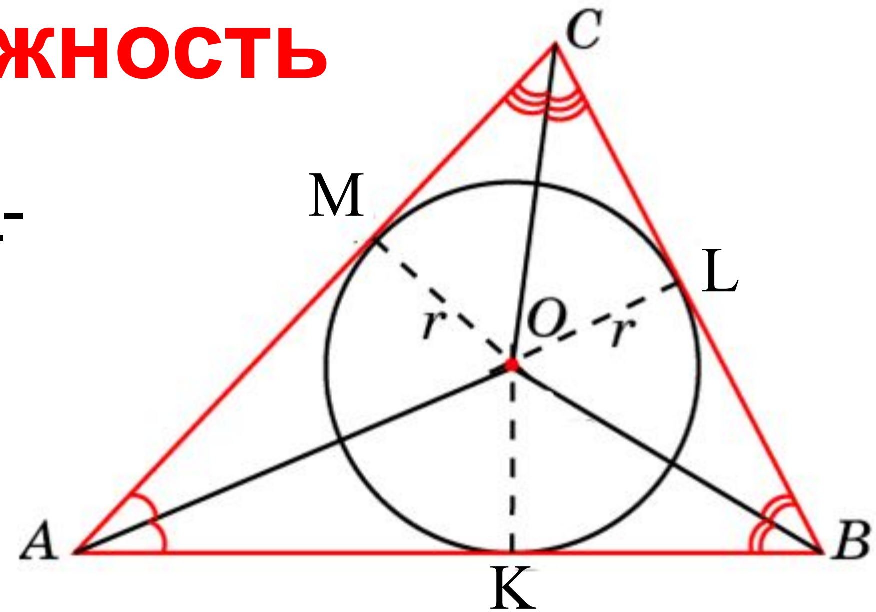
Вписанная и описанная окружности

Вписанная окружность



Центр вписанной окружности - точка пересечения биссектрис этого треугольника.

Определение. **Окружность называется *вписанной* в многоугольник, если все его стороны касаются этой окружности.**

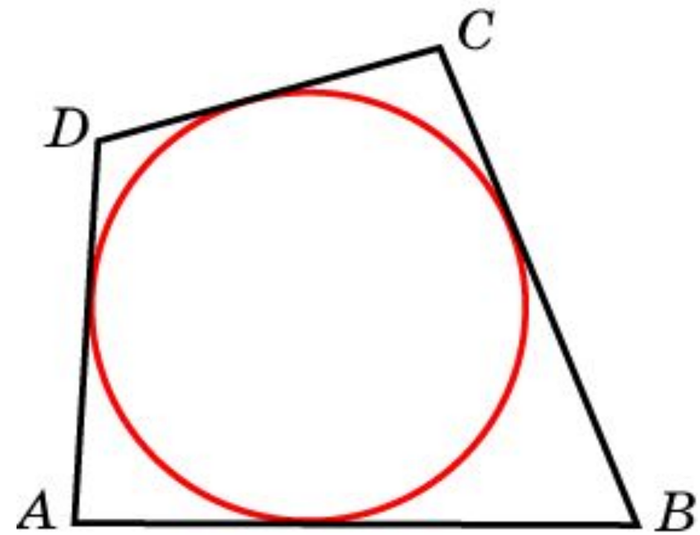
Многоугольник называется *описанным* около окружности.

Теорема. **В любой треугольник можно вписать окружность, и притом только одну.**

Вписанная окружность

В какой четырехугольник можно вписать окружность?

Свойство. **В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.**



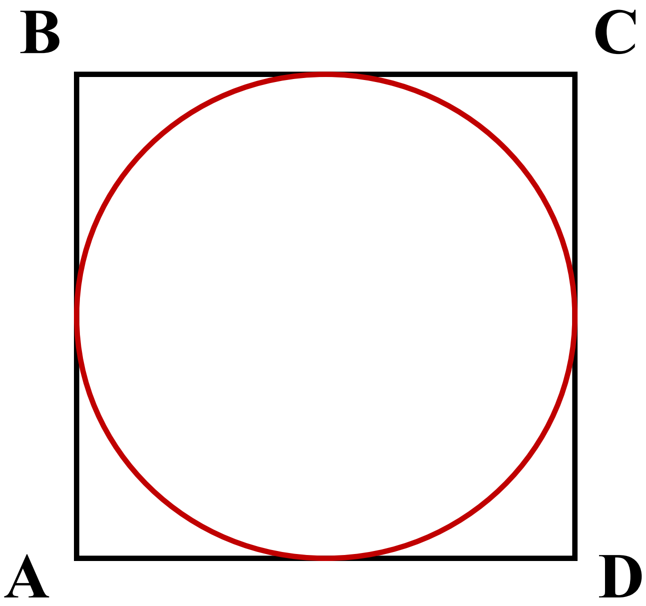
AD +BC = AB + CD

Обратно: **Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.**

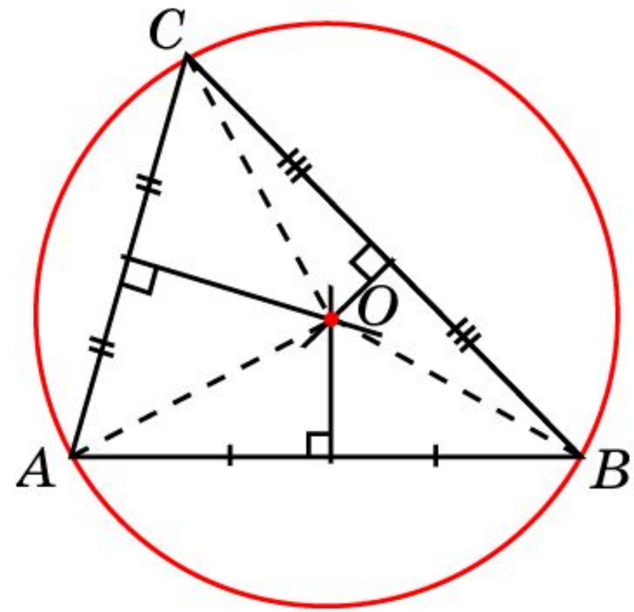
Вписанная окружность

Замечание 1. **Если в прямоугольник можно вписать окружность, то он - квадрат.**

$$AB + CD = AD + BC$$



Описанная окружность



<u>**Центр описанной окружности**</u> **- точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.**

<u>**Определение.**</u> **Окружность называется *описанной* около многоугольника, если все его вершины лежат на этой окружности.**

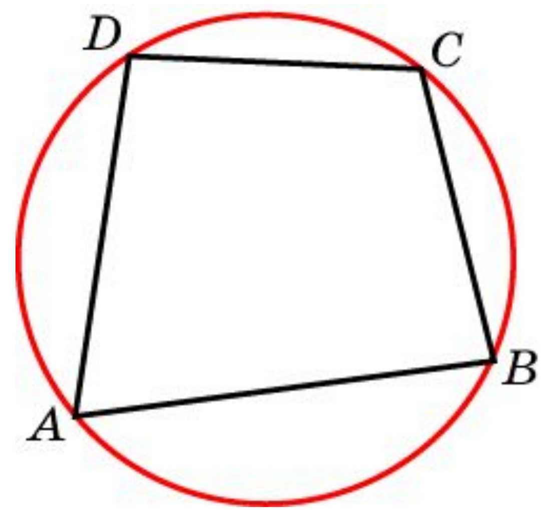
Многоугольник называется *вписанным* в окружность.

<u>**Теорема.**</u> **Около любого треугольника можно описать окружность, и притом только одну.**

Описанная окружность

Всегда ли около четырехугольника можно описать окружность?

Свойство. **В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.**



$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$$

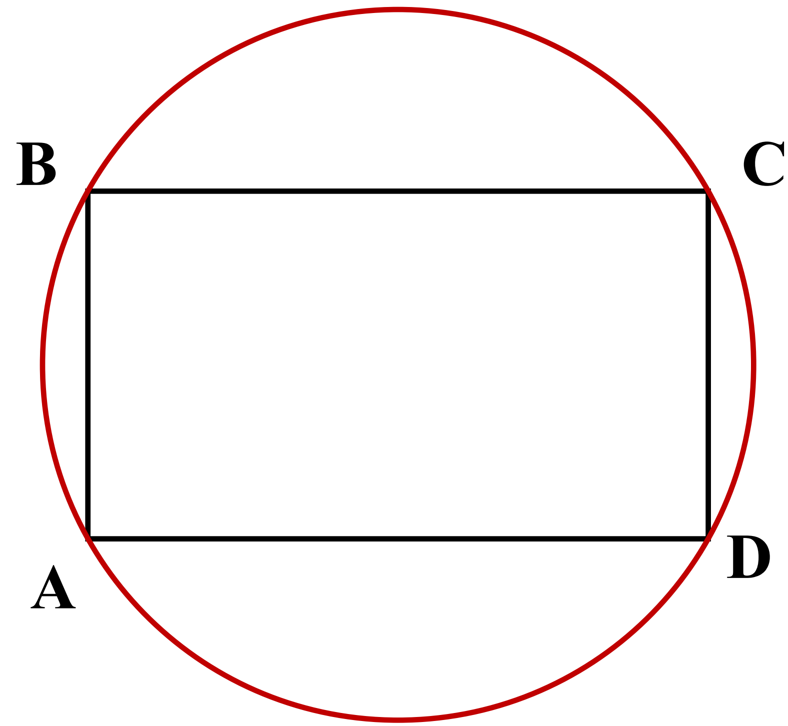
Обратное: **Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180^o , то около него можно описать окружность.**

Вписанная окружность

Замечание 2. **Если параллелограмм можно вписать в окружность, то он - прямоугольник.**

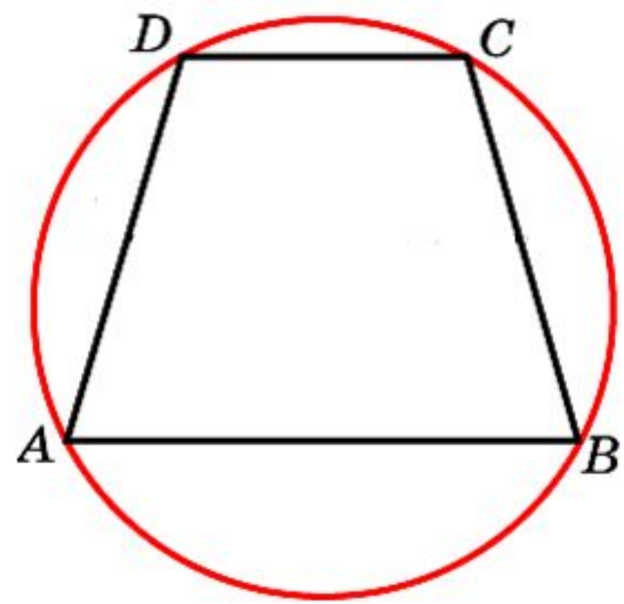
$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$$

$$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{C} = \angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{D} = 90^0$$



Описанная окружность

Замечание 3. **Если трапеция вписана в окружность, то она равнобедренная.**

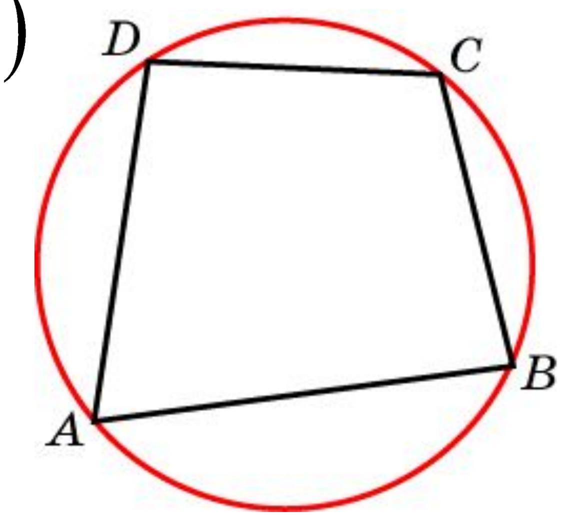


$$\boxed{\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0}$$

Описанная окружность

<u>Замечание 4.</u> **Если четырехугольник вписан в окружность, то его площадь можно найти по формуле:**

$$S = \sqrt{(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)\cdot(p-d)}$$

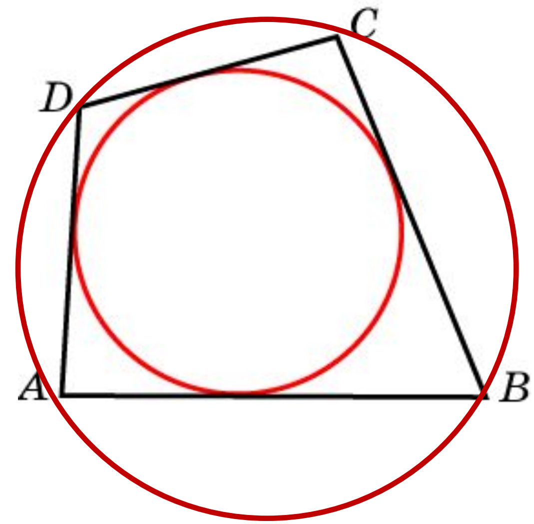


где $p = \dfrac{a+b+c+d}{2}$

Описанная окружность

Замечание 5. Если четырехугольник является одновременно вписанным и описанным, то его площадь можно найти по формуле:

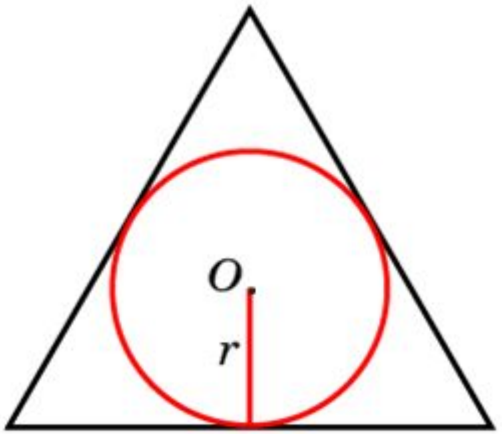
$$S = \sqrt{abcd}$$



Площадь треугольника, описанного около окружности

Площадь треугольника, описанного около окружности выражается формулой

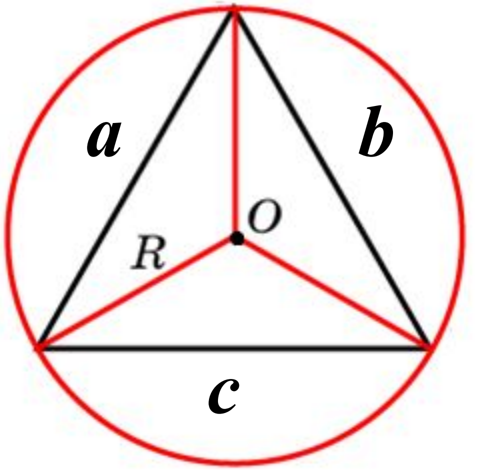
$$\boxed{S = \frac{1}{2}Pr}$$



где r – радиус вписанной в треугольник окружности, P – периметр треугольника, *S* – его площадь.

Площадь треугольника, вписанного в окружность

Площадь треугольника, вписанного в окружность выражается формулой



$$\boxed{S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}}$$

где *a*, *b*, *c* – стороны треугольника, *S* – его площадь, R – радиус описанной окружности