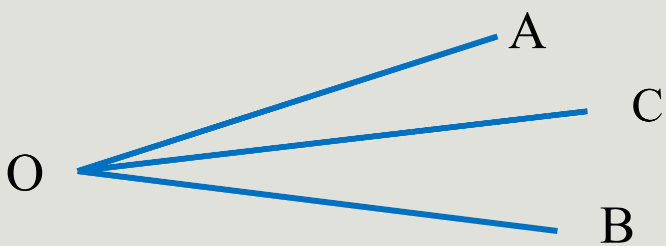
КУТИ. ТРИКУТНИКИ.

ПІДГОТОВКА ДО ЗНО

КУТИ.

1	Означення кута. Види кутів.	7 клас
2	Бісектриса кута. Суміжні і вертикальні кути	7 клас
3	Кути при перетині двох прямих січною.	7 клас
4	Кути у колі.	8 клас
5	Властивості вписаних кутів.	8 клас

КУТИ.



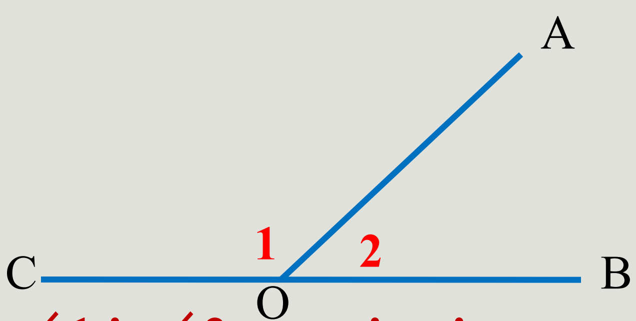
Бісектриса кута – це промінь, який виходить із вершини кута, лежить у його внутрішній області й ділить кут на дві рівні частини.

***Промінь* ОС *– бісектриса кута* АОВ.**

∠ АОС = ∠ СОВ.

СУМІЖНІ ТА ВЕРТИКАЛЬНІ КУТИ.

Суміжні кути

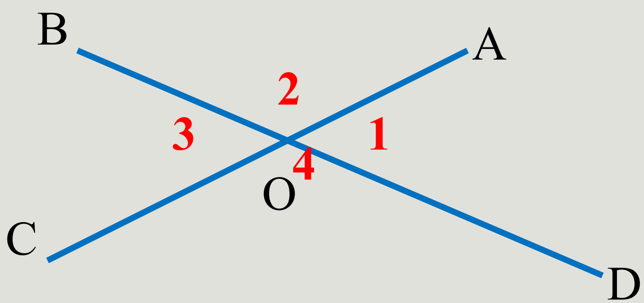


∠1 і ∠2 – суміжні кути

∠1 + ∠2 = 180°

Сума суміжних кутів дорівнює 180°.

Вертикальні кути

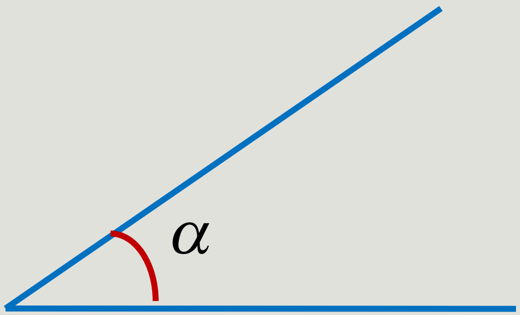


∠1 і ∠3 – вертикальні кути

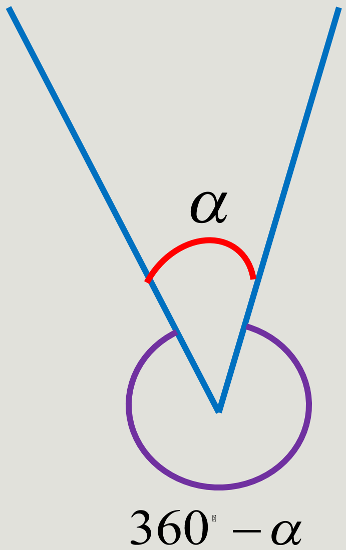
∠2 і ∠4 – вертикальні кути

Вертикальні кути рівні.

КУТИ.



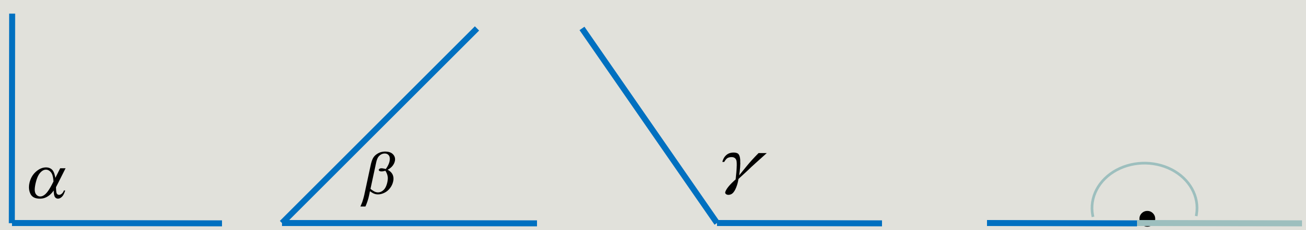
Кут – це фігура, яка складається з точки – вершини кута – і двох променів, які виходять із цієї точки, - сторін кута.



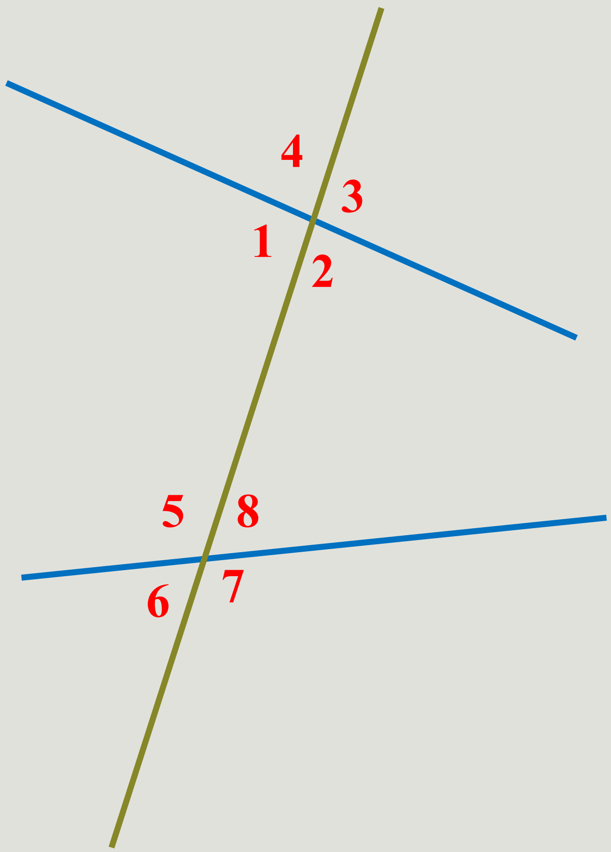
Кут – частина площини, обмежена двома променями зі спільним початком.

Види кутів

Прямий **Гострий** **Тупий** **Розгорнутий**



КУТИ ПРИ ПРЕРТИНІ ДВОХ ПРЯМИХ СІЧНОЮ.



$\angle 1$ і $\angle 5$
$\angle 2$ і $\angle 8$

- внутрішні односторонні кути

$\angle 1$ і $\angle 8$
$\angle 2$ і $\angle 5$

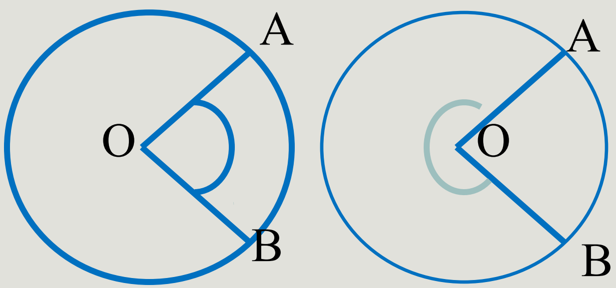
- внутрішні різносторонні кути

$\angle 4$ і $\angle 5$
$\angle 3$ і $\angle 8$
$\angle 1$ і $\angle 6$
$\angle 2$ і $\angle 7$

- відповідні кути

КУТИ У КОЛІ.

Центральний кут



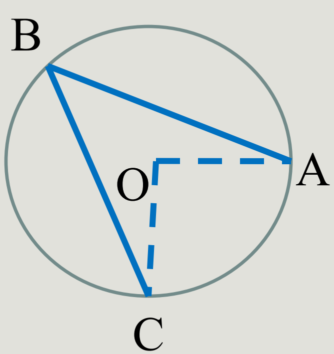
$\angle AOB$ – центральний кут

(вершина збігається з центром кола)

$\angle AOB = \cup\ AB$

Центральний кут вимірюється дугою, на яку він спирається.

Вписаний кут

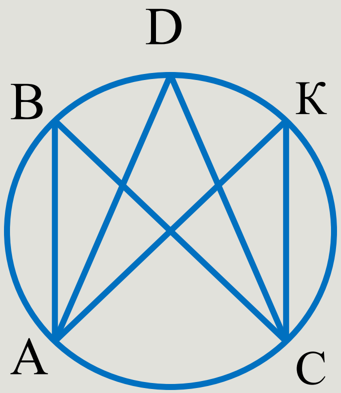


$\angle ABC$ – вписаний кут

(вершина лежить на колі, а сторони перетинають коло)

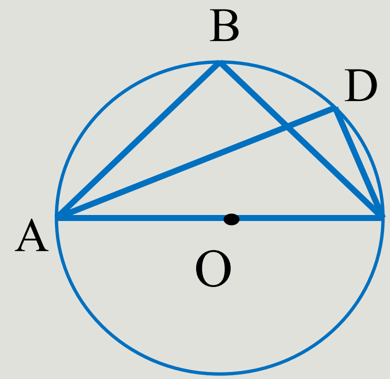
$$\angle ABC = \frac{1}{2}\cup AC = \frac{1}{2}\angle AOC$$

ВЛАСТИВОСТІ ВПИСАНИХ КУТІВ.



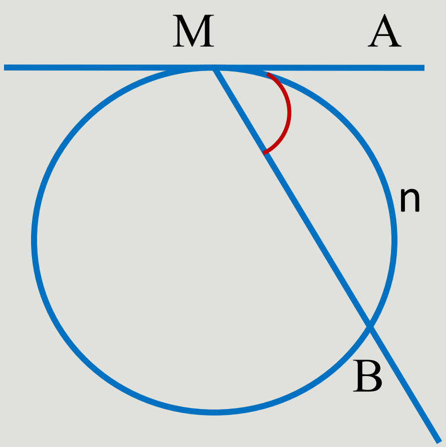
$\angle ABC = \angle ADC = \angle AKC$

Вписані кути, які спираються на одну і ту саму дугу, рівні.



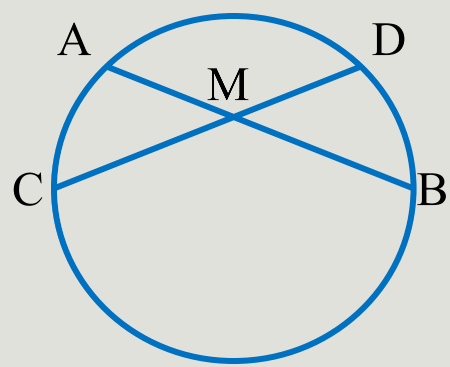
$\angle ABC = \angle ADC = 90°$

Вписаний кут, який спирається на діаметр, дорівнює 90°.



MA – дотична
MB – січна

$\angle AMB = \frac{1}{2} \smile MnB$



Хорди AB і CD перетинаються в точці M

$\angle AMC = \frac{1}{2} (\smile AC + \smile DB)$

ТРИКУТНИКИ

1 Рівність трикутників

2 Властивості трикутника

3 Рівнобедрений трикутник

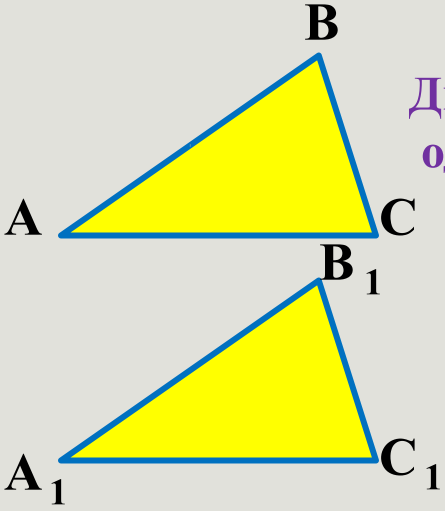
4 Властивості рівнобедреного трикутника

5 Висота, медіана, бісектриса та середня лінія трикутника.

6 Співвідношення між сторонами та кутами в трикутнику.

7 Площа трикутника.

ТРИКУТНИКИ.

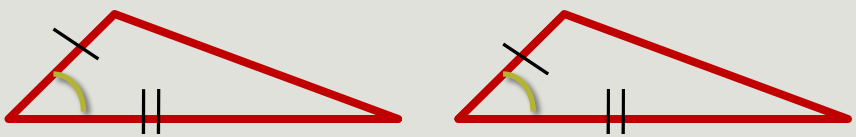


Рівність трикутників.

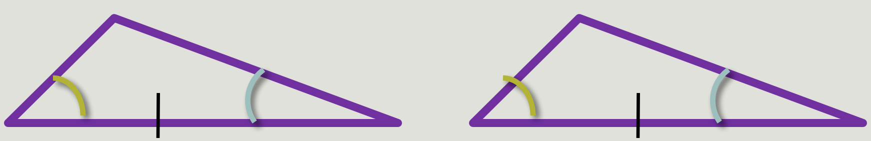
Дві фігури називаються рівними, якщо вони рухом переводяться одна в одну.

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1 \iff \begin{array}{l|l} AB = A_1B_1 & \angle A = \angle A_1 \\ AC = A_1C_1 & \angle B = \angle B_1 \\ BC = B_1C_1 & \angle C = \angle C_1 \end{array}$$

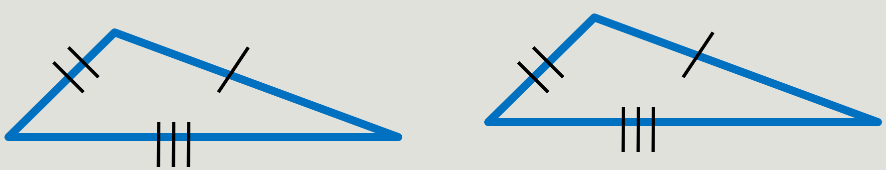
Ознаки рівності трикутників.



1. За двома сторонами і кутом між ними.

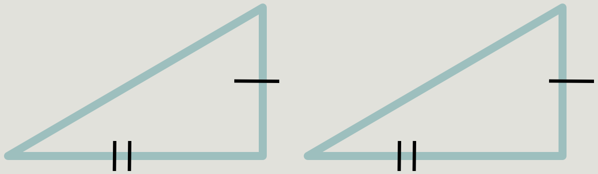


2. За стороною і двома прилеглими до неї кутами.

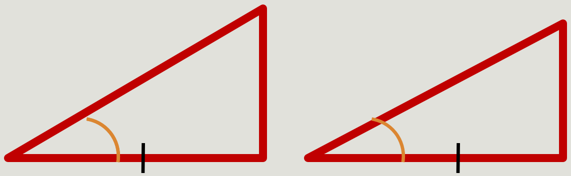


3. За трьома сторонами.

ОЗНАКИ РІВНОСТІ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ

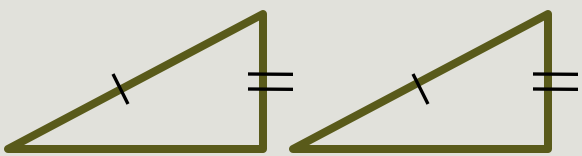


1. За двома катетами.



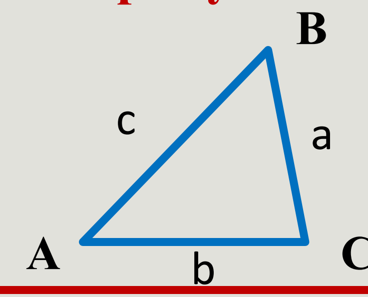
2. За катетом і гострим кутом.

3. За гіпотенузою і гострим кутом.



4. За гіпотенузою і катетом.

Властивості кутів трикутника.



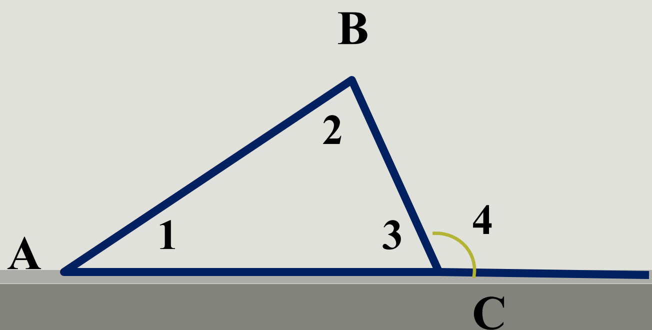
$\boxed{\angle A + \angle B + \angle C = 180°}$

Сума кутів трикутника дорівнює 180°

$\boxed{|b-c| < a < b + c}$ -

нерівність трикутника

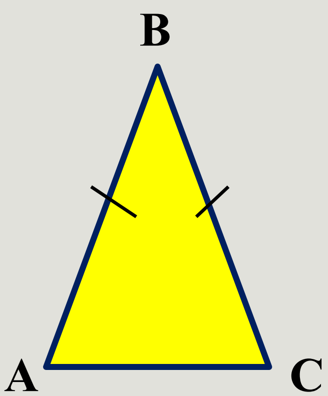
Зовнішній кут трикутника

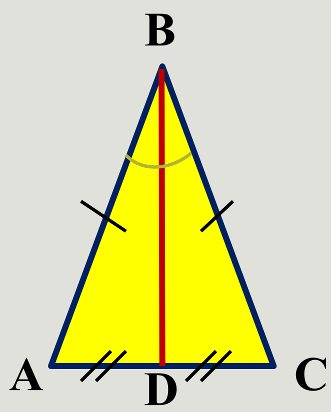


$\boxed{\angle 4 = \angle 1 + \angle 2}$

$\boxed{\angle 4 > \angle 1, \angle 4 > \angle 2}$

РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК.



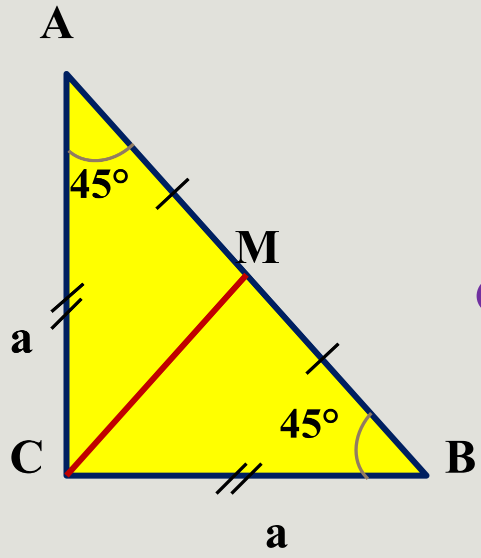


Трикутник називається рівнобедреним, якщо у нього дві сторони рівні.

Δ ABC – рівнобедрений (AB = BC)

AC – основа, AB і BC – бічні сторони

РІВНОБЕДРЕНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК.

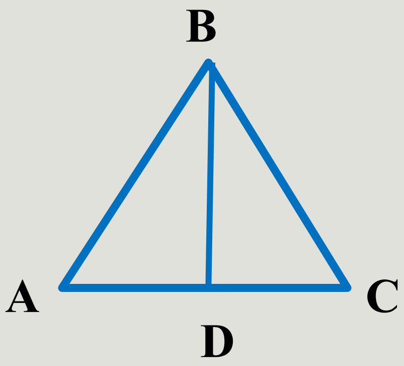


$\angle C = 90°$, AC = CB

$\angle A = \angle B = 45°$

CM ⊥ AB , тоді CM = AM = MB

AC = CB = a, тоді AB = a$\sqrt{2}$



РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК.

Властивості

1. Якщо в Δ ABC AB = BC,
то $\angle A = \angle C$
(кути при основі рівні)
2. Якщо Δ ABC - рівнобедрений
і BD – медіана,
то BD – висота й бісектриса.

У рівнобедреному трикутнику висота, медіана і бісектриса, проведені до основи, збігаються.

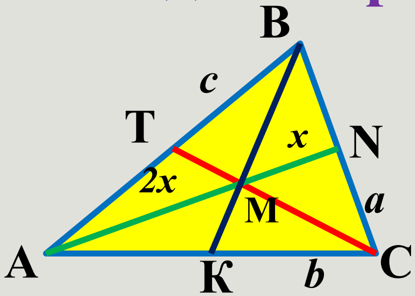
Ознаки

1. Якщо в Δ ABC $\angle A = \angle C$,
то AB = BC

2. Якщо в трикутнику збігаються:
а) висота й медіана, або
б) висота й бісектриса, або
в) медіана і бісектриса,
то трикутник рівнобедрений.

ВИСОТА, МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА ТА СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ.

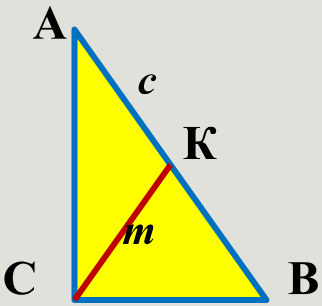
Медіана трикутника.



ВК – медіана, К – середина АС,

М – точка перетину медіан

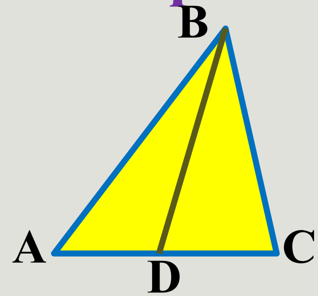
$$\frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MK} = \frac{CM}{MT} = \frac{2}{1}$$



$$m = \frac{1}{2}c$$

У прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи.

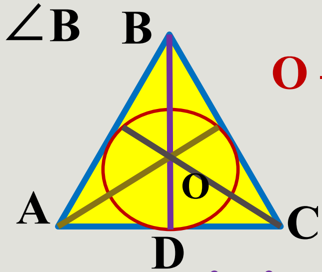
Бісектриса трикутника.



BD- бісектриса трикутника

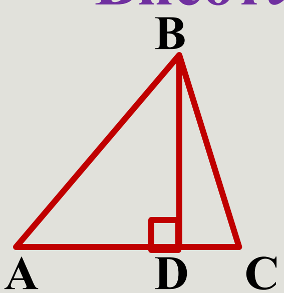
$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$

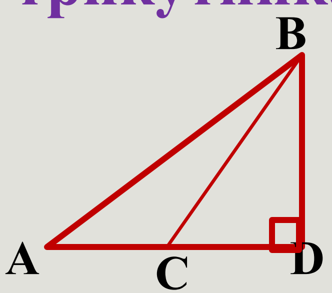
$\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle B$

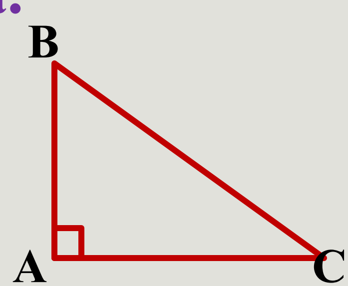


О – точка перетину бісектрис , центр вписаного кола

Висота трикутника.





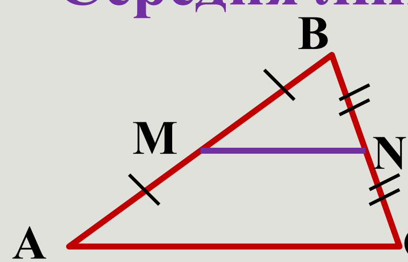


BD – висота, BD ⊥ AC

У прямокутному трикутнику BA - висота

Прямі, що містять висоти трикутника, перетинаються в одній точці (ортоцентр)

Середня лінія трикутника.



MN- середня лінія

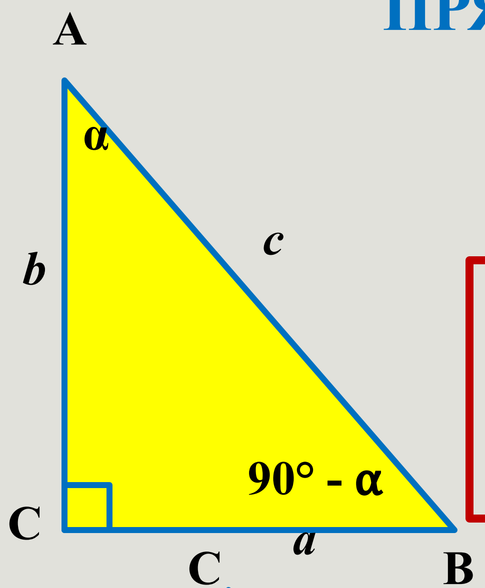
M – середина AB

N – середина BC

1. MN || AC
2. $MN = \frac{1}{2}AC$

Середня лінія трикутника паралельна одній із його сторін і дорівнює половині цієї сторони.

ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК.



Теорема Піфагора

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

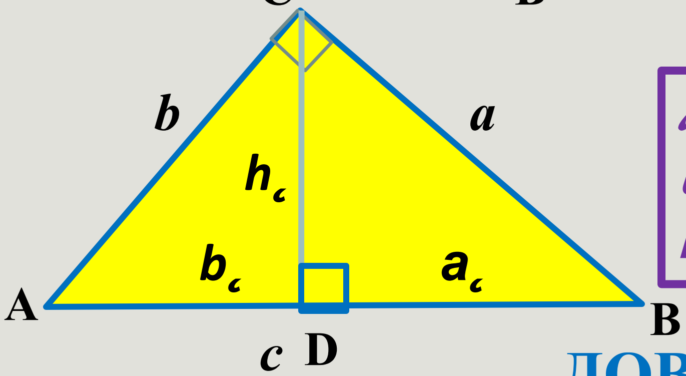
$$\sin\alpha = \frac{a}{c};\quad \cos\alpha = \frac{b}{c}.$$

$$tg\,\alpha = \frac{a}{b};\quad ctg\,\alpha = \frac{b}{a}.$$

$a = c \cdot \sin\alpha$

$b = c \cdot \cos\alpha$

$a = b \cdot tg\,\alpha$



$a^2 = c \cdot a_c$

$b^2 = c \cdot b_c$

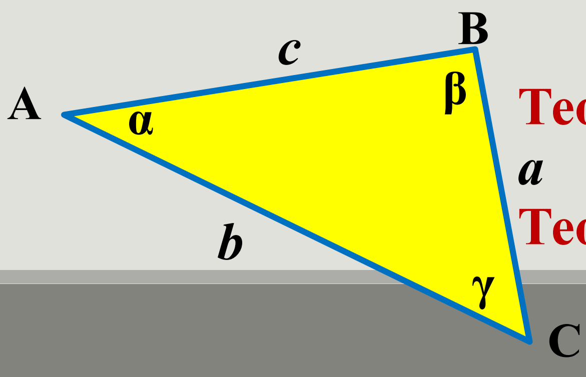
$h_c^2 = a_c \cdot b_c$

Δ ACD ~ Δ ABC

Δ CBD ~ Δ ABC

Δ ACD ~ Δ CBD

ДОВІЛЬНИЙ ТРИКУТНИК

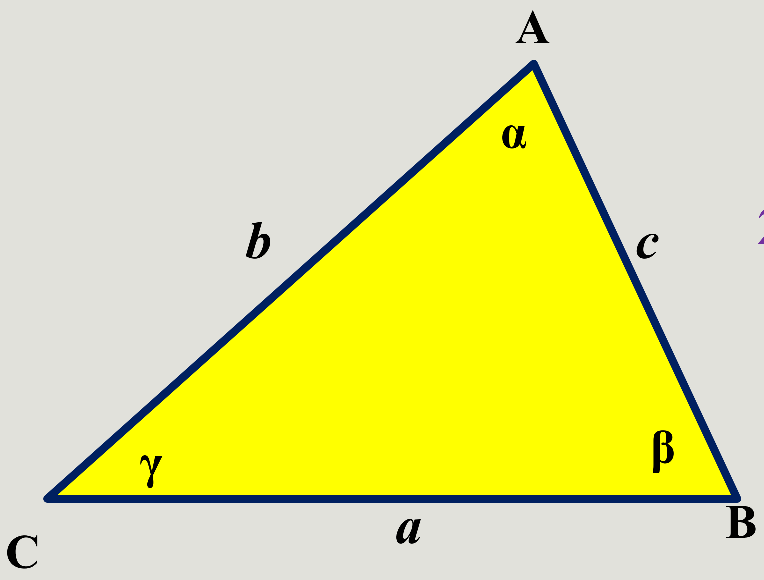


Теорема синусів : $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

Теорема косинусів : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

a, b, c – сторони Δ ABC, R – радіус описаного кола.

НАСЛІДКИ



1. **Якщо у трикутнику $c^2 = a^2 + b^2$, то $\gamma = 90°$, тобто цей трикутник є прямокутним** (теорема, обернена до теореми Піфагора).

2. **Якщо у трикутнику $c^2 < a^2 + b^2$, то кут γ– гострий ($\cos\gamma > 0$); якщо c – найбільша сторона, то трикутник є гострокутним.**

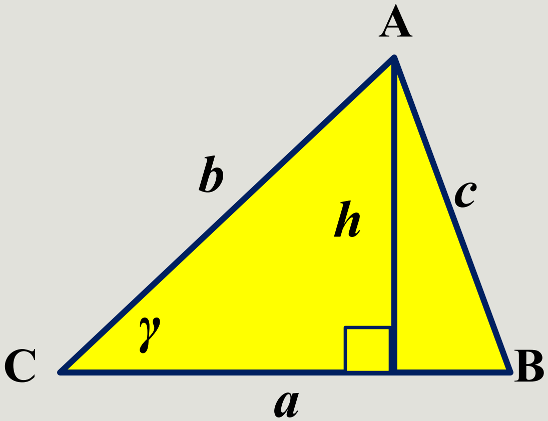
3. **Якщо у трикутнику $c^2 > a^2 + b^2$, то кут γ– тупий ($\cos\gamma < 0$); якщо c – найбільша сторона, то трикутник є тупокутним.**

4. У трикутнику проти більшої сторони лежить більший кут, проти більшого кута лежить більша сторона.

$$a > b \Leftrightarrow \alpha > \beta$$

ПЛОЩА ТРИКУТНИКА

Довільний трикутник



$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

R **– радіус описаного кола**

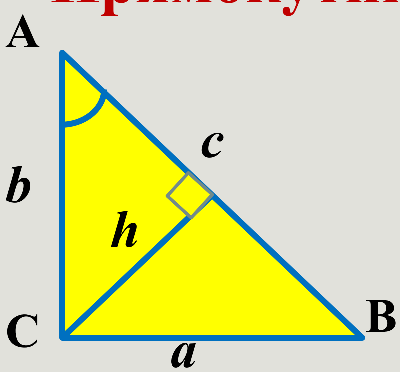
$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\gamma$$

$$\boxed{S = r \cdot p}$$

r **- радіус вписаного кола**

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ ,\ p = \frac{a+b+c}{2}$$ **- формула Герона**

Прямокутний трикутник

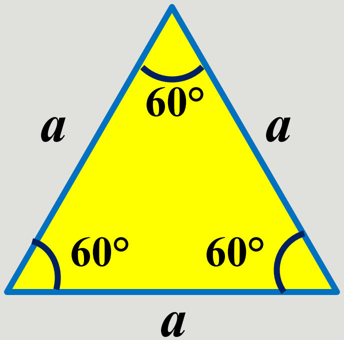


$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} c \cdot h$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$$

Правильний трикутник



$$S = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Дякую за увагу !