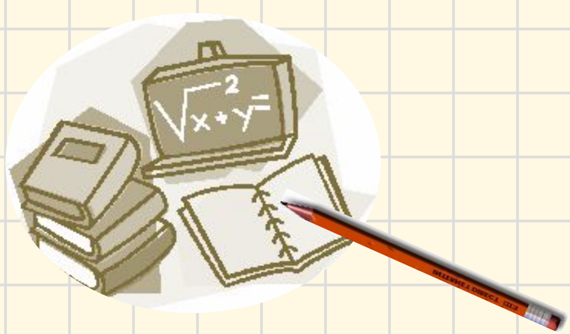
«Логарифмические неравенства»

11 **класс**



Повторение

1.Вычислите:

а) $\log_{\sqrt{3}} 9$; б) $\log_{16} 2$; в) $\log_2 32$

2. Упростите:

а) $\log_3 8 + \log_3 2$;

б) в) $2\log_3 4 - \log_3 83$.

3.Известно, что $\log_2 3 = a.$

Найдите: $\log_3 4$

Найдите область определения функций:

Повторение

а) $y = \log_3 x$;

б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$;

в) $y = \log_2 (x-1)$;

г) $y = \log_{\frac{1}{3}} (3-x)$;

д) $y = \log_5 x^3$.

По определению логарифма

Простейшие логарифмические неравенства записывается следующим образом: $\log_a f(x) > b$ $\log_a f(x) < b$

Схема сравнения логарифмических неравенств.

$\log_a x > b$
- $0 < a < 1$ → $0 < x < a^b$
- $a > 1$ → $x > a^b$

$\log_a x < b$
- $0 < a < 1$ → $x > a^b$
- $a > 1$ → $0 < x < a^b$

Метод потенцирования

Суть метода в следующем: с помощью формул неравенство привести к виду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$

Справедливы следующие утверждения:

$$\log_a f(x) \geq \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x), \\ f(x) > 0, \qquad a > 1 \\ g(x) > 0; \end{cases}$$

$$\log_a f(x) \geq \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x), \\ f(x) > 0, \qquad 0 < a < 1 \\ g(x) > 0; \end{cases}$$

Метод замены (подстановки)

Ищем в неравенстве некоторое повторяющееся выражение, которое обозначим новой переменной, тем самым, упрощая вид неравенства. В некоторых случаях, очевидно *что* удобно обозначить.

Какой системе равносильно неравенство:

$$\log_2 x < \log_2 5$$

$$1.\begin{cases} x < 5, \\ 0 < x < 1 \end{cases} \qquad 2.\begin{cases} x < 5, \\ x > 0; \end{cases} \qquad 3.\begin{cases} x > 5, \\ x > 0; \end{cases}$$

Найдите ошибку.

$\log_8(5x-10) < \log_8(14-x),$

$5x-10 < 14-x,$

$6x < 24,$

$x < 4.$

Ответ: $x \in (-\infty; 4).$

Ошибка: не учли область определения неравенства.

Верное решение:

$\log_8(5x-10) < \log_8(14-x)$

$$\begin{cases} 5x-10>0, \\ 14-x>0, \\ 5x-10<14-x; \end{cases} \qquad \begin{cases} x>2, \\ x<14, \\ x<4; \end{cases} \qquad 2<x<4.$$

Ответ: $x \in (2;4).$

Решение логарифмических неравенств

$$\log_{0,25}(1+x) < -1$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(1+x) < -1$$

$$1 + x > 4$$

$$x > 3$$

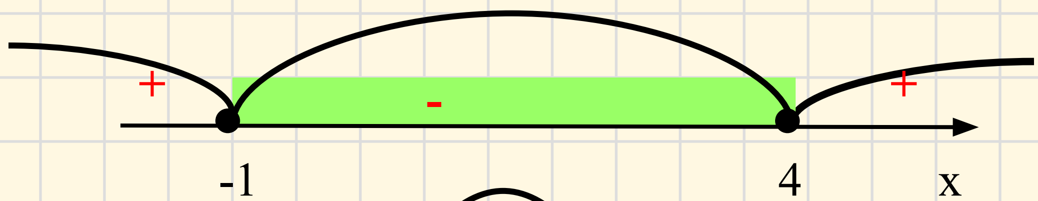
Ответ : $(3;+\infty)$

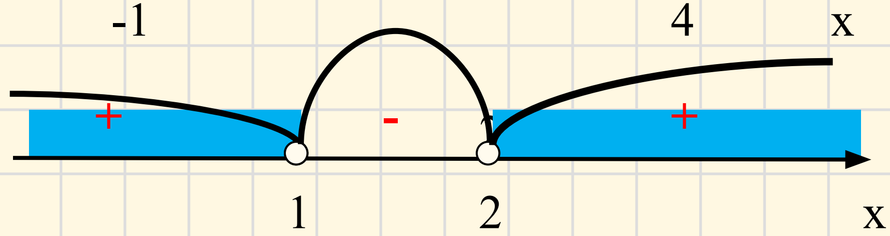
$$\log_{\frac{1}{6}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 6 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4)(x+1) \leq 0 \\ (x-1)(x-2) > 0 \end{cases}$$





Ответ : $[-1;1) \cup (2;4]$.

Решить неравенство :

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) < \log_{\frac{1}{3}}(4-x)$$

$$\begin{cases} x-2>0, \\ 4-x>0, \\ x-2>4-x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>2, \\ x<4, \\ x>3; \end{cases}$$

$$3<x<4$$

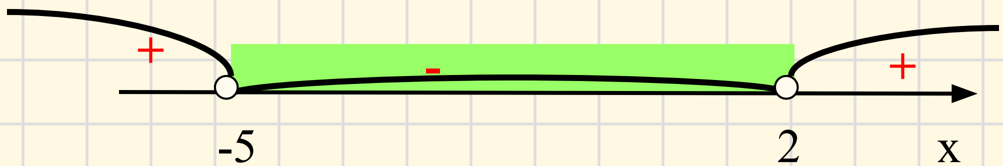
Ответ : (3;4).

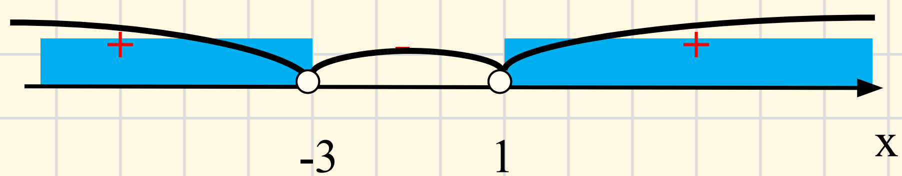
$$\log_2(x^2+2x-3) < \log_2(7-x)$$

$$\begin{cases} x^2+2x-3<7-x \\ x^2+2x-3>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+3x-10<0 \\ x^2+2x-3>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x+5)<0 \\ (x-1)(x+3)>0 \end{cases}$$





Ответ : $(-5;-3)\cup(1;2)$.

$$(\log_5(2x-1))^2 - \log_5(2x-1) - 2 \le 0$$

$$2x - 1 > 0, \quad x > 0{,}5$$

Пусть $y = \log_5(2x-1)$

$$y^2 - y - 2 \le 0$$

$$(y-2)(y+1) \le 0$$

$$-1 \le y \le 2$$

$$\begin{cases} \log_5(2x-1) \le 2 \\ \log_5(2x-1) \ge -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 1 \le 25 \\ 2x - 1 \ge 0{,}2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le 13 \\ x \ge 0{,}6 \end{cases}$$

Ответ : [0,6;13].

Решить самостоятельно

$$1).\log_{\frac{1}{3}} x > 4$$

$$2).\log_{\frac{1}{36}}(3x+3) \geq -\frac{1}{2}$$

$$3).\log_{8}(x^2-4x+3) \geq 1$$

$$4).\log_{\frac{1}{4}}(x^2+3x-4) < \log_{\frac{1}{4}}(8-x)$$

$$5).\log_{\frac{1}{3}}(x+4) + \log_{3}(4-x) \leq 1$$

$$6).\lg^2 x - \lg x - 6 > 0$$

$$7).2\log_5^2 x + \log_{\frac{1}{5}}(5x) \geq 2$$

Ответы :

1б $1.\left(0;\frac{1}{81}\right)$

1б $2.(-1;1]$

1б $3.(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$

2б $4.(-\infty;-6)\cup(2;+\infty)$

2б $5.[-2;4]$

3б $6.(0;0{,}01)\cup(100;+\infty)$

3б $7.(0;0{,}2]\cup[5^{1,5};+\infty)$

Реши самостоятельно.

$$\log_x(2x-1) \le \log_x(3x+5)$$

$$\log_{x-2}(2x-3) > \log_{x-2}(24-6x)$$

Реши самостоятельно.

Решить неравенства:

$$\log_{2x-3} x > 1;$$

$$\log_{x-1}(6x-9) \geq 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_{3-x} \dfrac{x+4}{(x-3)^2} \geq -2, \\ \\ x^3 + 6x^2 + \dfrac{21x^2 + 3x - 12}{x-4} \leq 3 \end{array}\right.$$

СПАСИБО