Основные правила комбинаторики

Подготовили студентки 3 курса 61 группы

- *Давиденко Анастасия*
- *Лавриченко Александра*

План:

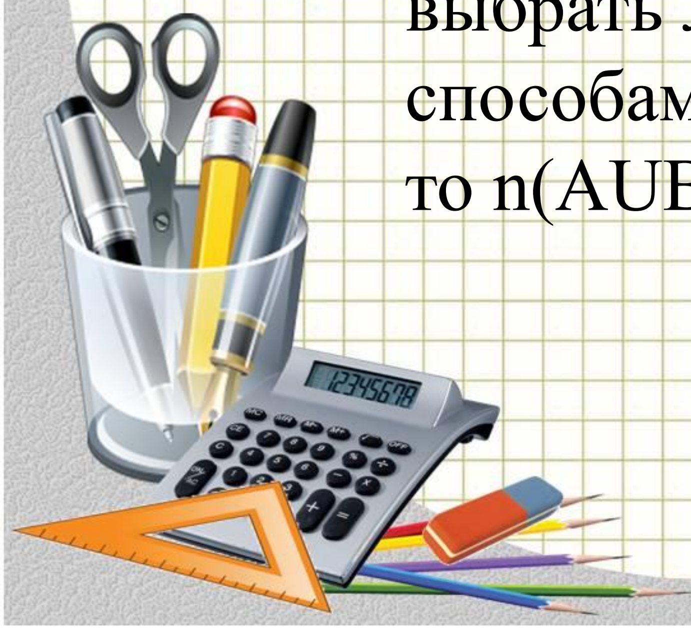
- Историческая справка.
- Правило суммы.
- Правило произведения.
- Основные комбинаторные соединения:
  - ✔ Перестановки
  - ✔ Размещения
  - ✔ Сочетания

Историческая справка

- **<u>Комбинаторика</u>** – ветвь математики, изучающая комбинации и перестановки предметов, – возникла в XVII в. Долгое время казалось, что комбинаторика лежит вне основного русла развития математики и ее приложений. Положение изменилось после появления вычислительных машин и связанного с этим расцвета конечной математики. Сейчас комбинаторные методы применяются в теории случайных процессов, статистике, математическом программировании, вычислительной математике, биологии, планировании экспериментов, расшифровке кодов ДНК и т.д.

Правило суммы

- **Правило суммы.** Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект В может быть выбран n способами, то выбрать либо А, либо В можно m + n способами. Если n(A)=a, n(B)=b и A∩B=Ø, то n(AUB)=a+b.



Правило суммы

Пример: В классе 16 девочек и 11 мальчиков. Сколькими способами можно выбрать старосту класса?

Правило суммы

- ***Решение:***

$n(A)=16$

$n(B)=11$

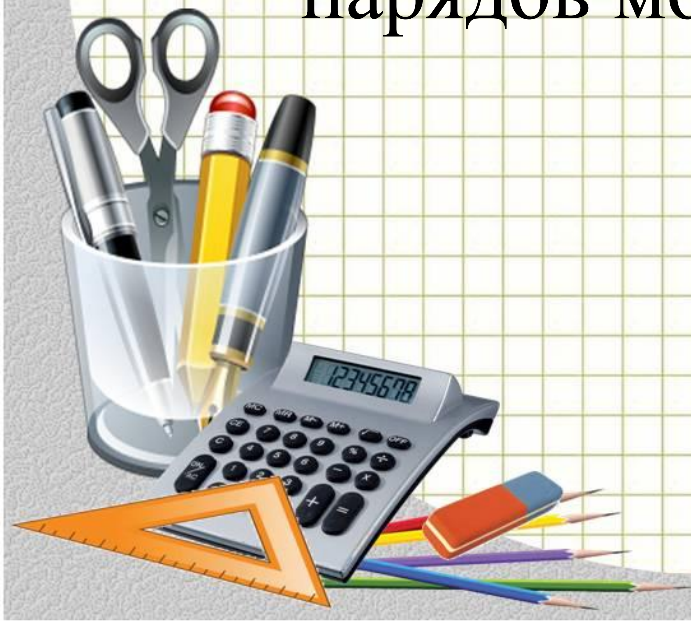
$$n(A \cup B) = 16 + 11 = 27$$

Правило произведения

- *Правило произведения.* Если объект А можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов (А, В) в указанном порядке может быть выбрана m*n способами. Если n(A)=a и n(B)=b, то n(A×B)=ab.

Правило произведения

- *Пример:* Наряд студентки состоит из блузки, юбки и туфель. Девушка имеет в своем гардеробе четыре блузки, пять юбок и трое пар туфель. Сколько нарядов может иметь студентка?



Правило произведения

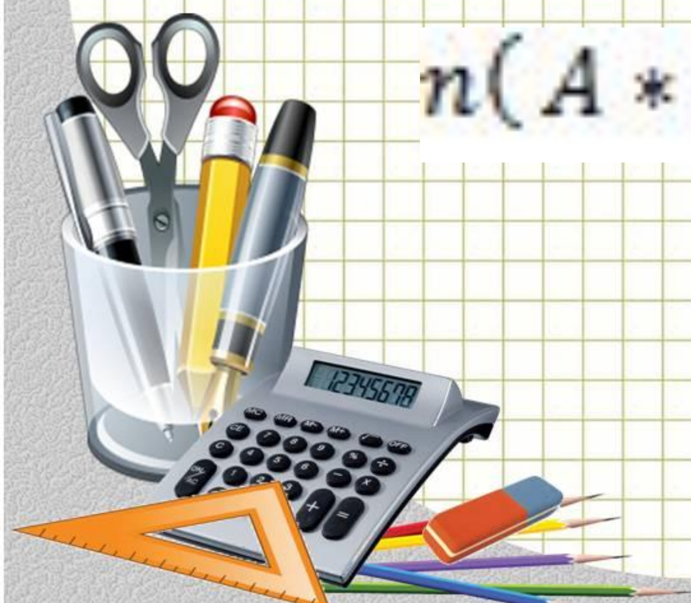
- <u>*Решение:*</u>

n(A)=4

n(B)= 5

n(C)= 3

$$n(A * B * C) = 4 * 5 * 3 = 60$$



Основные комбинаторные соединения

- Перестановки
- Размещения
- Сочетания

Размещение

- <u>***Размещением***</u> из k по n называется n-элементное упорядоченное подмножество k-элементного множества

Размещение без повторения

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Важен <u>порядок</u> и <u>состав</u>!

Размещение с повторениями

$$\overline{A}_n^k = n^k$$

Важен <u>порядок</u>, <u>состав</u> и <u>повторение</u>!

Размещение

- <u>*Пример*</u>. Пусть даны шесть цифр: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Определить: сколько трехзначных чисел можно составить из этих цифр.

Размещение

- *Решение.*
- Если цифры могут повторяться, то количество трехзначных чисел будет

$$m = n^k = 6^3 = 216$$

Если цифры не повторяются, то

$$m = A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Перестановки

- ***Перестановкой*** из п элементов называется *п*-элементное упорядоченное множество

Перестановки без повторений

$$P_n = A_n^n = n!$$

Важен порядок!

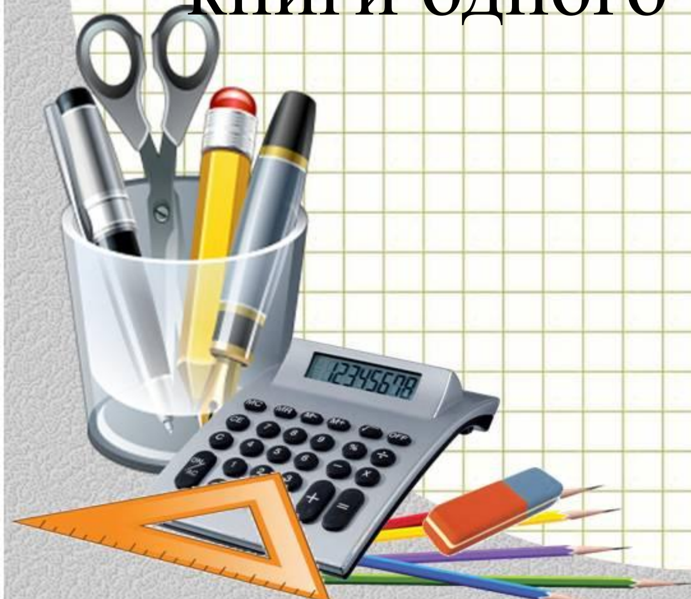
Перестановки с повторением

$$P_n(n_1, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \ldots n_k!}$$

Важен <u>порядок</u>, <u>повторение</u>!

Перестановки

- Пример. 30 книг стоит на книжной полке, из них 27 различных книг и одного автора три книги. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы книги одного автора стояли рядом?



Перестановки

- *Решение.* Будем считать три книги одного автора за одну книгу, тогда число перестановок будет P_{28}
- А три книги можно переставлять между собой P_3 способами, тогда по правилу произведения имеем, что искомое число способов равно:

$$P_{28} * P_3 = 3!*28!$$

Сочетания

- **<u>Сочетанием</u>** из n по k называется k-элементное подмножество n-элементного множества.

Сочетания без повторений

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Важен <u>состав</u>!

Сочетания с повторениями

$$\overline{C_n^k} = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$$

- ***Важен <u>состав</u>, <u>повторения</u>!***

Сочетания

- *<u>Пример.</u>* В группе из 27 студентов нужно выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно это сделать?

Сочетания

- *Решение.* Так как порядок студентов не важен, используем формулу для числа сочетаний: $m = C_{27}^{3} = \frac{27!}{3!24!} = \frac{27\cdot 26\cdot 25}{1\cdot 2\cdot 3} = 2925$