квантовая механика

Объясняет поведение микрочастиц, обладающих волновыми свойствами.

В основе квантовой механики:

гипотеза де Бройля,

соотношение неопределенностей Гейзенберга,

уравнение Шредингера.

Луи де Бройль (1892 - 1987) , Франция;

Вернер Гейзенберг (1901-1975), Германия;

Эрвин Шредингер (1887-1961), Австрия.

Гипотеза де Бройля (1923 г.)

Корпускулярно-волновой дуализм универсален: соотношения, выполняющиеся для фотонов

$$\varepsilon = h\nu, p = \frac{h}{\lambda},$$

справедливы и для частиц , имеющих массу покоя.

Любой частице, обладающей импульсом $\vec{p}$, сопоставляется волновой процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Для классической частицы $(\upsilon << c)$

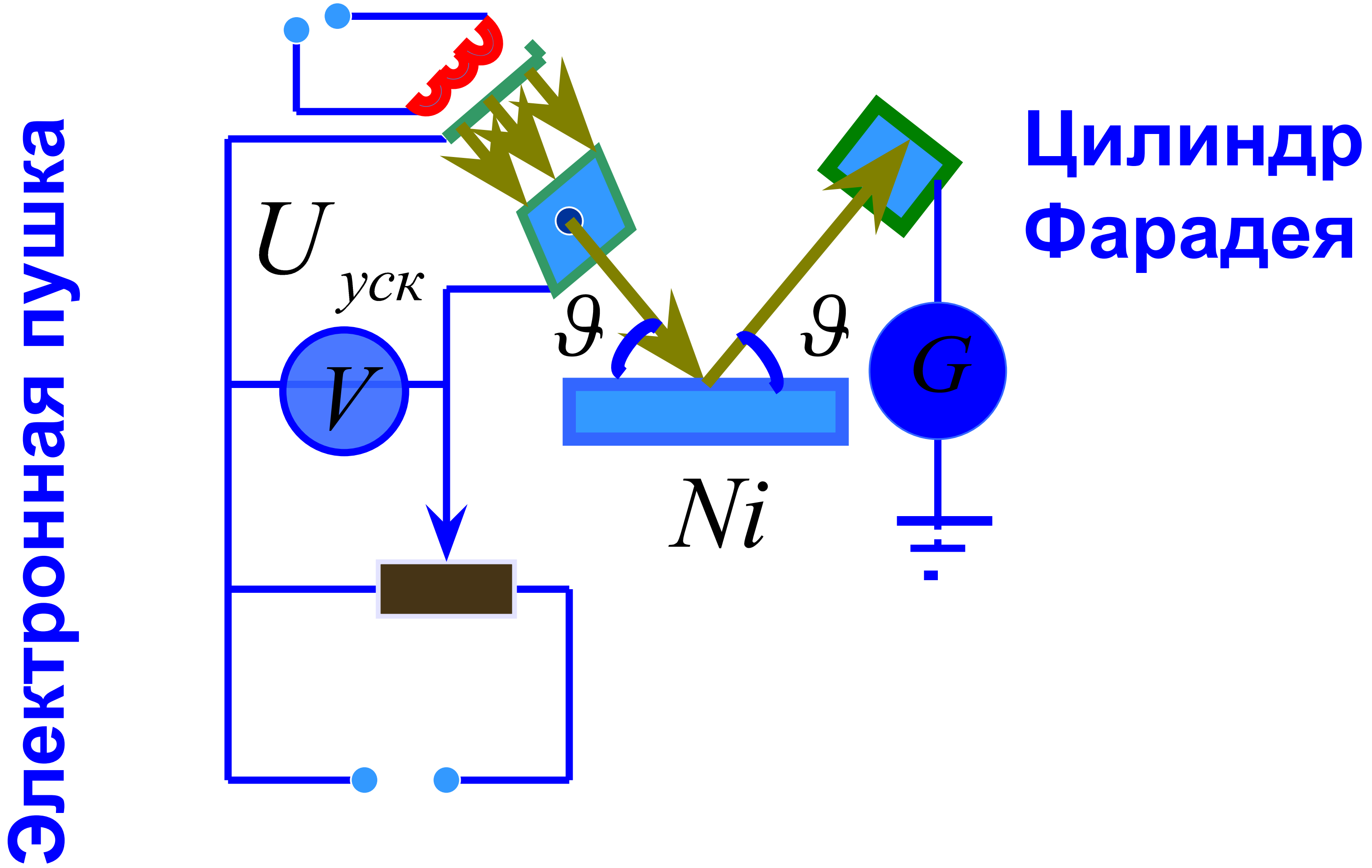
$$\vec{p} = m\vec{\upsilon},$$

для релятивистской частицы $(\upsilon \sim c)$

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$

Рассеяние электронов монокристаллом никеля

Клинтон Дэвиссон, Лестер Джермер (1927 г.)



$$\frac{p^2}{2m} = eU_{уск}; \qquad p = \sqrt{2meU_{уск}};$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_{уск}}};$$

$$2d\sin\vartheta = n\lambda, n = 1,2,...$$

$\vartheta = const -$ **угол скольжения;**

$$\sqrt{U_{уск}} = nh/\left(2d\sin\vartheta\sqrt{me}\right) = nD.$$

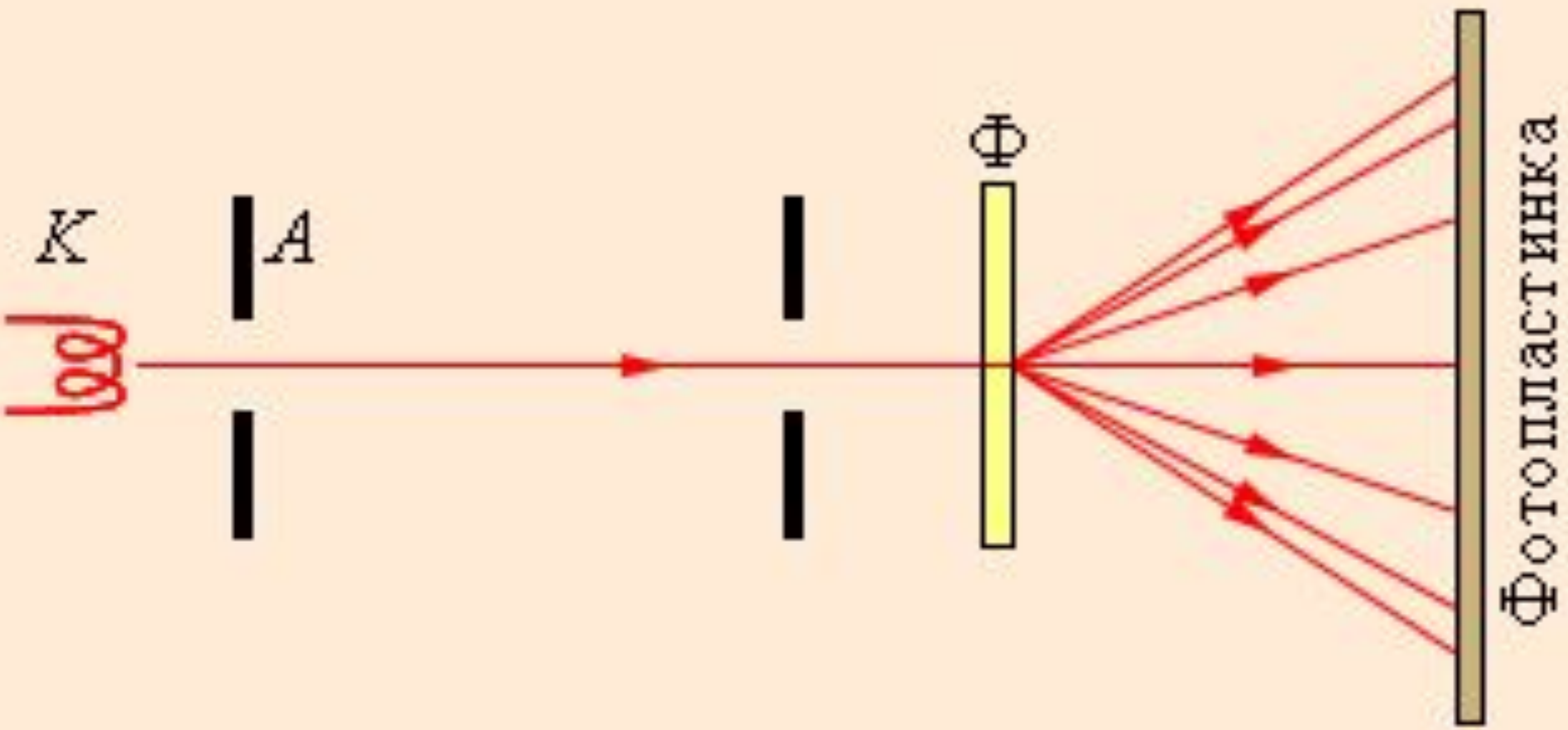
Зависимость силы тока от ускоряющего напряжения

Сила тока I определяется числом электронов, отраженных от кристалла.

$$\sqrt{U_{уск}} = nD$$

Максимумы кривой отстоят друг от друга на одинаковых расстояниях.

Схема опытов Г. Томсона по дифракции электронов.
К – накаливаемый катод, А – анод, Ф – фольга из золота



Дифракция электронов на поликристаллическом образце при длительной (a) и при короткой (b) экспозиции. В случае (b) видны точки попадания отдельных электронов на фотопластинку

(a)

(b)

Свойства волн де Бройля:

1) имеют специфическую квантовую природу, нет аналогии с волнами в классической физике;

2) волновая функция $\Psi(x, y, z, t)$ используется для расчета вероятности нахождения частицы в данной точке пространства в данный момент времени;

3) интенсивность волн де Бройля определяет квадрат модуля Ψ – функции $|\Psi|^2$;

4) **фазовая** скорость волн де Бройля для классической частицы, движущейся со скоростью υ :

$$\upsilon_{ф} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega\hbar}{k\hbar} = \frac{W}{p} = \frac{m\upsilon^2}{2m\upsilon} = \frac{\upsilon}{2};$$

5) групповая скорость волн де Бройля:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dW}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{2m}\right) = \frac{p}{m} = \upsilon.$$

Использованы обозначения:

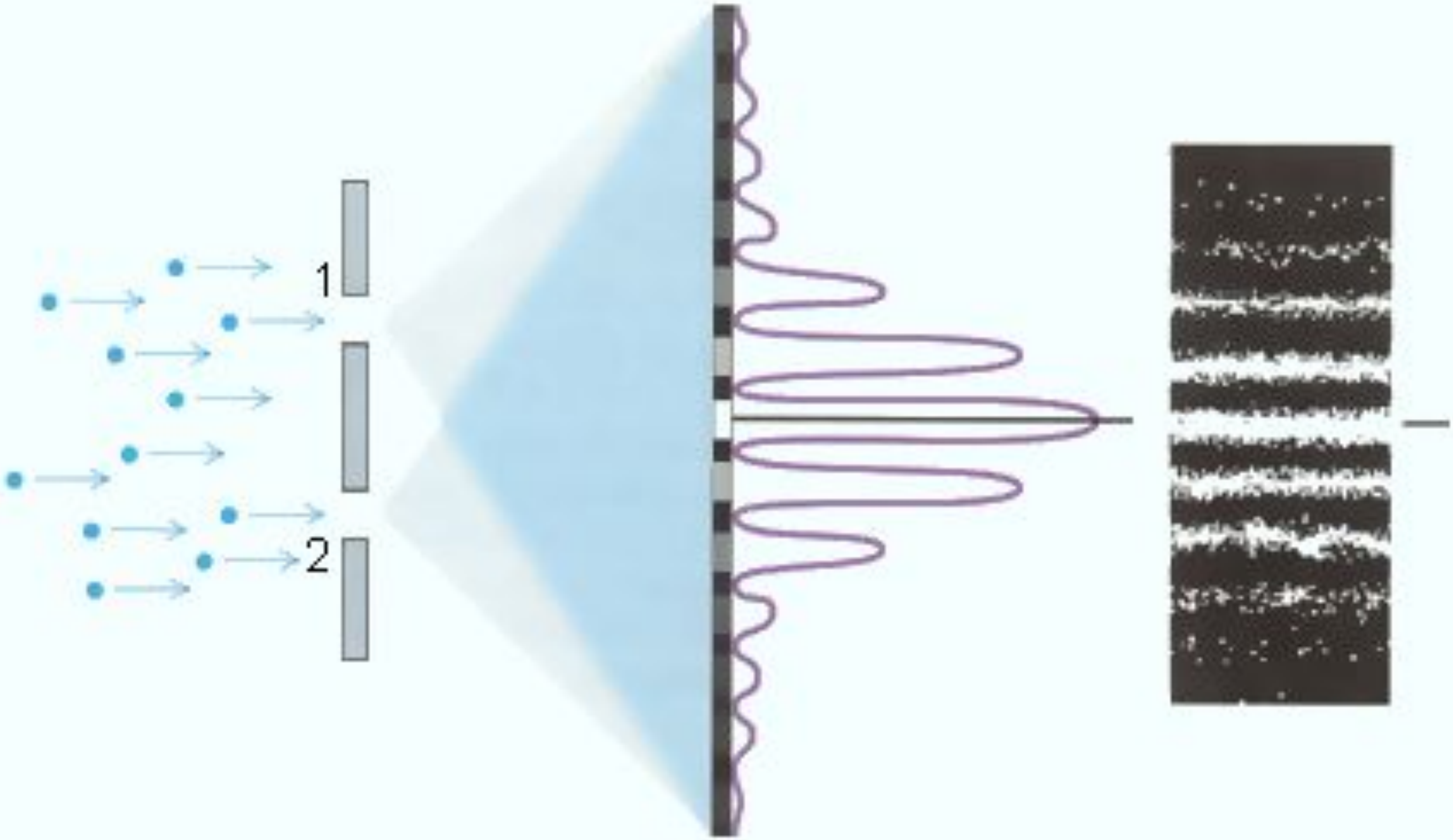
ω – циклическая частота,

k – волновое число,

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка.

Дифракция электронов на двух щелях

(мысленный эксперимент)



Можно ли экспериментально обнаружить волновые свойства макрообъекта?

Пуля массой 10 г летит со скоростью 500 м/с. Определить длину волны де Бройля для этого макрообъекта.

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot c}{10 \cdot 10^{-3}\ кг \cdot 500\ м/c} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-34}\ м.$$

Ответ : (?)

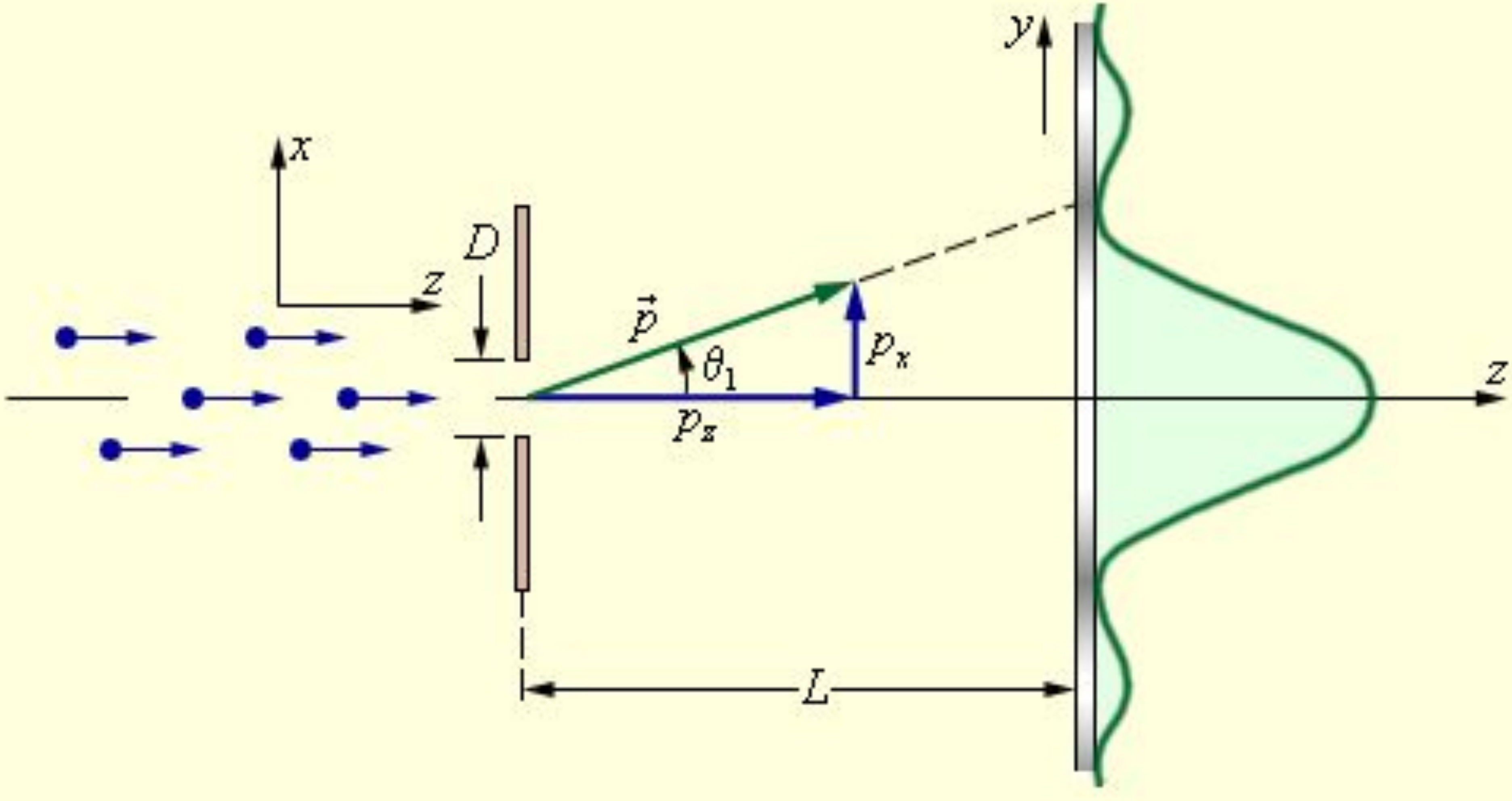
Соотношение неопределенностей

Гейзенберг (1927г.): произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше постоянной Планка

$$\left.\begin{aligned}\Delta x \cdot \Delta p_x &\geq \hbar,\\ \Delta y \cdot \Delta p_y &\geq \hbar,\\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\geq \hbar.\end{aligned}\right\}$$

Квантовое ограничение применимости классической механики к микрообъектам.

Дифракция электронов на щели. График справа – распределение электронов на фотопластинке



Соотношение неопределенностей связывает и другие сопряженные величины – энергию частицы в возбужденном состоянии и время ее пребывания в данном состоянии:

$$\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar,}$$

где $\Delta E -$ неопределенность энергии состояния системы,

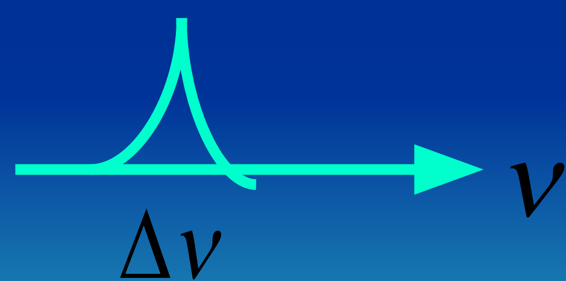
$\Delta t -$ промежуток времени существования этого состояния.

Разброс энергии

$$\Delta E = \hbar / \Delta t$$

возрастает с уменьшением времени жизни.

Следовательно, неопределенность частоты $\Delta \nu = \Delta E / h$ увеличивается, спектральные линии размыты.



Почему электрон не падает на ядро?

Если электрон приближается к ядру, то неопределенности в значениях координат электрона уменьшаются, и увеличиваются неопределенности в значении импульса электрона. В системе координат “ядро атома” средние значения импульса электрона и его координат равны нулю.

Следовательно,

$$p_x \approx \Delta p_x; \qquad p_y \approx \Delta p_y; \qquad p_z \approx \Delta p_z,$$

$$\upsilon_x \approx \Delta p_x / m_e;$$

$$\upsilon_y \approx \Delta p_y / m_e;$$

$$\upsilon_z \approx \Delta p_z / m_e.$$

Кинетическая энергия электрона увеличивается , электрон удаляется от ядра.

Уравнение Шредингера

(1926 г.)

- основное уравнение нерелятивистской квантовой механики.

Временное уравнение Шредингера:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^{2}}{2m}\Delta\Psi+U\left(x,y,z,t\right)\Psi,$$

где i – мнимая единица;

Ψ – волновая функция;

$\dfrac{\partial \Psi}{\partial t}$ – частная производная волновой функции по времени;

m – масса частицы;

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} -$$ оператор Лапласа;

$$U(x, y, z, t) -$$ потенциальная функция (энергия) частицы в силовом поле.

Если потенциальная энергия частицы **не зависит** от времени, то функции ψ называются **собственными**.

В этом случае поведение частицы описывают **стационарным** уравнением Шредингера:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(W - U)\psi = 0,$$

где W – полная энергия частицы;

U – ее потенциальная энергия;

$W - U = W_к$ – кинетическая энергия частицы.

Волновая $\Psi-$ функция должна удовлетворять условиям:

1) быть конечной, непрерывной и однозначной;

2) иметь непрерывные производные

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t};$$

3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема , т.е.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}|\Psi|^2 dxdydz = 1$$

- условие нормировки $\Psi -$ функции.