



ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СТАТИКА АБСОЛЮТНО ТВРДОГО
ТЕЛА

Литература

- 1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Ч.1. М.: Высшая школа. 1977 г. 368 с.
- 2. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука. 1986 г. 416 с.
- 3. Сборник заданий для курсовых работ /Под ред. А.А. Яблонского. М.:Высшая школа. 1985 г. 366 с.
- 4. Бондаренко А.Н. "Теоретическая механика в примерах и задачах. Статика" (электронное пособие www.miit.ru/institut/ipss/faculties/trm/main.htm), 2004 г.
- 5. Бондаренко А.Н. Демонстрационная программа "Теория пар" - www.miit.ru/institut/ipss/faculties/trm/main.htm , 2004 г.
- 6. Бондаренко А.Н. Программа-тренажер "Определение проекции и момента силы" - www.miit.ru/institut/ipss/faculties/trm/main.htm , 2004 г.

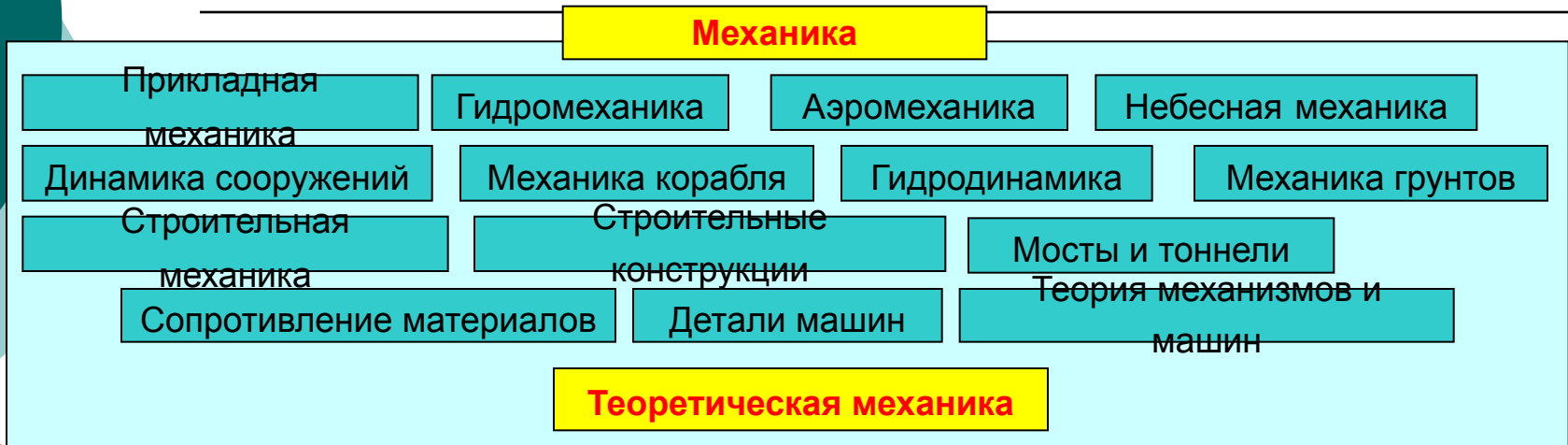


Лекция 1



Введение

Под названием "механика" объединяется ряд наук, изучающих механическое движение и механическое взаимодействие твердых и деформируемых тел, а также жидких и газообразных сред.



Механическое движение – один из видов движения материи, выражающееся в *изменении с течением времени взаимных положений тел или их частей.*

Механическое взаимодействие – один из видов взаимодействия материи, вызывающий *изменение механического движения тел или их частей, а также препятствующий изменению их взаимных положений.*

Теоретическая механика – изучает законы механического движения и механического взаимодействия, общие для любых тел. *Общность законов, пригодность для любых тел и систем, достигается абстрагированием (отвлечением) от несущественных особенностей рассматриваемого тела и выделением наиболее важных особенностей.* Именно по этому теоретическая механика является базовой наукой, на основе которой изучаются другие прикладные технические дисциплины.

Основные абстрактные образы (модели) материальных тел и систем:

Материальная точка (МТ) – не имеет размеров, но в отличие от геометрической точки обладает массой, равной массе того тела, которое изображается данной материальной точкой.

Абсолютно твердое тело (АТТ) – система МТ, в которой расстояние между ними не изменяются ни при каких воздействиях.

Механическая система (МС) – совокупность МТ или АТТ, связанных между собой общими законами движения или взаимодействия.

В зависимости от условия задачи и выбора объекта изучения одно и то же физическое тело может быть принято за МТ, АТТ или МС. Например, Земля при изучении ее движения вокруг Солнца принимается за МТ, а при изучении ее вращения вокруг собственной оси – за АТТ. При изучении явлений, происходящих на Земле (приливы и отливы, перемещения коры и т.п.), Земля рассматривается как МС.



Лекция 1



Теоретическая механика состоит из трех разделов:



Статика – изучает условия относительного равновесия механических систем. Для осуществления равновесия необходимо определенное соотношение сил, поэтому в статике изучаются общие свойства сил, правила замены сил другими силами, эквивалентными с точки зрения равновесия.

Кинематика – изучает механическое движение без учета сил, вызывающих это движение или влияющих на него. Таким образом, устанавливаются некоторые количественные меры движения с чисто геометрической точки зрения.

Динамика – изучает механическое движение в связи с действующими силами на объект движения. Таким образом, изучается связь между движением и действующими силами.

■ Основные понятия теоретической механики

Сила – мера механического взаимодействия. Сила моделируется вектором, характеризуемым направлением и величиной (модулем).

Кинематическое состояние тела – состояние покоя или движения с неизменными параметрами.

Система сил – совокупность сил, приложенных к рассматриваемому объекту.

Равнодействующая – сила, эквивалентная системе сил, т.е. не изменяющая кинематическое состояние.

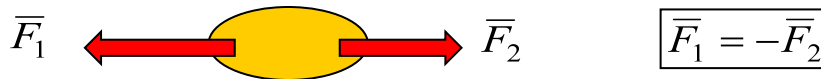
Эквивалентная система сил – заменяет данную систему сил без изменения кинематического состояния объекта.

Взаимно уравновешенная система сил – под ее действием объект находится в равновесии.

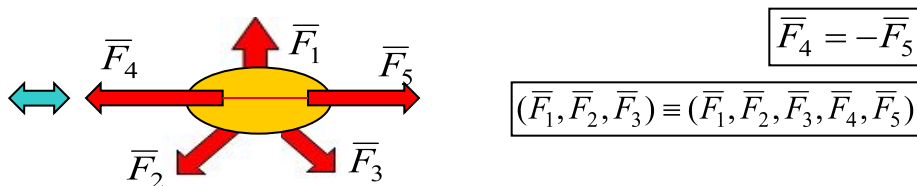
■ Аксиомы статики

1. **Аксиома инерции** – Под действием взаимно уравновешенной системы сил тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.

2. **Аксиома двух сил** – Если тело под действием двух сил находится в равновесии, то эти силы равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Такие две силы представляют собой простейшую взаимно уравновешенную систему сил.

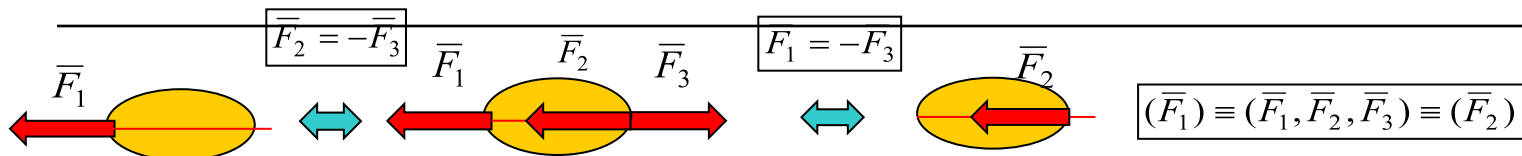


3. **Аксиома присоединения** – Если к заданной системе сил присоединить (или изъять) взаимно уравновешенную систему сил, то кинематическое состояние тела не изменится.

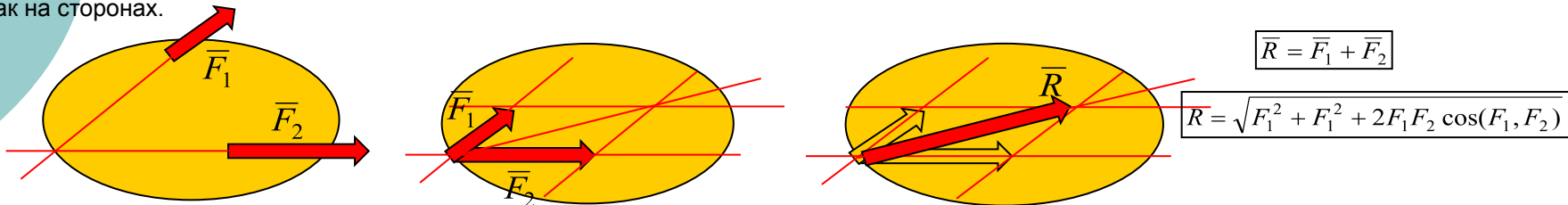


Аксиомы статики (продолжение)

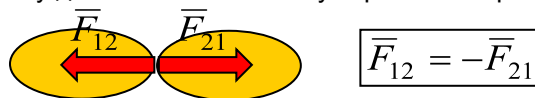
Следствие из аксиомы присоединения – Кинематическое состояние тела не изменится, если силу перенести по линии ее действия.



4. Аксиома параллелограмма – Равнодействующая двух пересекающихся сил равна диагонали параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах.



5. Аксиома действия и противодействия – Всякому действию соответствует равное и противоположное противодействие (III закон Ньютона).



6. Аксиома отвердевания – Равновесие деформируемого тела сохраняется при его затвердевании (обратное справедливо не всегда).

Связи и реакции связей

Свободное тело – свобода перемещений тела не ограничивается никакими другими телами.

Несвободное тело – его движение ограничено другими телами.

Связь – тело, ограничивающее свободу перемещений объекта.

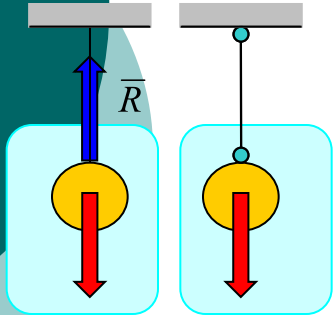
Реакция связи – сила, действующая на объект со стороны связи.

Принцип освобождения от связи – несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие соответствующими реакциями.

Связи и реакции связей (продолжение)

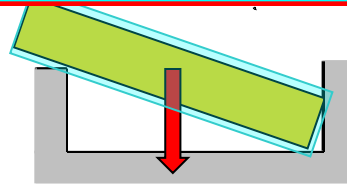
Виды связей и их реакции:

1. Нить, шарнирный стержень:



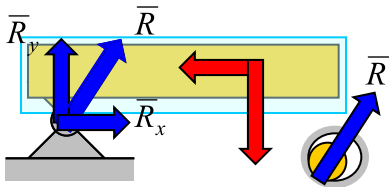
Реакция нити (стержня) направлена по нити (по стержню).

Общее правило для связей любого вида:
Если связь препятствует одному или нескольким перемещениям (максимальное число перемещений – три поступательных и три вращательных), то по направлению именно этих и только этих перемещений возникают соответствующие реакции (силы и моменты).



Реакция гладкой поверхности направлена перпендикулярно общей касательной плоскости, проведенной к соприкасающимся поверхностям тела и связи.

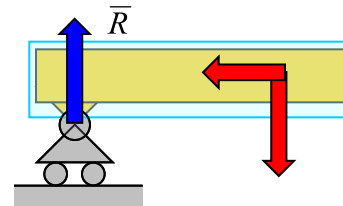
3. Неподвижный цилиндрический шарнир:



Реакция неподвижного шарнира проходит через центр шарнира

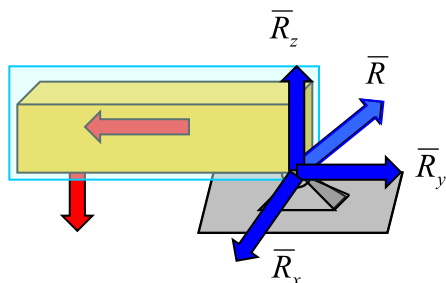
Реакцию неподвижного шарнира можно разложить на две составляющие, например, R_x и R_y , параллельные координатным осям.

4. Подвижный цилиндрический шарнир:



Реакция подвижного шарнира проходит через центр шарнира перпендикулярно оси шарнира и плоскости опирания.

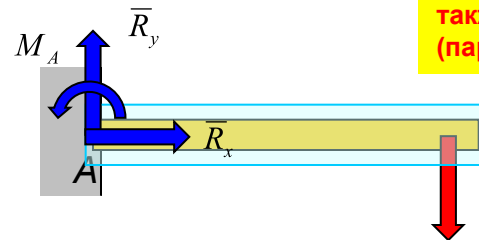
5. Неподвижный сферический шарнир:



Реакция неподвижного сферического шарнира

Реакцию неподвижного сферического шарнира можно разложить на три составляющие, например, R_x , R_y , R_z , параллельные координатным осям.

6. Жесткая плоская заделка:



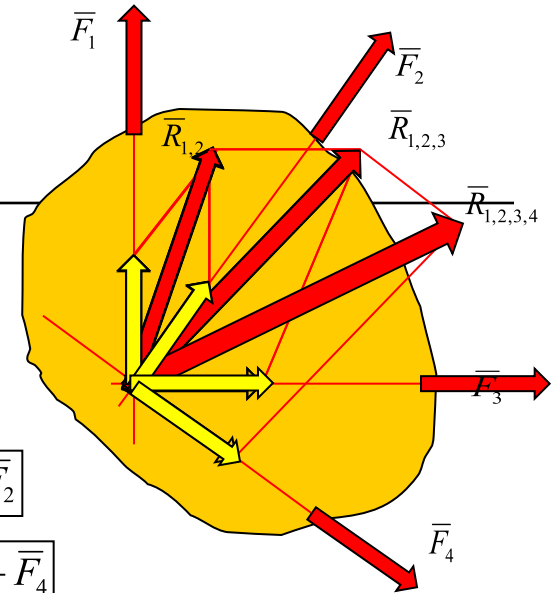
В жесткой плоской заделке возникает три реактивных усилия: две составляющие реактивные силы R_x и R_y , а также реактивный момент (пара сил) M_A .

Лекция 2

Система сходящихся сил – линии действия сил пересекаются в одной точке.

План исследования любой системы сил соответствует последовательному решению трех вопросов :

- Как упростить систему?
- Каков простейший вид системы?
- Каковы условия равновесия системы?



$$\bar{R}_{1,2} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

$$\bar{R}_{1,2,3} = \bar{R}_{1,2} + \bar{F}_3$$

$$\bar{R}_{1,2,3,4} = \bar{R}_{1,2,3} + \bar{F}_4$$

1. Перенесем все силы по линии их действия в точку пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).

Сложим первые две силы F_1 и F_2 (аксиома параллелограмма).
Количество сил уменьшилось на единицу.

Сложим полученную равнодействующую R_{12} со следующей силой F_3 .
Количество сил вновь уменьшилось на единицу.

Повторим эту же операцию со следующей силой F_4 .
Осталась всего одна сила, эквивалентная исходной системе сил.

Сложение сил построением параллелограммов можно заменить построением **силового треугольника** – выбирается одна из сил или изображается параллельно самой себе с началом в любой произвольной точке, все другие **силы изображаются параллельными самим себе с началом, совпадающим с концом предыдущей силы**.

Результатом такого сложения является вектор, направленный из начала первой силы к концу последней из сил.

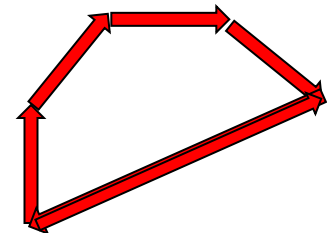
2. **Простейший вид системы** – сила, приложенная в точке пересечения исходных сил. Таким образом, сходящаяся система сил приводится к одной силе – **равнодействующей** (силе, эквивалентной исходной системе сил), равной геометрической сумме сил системы.

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4 + \dots = \sum \bar{F}_i$$

3. Если равнодействующая системы оказывается не равной нулю, тело под действием такой системы силы будет двигаться в направлении равнодействующей (система сил не уравновешена). Для того, чтобы уравновесить систему достаточно приложить силу, равную полученной равнодействующей и направленной в противоположную сторону (аксиома о двух силах). Таким образом, **условием равновесия системы сходящихся сил является обращение равнодействующей в ноль**.

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_i = 0$$

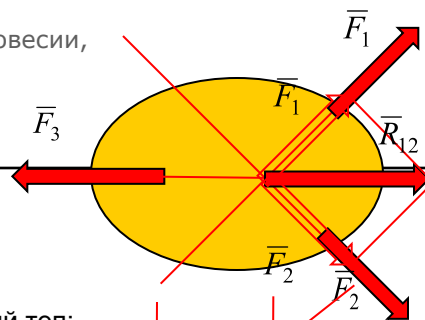
Это условие эквивалентно замкнутости силового треугольника определенным образом, а именно, **направление всех сил при обходе по контуру не изменяется по направлению**:



Лекция 2 (продолжение – 2.2)

Теорема о трех силах – Если тело, под действием трех непараллельных сил находится в равновесии, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

1. Перенесем две силы по линии их действия в точку их пересечения (кинематическое состояние тела при этом не изменится – следствие из аксиомы присоединения).
2. Сложим эти силы (аксиома параллелограмма). Теперь система состоит всего из двух сил. А такая система находится в равновесии, если эти силы равны между собой и направлены по одной линии в противоположные стороны. Таким образом, все три силы пересекаются в одной точке.

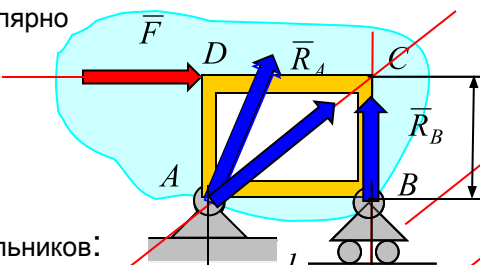


Теорема о трех силах может эффективно применяться для определения направления одной из двух реакций тел:

Реакция подвижного шарнира R_B направлена вертикально (перпендикулярно опорной плоскости). Направление (угол наклона к горизонту) реакции неподвижного шарнира R_A пока не определено.

Если тело под действием трех сил F , R_A и R_B находится в равновесии, то все три силы должны пересекаться в одной точке (в точке C) :

Действительные направления и величины реакций легко определяются построением силового треугольника и использованием подобия треугольников:



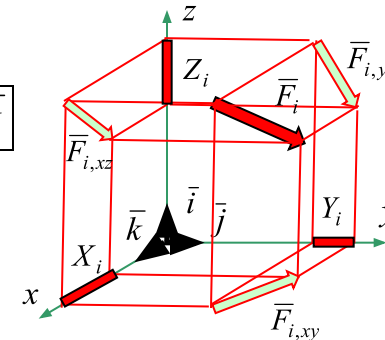
$$\frac{R_B}{F} = \frac{h}{l}$$

$$R_A = \sqrt{F^2 + R_B^2}$$

Аналитическое определение равнодействующей –

Каждая из сил, геометрическая сумма которых дает равнодействующую, может быть представлена через ее проекции на координатные оси и единичные векторы (орты):

$$\vec{F}_i = X_i \vec{i} + Y_i \vec{j} + Z_i \vec{k}$$



Тогда равнодействующая выражается через проекции сил в виде:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = X_1 \vec{i} + Y_1 \vec{j} + Z_1 \vec{k} + X_2 \vec{i} + Y_2 \vec{j} + Z_2 \vec{k} + \dots$$

Группировка по ортам дает выражения для проекций равнодействующей:

$$\vec{R} = (X_1 + X_2 + \dots) \vec{i} + (Y_1 + Y_2 + \dots) \vec{j} + (Z_1 + Z_2 + \dots) \vec{k} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$

Отсюда проекции равнодействующей :

$$\begin{aligned} R_x &= \sum X_i; \\ R_y &= \sum Y_i; \\ R_z &= \sum Z_i; \end{aligned}$$

Направляющие косинусы равнодействующей :

$$\begin{aligned} \cos(\vec{R}, x) &= \frac{R_x}{R}; \\ \cos(\vec{R}, y) &= \frac{R_y}{R}. \end{aligned}$$

Уравнения равновесия сходящейся системы сил

Условие равновесия:
Равнодействующая должна обращаться в ноль:

$$\vec{R} = 0$$

Отсюда уравнения равновесия :

$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0; \\ \sum Y_i &= 0; \\ \sum Z_i &= 0. \end{aligned}$$

Модуль равнодействующей :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$