

Тема 4 : ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

1. Понятие вариации и её значение
2. Абсолютные показатели вариации
3. Относительные показатели вариации.
4. Правило сложения дисперсий

1. Понятие вариации и ее значение

Вариацией признака называют отличие (колеблемость, многообразие, изменяемость величины) в численных значениях признаков единиц совокупности и их колебания около средней величины, что и будет характеризовать совокупность.

Показатели вариации делятся на две группы:

Абсолютные	Относительные
1.размах вариации	1. коэффициенты осцилляции
2.среднее линейное отклонение	2. относительное линейное отклонение
3.дисперсия	3. коэффициент вариации
4.среднее квадратическое отклонение.	и др.

Пример:

№ п/п	Возраст	№ п/п	Возраст
1	18	11	22
2	18	12	19
3	19	13	19
4	20	14	20
5	19	15	20
6	20	16	21
7	19	17	19
8	19	18	19
9	19	19	19
10	20	20	19

1. Абсолютные показатели вариации :

Применяются для изучения колеблемости (несовпадения) уровней одного и того же показателя.

1.Размах вариации(показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака):

$$R = x_{max} - x_{min}$$

2. Среднее линейное отклонение (L). Показывает колеблемость наблюдаемого признака относительно среднего значения в абсолютных значениях.

$$\bar{L} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \quad \text{- простое;}$$

$$\bar{L} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f}{\sum f} \quad \text{- взвешенное}$$

3. **Дисперсия** представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины и вычисляется:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad - \quad \text{простая дисперсия}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f}{\sum f} \quad - \quad \text{взвешенная дисперсия}$$

Дисперсию используют не только для оценки вариации, но и для измерения связей между исследуемыми факторами; распределение дисперсии на составляющие позволяет оценить влияние разных факторов, которые обуславливают вариацию признака.

4. Среднее квадратическое отклонение, как и дисперсия, выступает в качестве широко используемого обобщающего показателя вариации.

$$\sigma_{\text{прост}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\sigma_{\text{взвеш}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$$

3. Относительные показатели вариации

Применяются для сравнения колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности, а также при сопоставлении признака в нескольких совокупностях с разными средними арифметическими.

1. Коэффициент осцилляции (V_R) (колеблемость крайних значений признака вокруг средней):

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

2. Линейный коэффициент вариации (характеризует долю усредненного значения абсолютных отклонений от средней арифметической.) (V_L):

$$V_L = \frac{\bar{L}}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

3. Коэффициент вариации (характеризует степень однородности совокупности) (V_σ):

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

4. Правило сложения дисперсий

- Для сгруппированной совокупности, (разделенной на i -групп) возможно вычисление 3-х видов дисперсий:
 - общей;
 - внутригрупповой;
 - межгрупповой.

1. Общая дисперсия (σ^2) характеризует колеблемость признака во всей изучаемой совокупности и рассчитывается по негруппированным данным:

$$\sigma^2_{\text{общ}} = \frac{\sum_i^n \sum_j^m (x_{ij} - \bar{x})^2}{\sum_i^n f_i} ;$$

где x_{ij} – значение признака j -й единицы в i -той группе;

\bar{x} - среднее значение признака во всей совокупности;

f_i – число единиц в i -той группе

2. Внутригрупповая дисперсия (σ^2_i)
отражает случайную вариацию внутри
каждой i -той группы

$$\sigma^2_{\text{груп.}} = \frac{\sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{f_i} ;$$

Где \bar{x}_i - среднее значение в группе, f_i –
количество значений признаков в i -той
группе.

Обобщенная внутригрупповая дисперсия

$$\overline{\sigma_{x_i}^2} = \frac{\sum_i \sigma_{x_i}^2 f_i}{\sum_i f_i}$$

3. Межгрупповая дисперсия (δ^2_x или $\sigma^2_{\text{м/гр}}$)
характеризует систематическую вариацию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_i f_i}$$

Правило сложения дисперсий широко применяется при исчислении показателей тесноты связи, в дисперсионном анализе, при оценке точности типической выборки и в ряде других случаев.

Существует закон, связывающий три вида дисперсии.

Общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \sigma_{\text{м/гр}}^2 + \bar{\sigma}_{\text{в/гр}}^2$$

Наряду с вариацией количественных признаков может наблюдаться и вариация качественных признаков, таких, как доли количественных признаков.

Внутригрупповая дисперсия доли определяется по формуле:

$$\sigma_{p_i}^2 = p_i^* (1 - p_i^*)$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий
рассчитывается так:

$$\overline{\sigma_{p_i}^2} = \overline{p_i \cdot (1 - p_i)} = \frac{\sum p_i \cdot (1 - p_i) \cdot n_i}{\sum n_i}$$

Формула межгрупповой дисперсии имеет
следующий вид:

$$\delta_{p_i}^2 = \frac{\sum (p_i - \bar{p})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

\bar{p} — доля изучаемого признака во всей
совокупности, которая определяется по
формуле:

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i n_i}{\sum n_i}$$

Общая дисперсия определяется по формуле

$$\overline{\delta_p^2} = \overline{p} \cdot (1 - \overline{p})$$

Три вида дисперсии связаны между собой следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \overline{\sigma_{p_i}^2} + \delta_{p_i}^2$$