

Похідна складеної функції

Функція $h(x)=g(f(x))$ -
складена функція, містить в
собі функції g і f

$f(x)$ - «внутрішня функція»

$g(f)$ - «зовнішня функція»

$$h(x) = \cos 3x$$

$$f(x) =$$

$$3x$$

$$g(x) = \cos (f(x))$$

$$h(x) = (3-5x)^5$$

$$f(x) =$$

$$3-5x$$

$$g(x) = (f(x))^5$$

Утворіть складену функцію $y = f(g(x))$

$$g(x) = 9 - x^2,$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$g(x) = \frac{x}{3},$$

$$f(x) = \sin x$$

$$y = \sin \frac{x}{3}$$

Утворіть складені функції

$$g(x) = 3x^3 - 6x,$$

$$f(x) = 2x^7$$



$$y = f(g(x)) \quad y = ? \quad \text{З0ш}$$

$$y = g(f(x)) \quad y = ? \quad \text{З0ш}$$

Формула похідної складеної функції

$$h'(x) = g'(f) \cdot f'(x)$$

Алгоритм знаходження похідної складеної функції

- 1 Визначити внутрішню і зовнішню функції $f(x)$ і $g(x)$
- 2 Знайти похідну внутрішньої функції $f'(x)$
- 3 Знайти похідну зовнішньої функції $g'(f)$
- 4 Перемножити похідні знайдені в попередніх пунктах

Завдання 1. Знайти похідну функції

$$y = (2x+3)^{100}$$

1. Визначимо внутрішню і зовнішню функції $f(x)$ і $g(x)$

$$f(x)=2x+3 \quad g(f)=f^{100}$$

2. Знайдем похідну внутрішньої функції

$$f'(x)=(2x+3)'=2$$

3. Знайдем похідну зовнішньої функції

$$g'(f)=(f^{100})'=100 f^{99}$$

4. Перемножимо знайдені похідні

$$h'(x) = 2 \cdot 100 f^{99} = 200 f^{99} = 200(2x+3)^{99}$$

Завдання 3. Знайти похідну функції

$$y(x) = 4\cos 3x$$

1. Визначимо внутрішню і зовнішню функції $f(x)$ і $g(x)$

$$f(x) = 3x \quad g(f) = 4\cos f$$

2. Знайдем похідну внутрішньої функції

$$f'(x) = (3x)' = 3$$

3. Знайдем похідну зовнішньої функції

$$g'(f) = (4\cos f)' = -4\sin f$$

4. Перемножимо знайдені похідні

$$y'(x) = 3 \cdot (-4\sin f) = -12\sin f = -12\sin 3x$$

Завдання 3. Знайти похідну функцій

а) $y = \sqrt{9 - x^2}$

б) $y = 6 \sin \frac{x}{3}$

а) $f(x) = 9 - x^2, \quad g(f) = \sqrt{f}$

$$f'(x) = (9 - x^2)' = -2x$$

$$g'(f) = (\sqrt{f})' = \frac{1}{2\sqrt{f}}$$

Доробити в зош

б) $f(x) = \frac{x}{3}, \quad g(f) = 6 \sin f$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{3}\right)' = \frac{1}{3}$$

$$g'(f) = (6 \sin f)' = 6 \cos f$$

Доробити в зош

Тест

Встановити відповідність між
функціями та їх похідними

<i>№1</i>	A	B	C
1. $y = (x+1)^{12}$	$12(x+1)$	$12(x+1)^{11}$	$12(x+1)^{13}$
2. $y = (4x-3)^5$	$20(4x-3)^4$	$5(4x-3)^4$	$20x(4x-3)^4$
3 $y = (x^7 - x^5 - 3)^5$	$5(x^7 - x^5 - 3)^4$	$5(x^7 - x^5 - 3)^4 \cdot (7x^6 - 5x^4)$	$5(7x^6 - 5x^4)$
4 $y = 3\cos(5x+6)$	$-3\sin(5x+6)$	$-15\sin(5x+6)$	$15\sin(5x+6)$
5 $y = \sqrt{x^2 - 2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 2}}$	$\frac{2x}{\sqrt{x^2 - 2}}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}$

<i>№2</i>	A	B	C
1 $y = (x+4)^6$	$6(x+4)^5$	$6(x+4)$	$x+4$
2 $y = (3x-2)^3$	$3(3x-2)^4$	$3(3x-2)^2$	$9(3x-2)^2$
3 $y = (x^5 + x^3 + 1)^6$	$6(x^5 + x^3 + 1)^5 \cdot (5x^4 + 3x^2)$	$6(x^5 + x^3 + 1)^5$	$5x^4 + 3x^2$
4 $y = 2\sin(3x-4)$	$2\cos(3x-4)$	$6\cos(3x-4)$	$\cos(3x-4)$
5 $y = \sqrt{x^2 + 8}$	$\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$	$\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 8}}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}}$

Виконати в зошитах

Знайти похідну функцій

$$1) h(x) = (3 - 5x)^5$$

$$2) h(x) = (2x + 1)^7$$

$$3) h(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

$$4) h(x) = \frac{1}{x^3 + 2}$$

$$5) h(x) = (7 - x)^{-4}$$

Таблиця похідних

Проста функція	Похідна простої функції	Складена функція	Похідна складеної функції
x^n	nx^{n-1}	$f^n(x)$	$n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{f(x)}$	$-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sin f(x)$	$\cos f(x) \cdot f'(x)$
$\cos x$	$-\sin x$	$\cos f(x)$	$-\sin f(x) \cdot f'(x)$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} f(x)$	$\frac{1}{\cos^2 f(x)} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$

