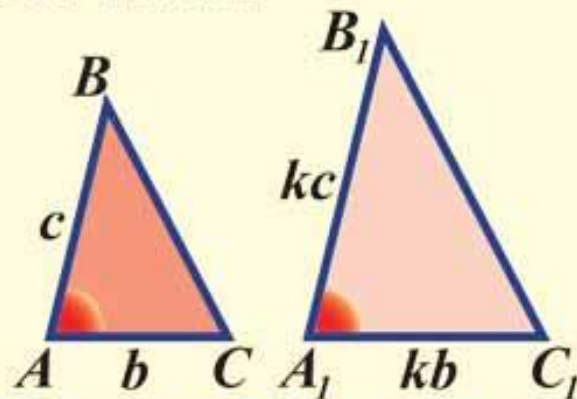


(по двум углам)

$$\angle A = \angle A_1$$

$$\angle B = \angle B_1$$

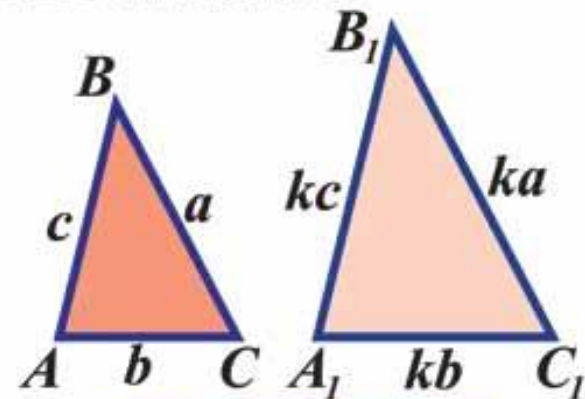
## II ПРИЗНАК



(по двум пропорциональным  
сторонам и углу между ними)

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC} = k; \angle A = \angle A_1$$

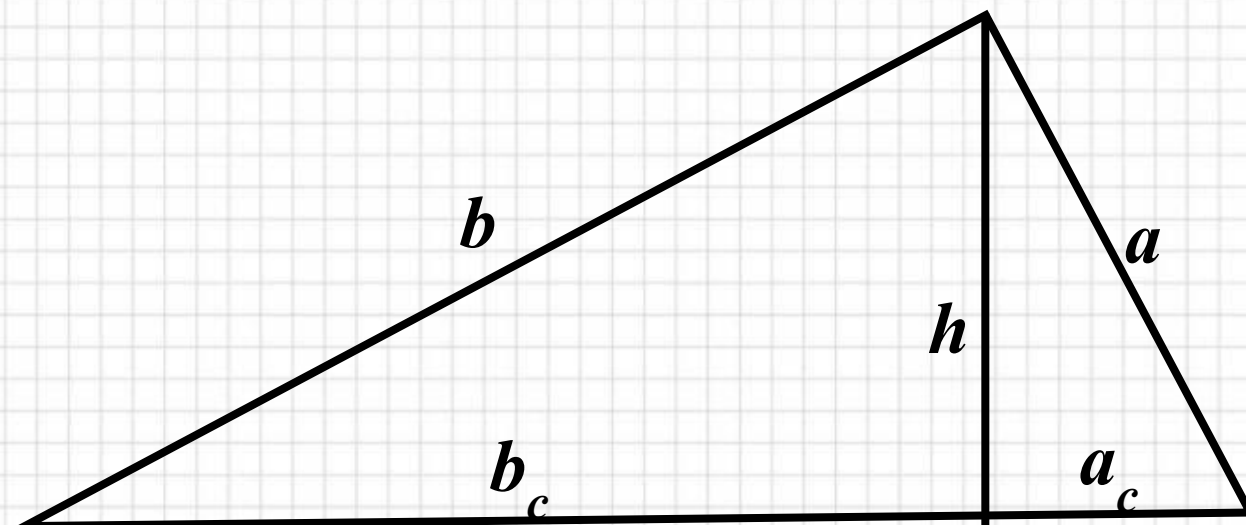
## III ПРИЗНАК



(по трем пропорциональным  
сторонам)

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$

# Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике



$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c} \quad \text{или} \quad h^2 = a_c \cdot b_c;$$

$$b = \sqrt{c \cdot b_c} \quad \text{или} \quad b^2 = c \cdot b_c;$$

$$a = \sqrt{c \cdot a_c} \quad \text{или} \quad a^2 = c \cdot a_c;$$

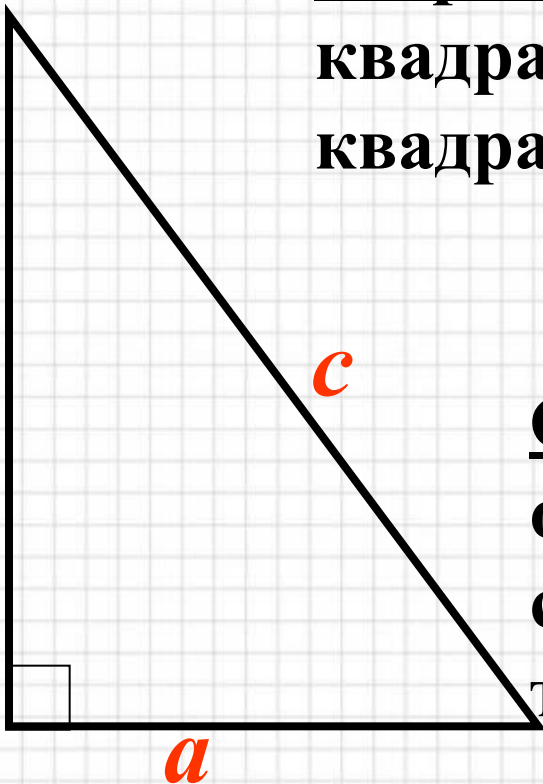


# Теорема Пифагора

**Теорема:** В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

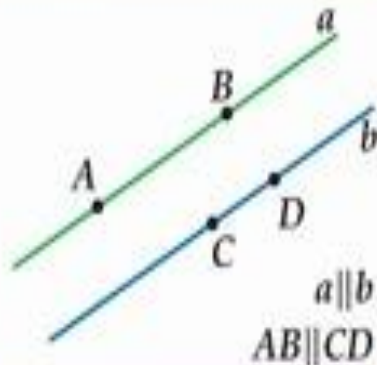
$$c^2 = a^2 + b^2$$

**Обратная теорема:** Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то этот треугольник прямоугольный



# Признаки параллельности прямых

Две прямые параллельны, если они не пересекаются. Пишут  $a \parallel b$ .  
Два отрезка параллельны, если они лежат на параллельных прямых.



Прямая  $c$  – секущая

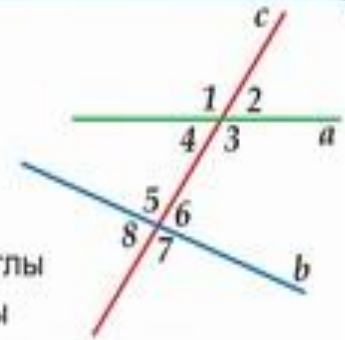
по отношению к прямым  $a$  и  $b$ ,

если она пересекает прямые  $a$  и  $b$  в двух точках:

3 и 5, 4 и 6 – накрест лежащие углы

3 и 6, 4 и 5 – односторонние углы

1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, 4 и 8 – соответственные углы



## ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ

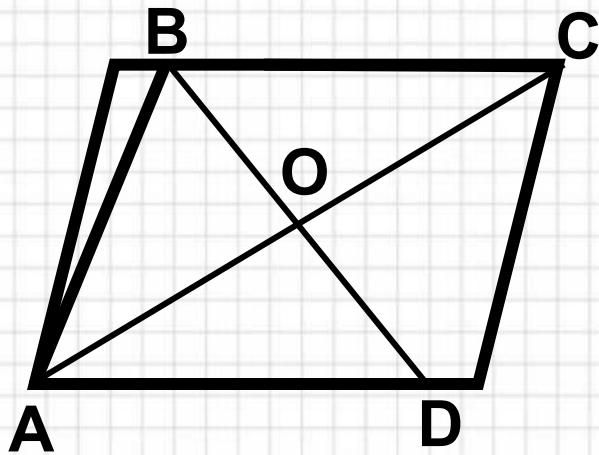
Прямые параллельны:

1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны.
2. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны.
3. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна  $180^\circ$ .



# Параллелограмм

- Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны ( $AB \parallel CD, BC \parallel AD$ )



## Свойства параллелограмма

- В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны

$$AB = CD, BC = AD$$

$$\angle A = \angle C; \angle B = \angle D,$$

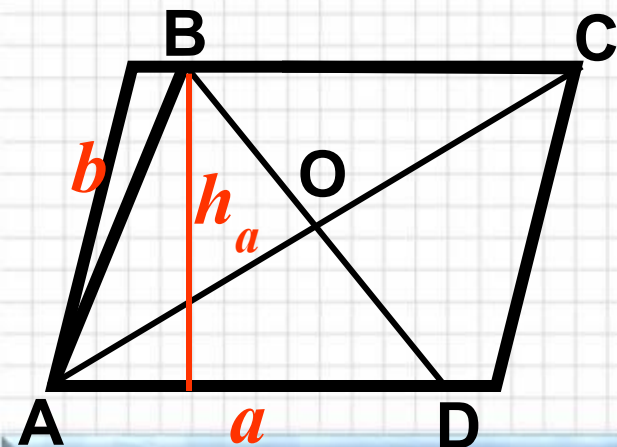
- Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам:  $AO = OC; BO = OD$ .



# Параллелограмм

## Признаки параллелограмма

- Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм
- Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм
- Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и в точке пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм



## Основные формулы

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ$$

$$P = 2(a + b)$$

$$S = a \cdot h_a$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin A$$

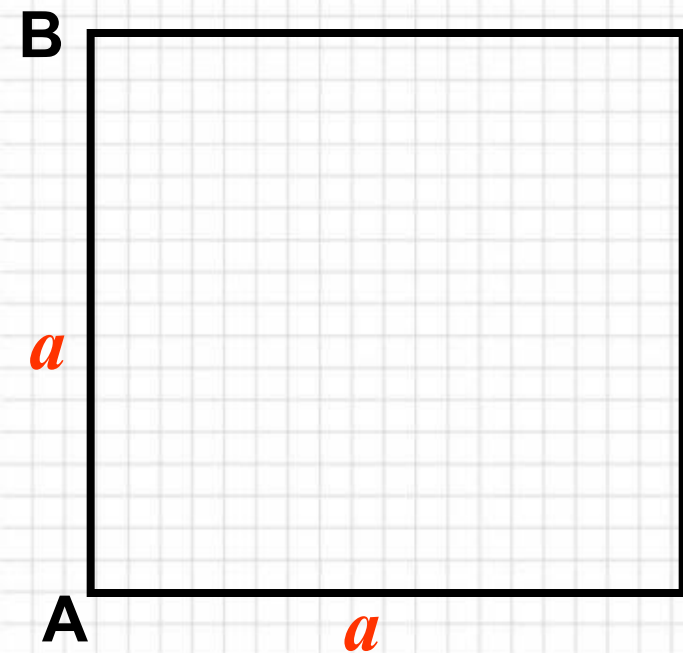




# Квадрат

- Квадрат - это прямоугольник, у которого все стороны равны.
- Квадрат обладает всеми свойствами и признаками параллелограмма, прямоугольника, ромба

## Основные формулы



$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

$$a_4 = R \cdot \sqrt{2}$$

*(R-радиус описанной окружности)*

$$P = 4a$$

$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot P \cdot r$$

*(r-радиус вписанной окружности)*



# Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые

## Свойства прямоугольника

• Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма

• Диагонали прямоугольника равны

$$AC = BD$$

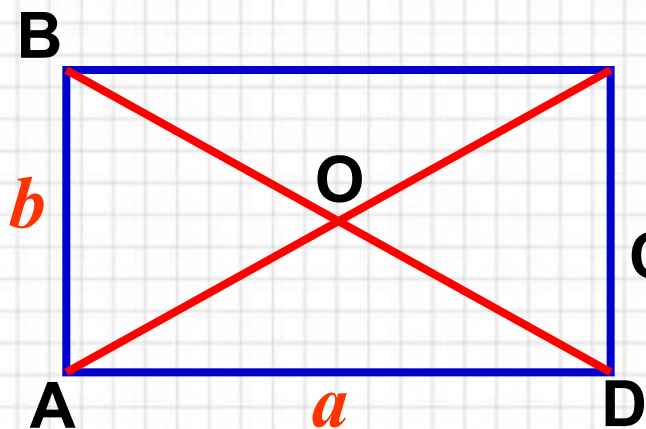
## Признак прямоугольника

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник



# Прямоугольник

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые

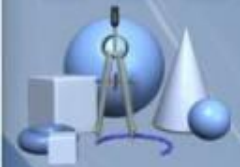


## Основные формулы

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^{\circ}$$

$$P = 2(a + b)$$

$$S = a \cdot b$$



# Ромб

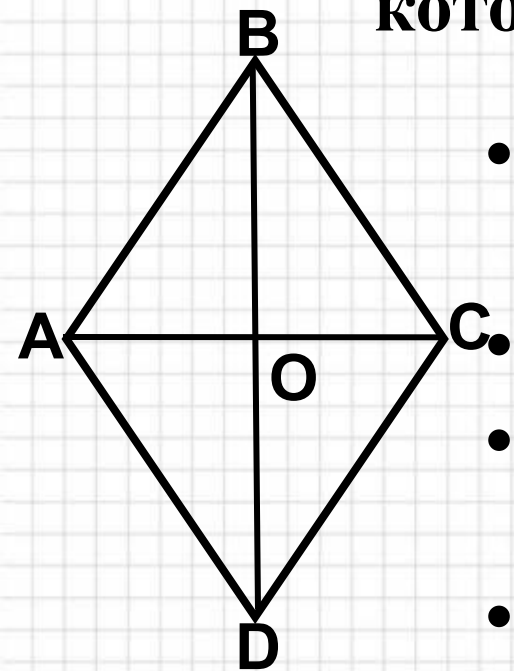
Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны

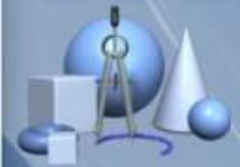
## Свойства ромба

- Все стороны ромба равны

$$AB=BC=CD=DA.$$

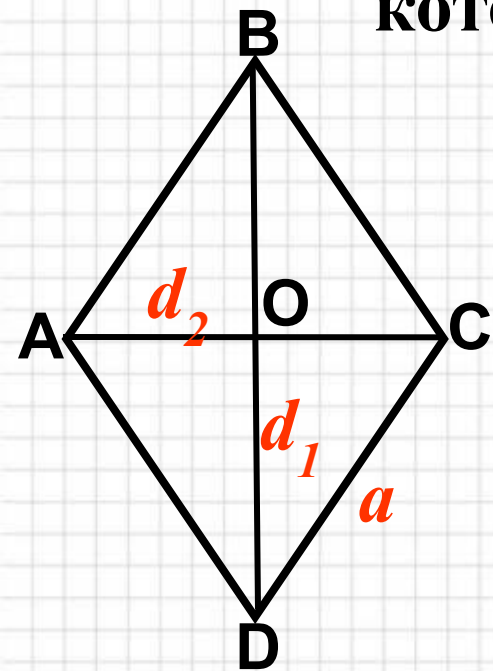
- Противоположные углы ромба равны
- Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам:  $AO=OC$ ,  $BO=OD$ .
- Диагонали ромба взаимно перпендикулярны  $AC \perp BD$ .
- Диагонали ромба являются биссектрисами его углов





# Ромб

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны



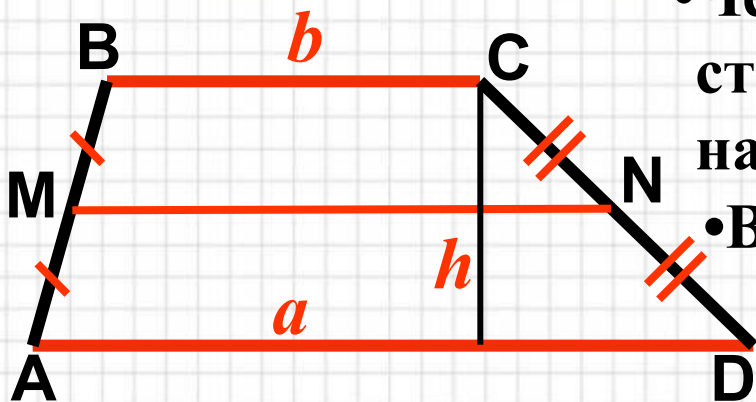
## Основные формулы

$$AB = BC = CD = AD = a$$

$$P = 4a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$$

# Трапеция



•Четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие нет, называется **трапецией**.

•BC, AD–основания трапеции,  $BC \parallel AD$

•AB,CD – боковые стороны

•MN –средняя линия трапеции

•В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны

•В равнобедренной трапеции диагонали равны

## Основные формулы

$$P = AB + BC + CD + AD$$

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

## Свойства

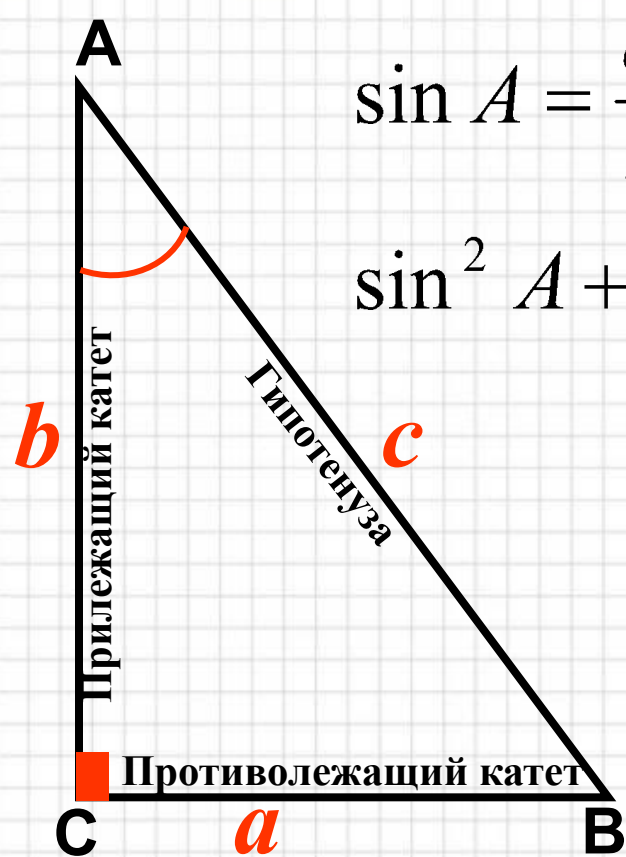
### средней линии трапеции:

$$1) MN = \frac{a + b}{2};$$

$$2) MN \parallel BC; MN \parallel AD;$$



# Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике



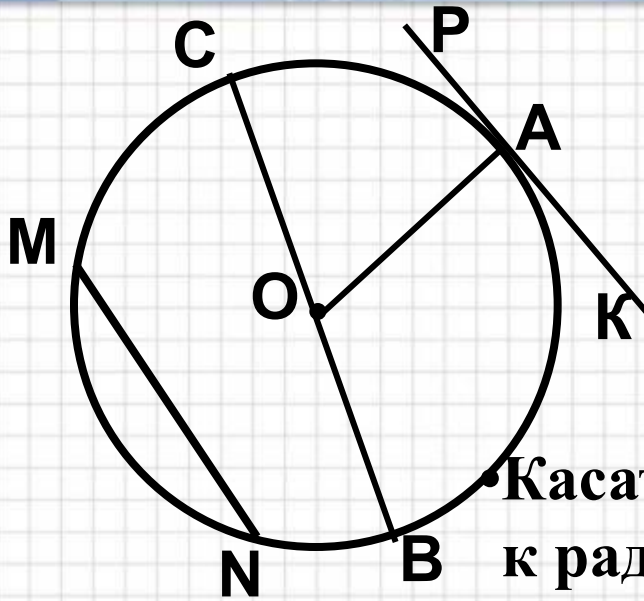
$$\sin A = \frac{a}{c}; \cos A = \frac{b}{c}; \operatorname{tg} A = \frac{a}{b}; \operatorname{ctg} A = \frac{\cos A}{\sin A};$$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$  -основное тригонометрическое  
тождество

Таблица значений  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  
 $\operatorname{tg} \alpha$  для некоторых углов

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

# Окружность

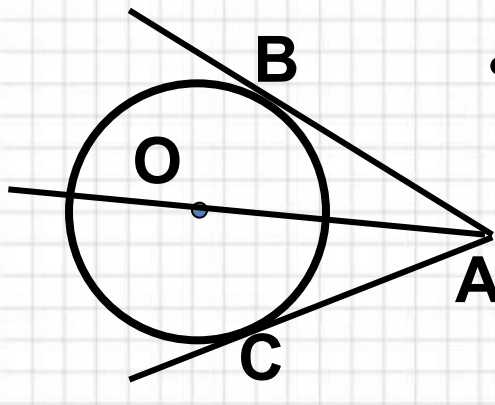


- $OA$  - радиус окружности ( $r$ );
- $CB$  - диаметр окружности ( $d$ );
- $MN$  – хорда окружности;
- $\widehat{AC}$  – дуга окружности;
- $PK$  – касательная к окружности

$$d = 2r$$

• Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания:

$$OA \perp PK$$



- Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны ( $AB=AC$ ) и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности ( $\angle BAO = \angle CAO$ )



# Окружность

## Основные формулы

$$d = 2r$$

$C = 2\pi r$  – длина окружности

$S = \pi r^2$  – площадь круга

$\angle AOB$  – центральный угол

$\angle AOB = \sphericalangle AB$  ( $\sphericalangle AB <$  полуокружности)

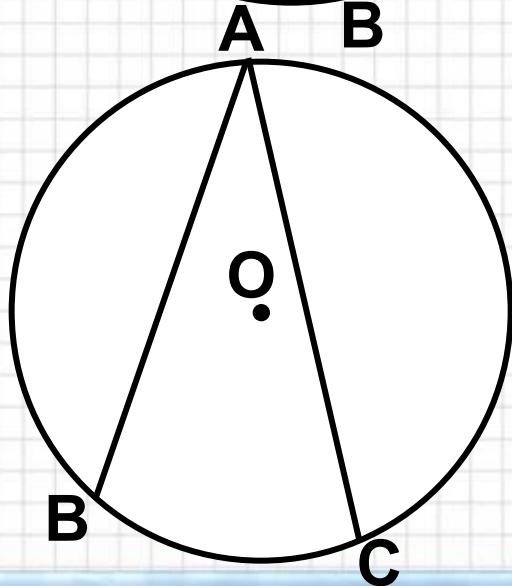
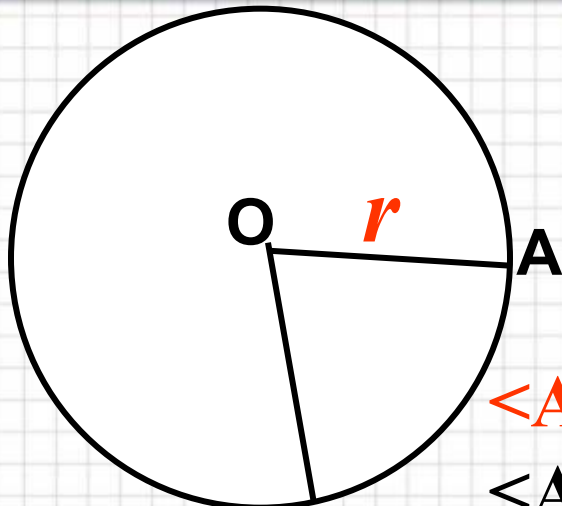
$\angle AOB = 360^\circ - \sphericalangle AOB$

( $\sphericalangle AOB$  больше полуокружности)

$\angle BAC$  – вписанный угол

$\angle BAC = \frac{1}{2} \sphericalangle BC$

Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой





# Литература:

- **Федеральный компонент государственного образовательного стандарта основного общего образования по математике (пр.министерства образования РФ №1089 от 05.03.2004г).**
- **Авторская программа Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кодомцев С.Б. составитель Бурмистрова Т.А., М. «Просвещение», 2009**
- **УМК «Геометрия 7-9» Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., и др- М.:Просвещение, 2009г**
- **Интернет – ресурсы:**
- **[http://www.gcro.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=208:matrp&catid=91:mathmat&Itemid=6922](http://www.gcro.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=208:matrp&catid=91:mathmat&Itemid=6922)**
- **[http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat\\_no=4510&lib\\_no=117550&tmpl=lib](http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4510&lib_no=117550&tmpl=lib)**