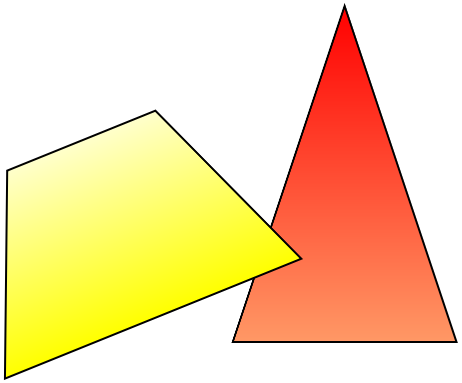
Пирамида

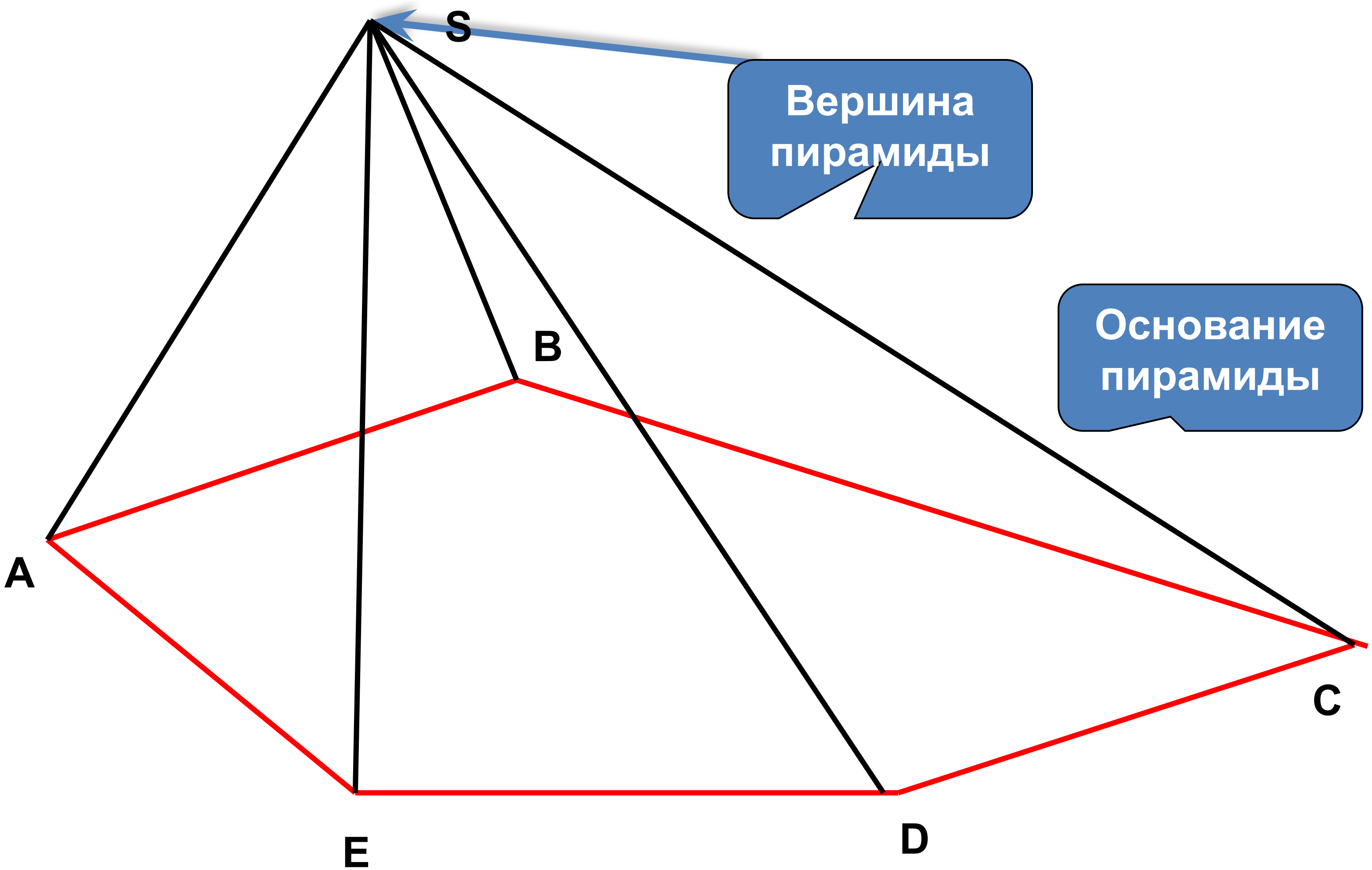


Её элементы.

Правильная пирамида.

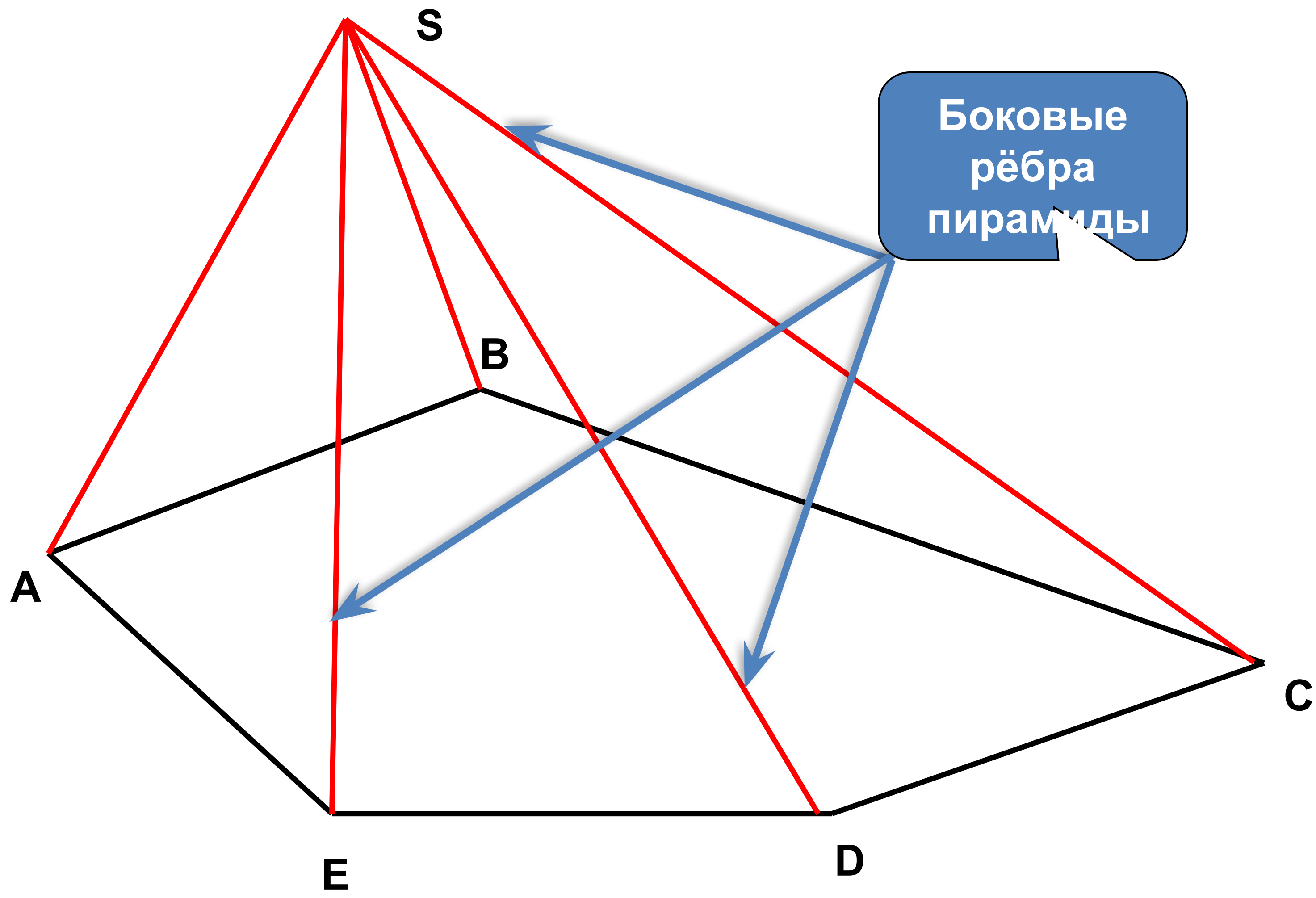
Усечённая пирамида

S – вершина пирамиды
ABCDE – основание пирамиды



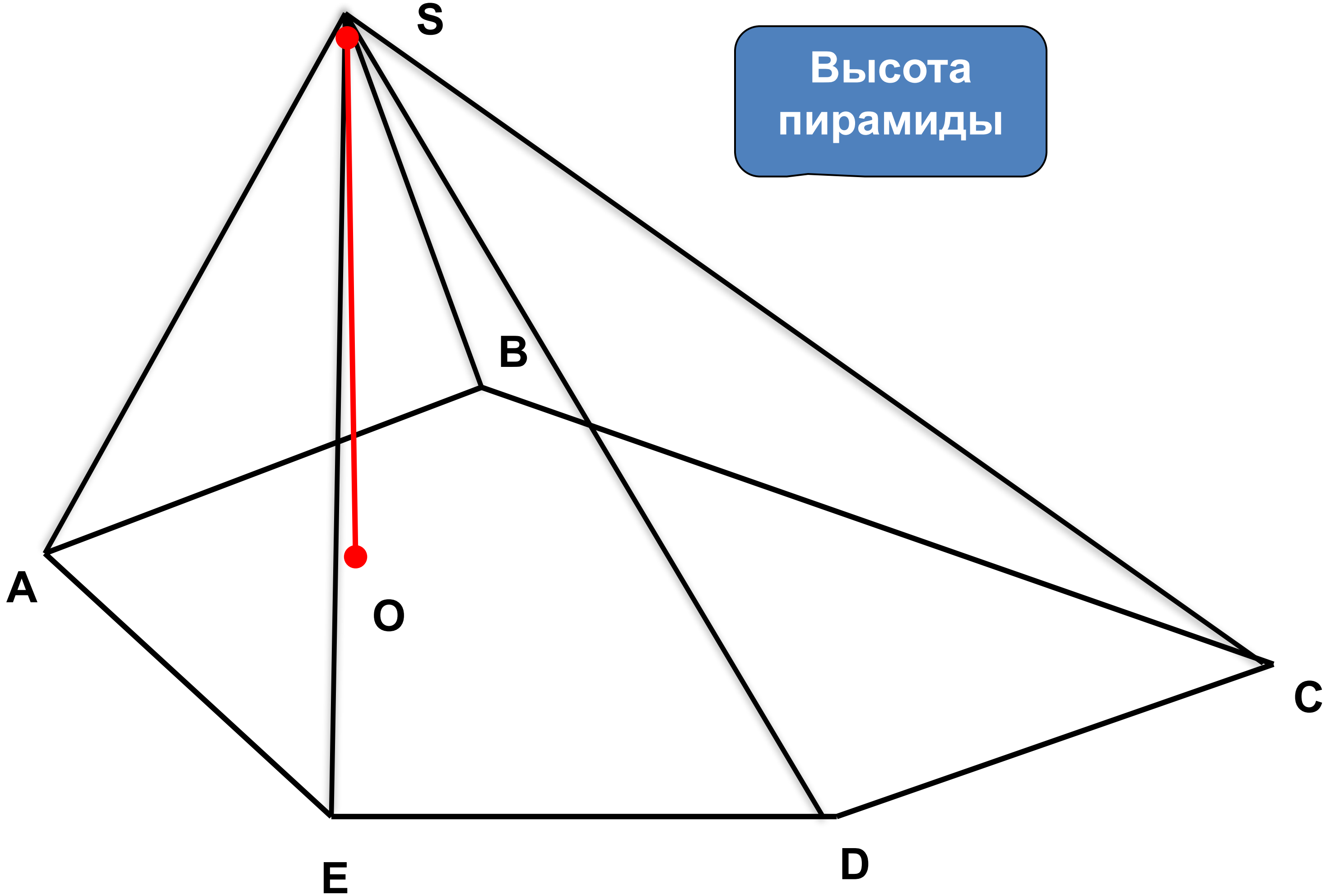
Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми рёбрами**

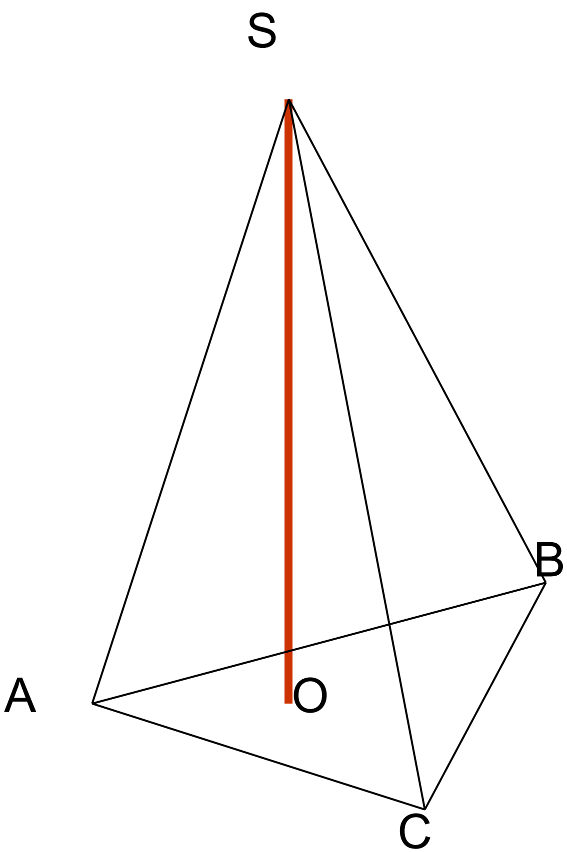
SA, SB, SC, SD, SE - боковые рёбра пирамиды SABCDE.

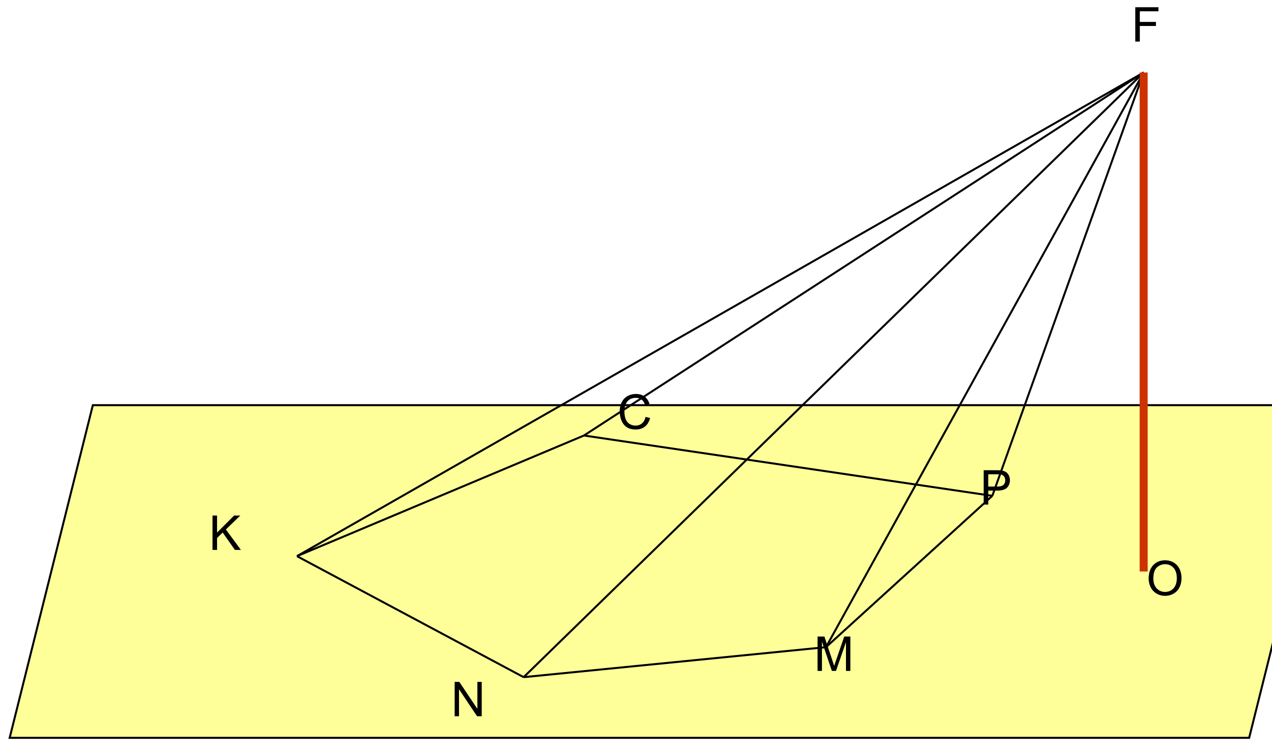


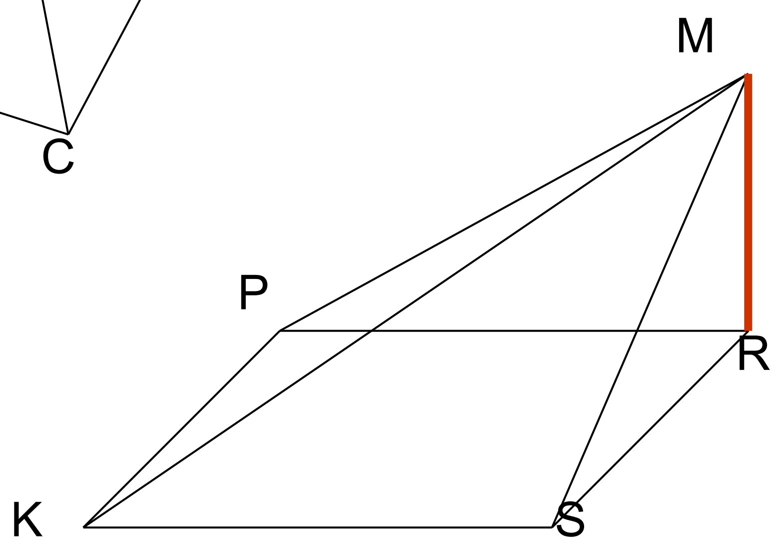
Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

SO - высота пирамиды SABCDE.





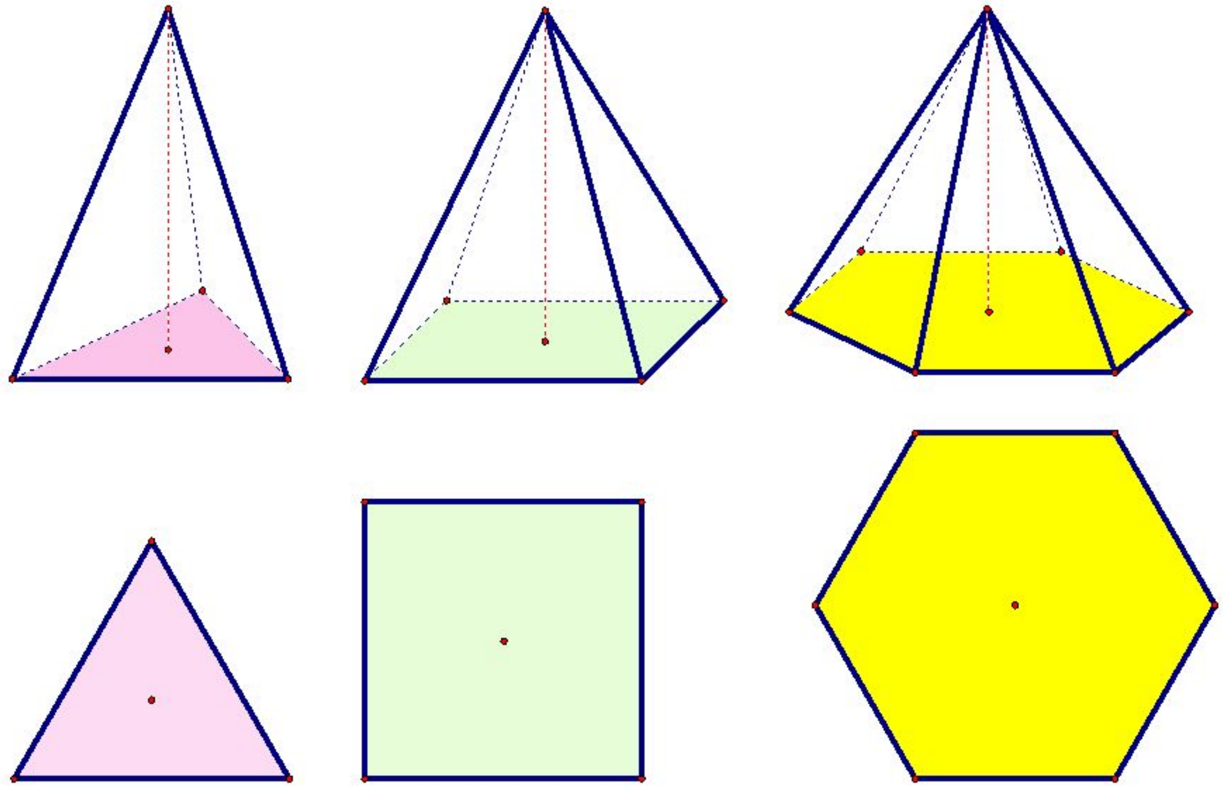




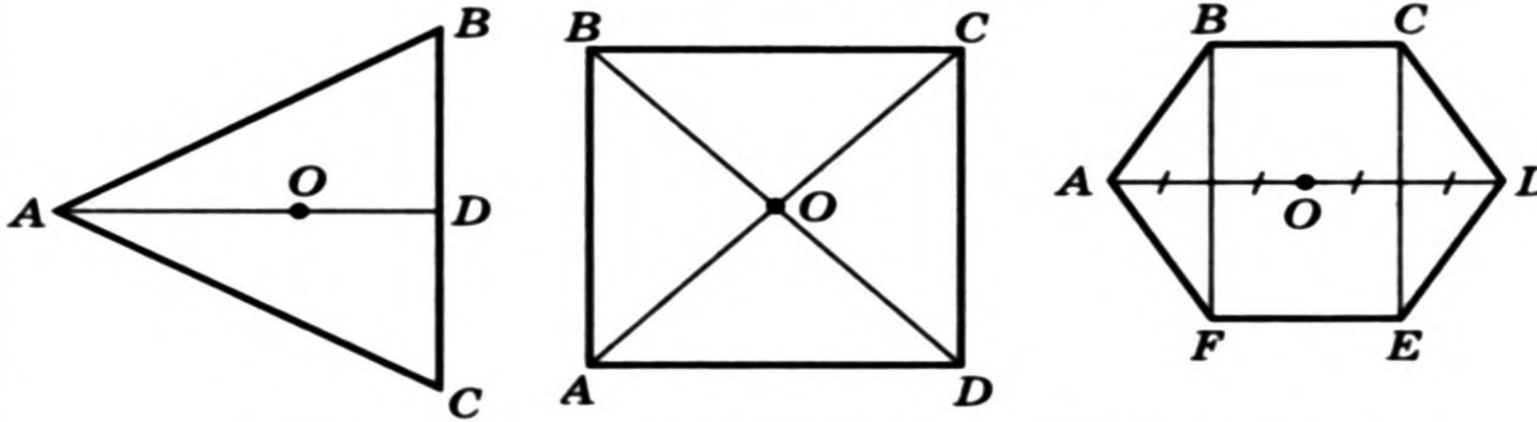
Высота – перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания

Пирамида называется правильной, если её основанием является правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

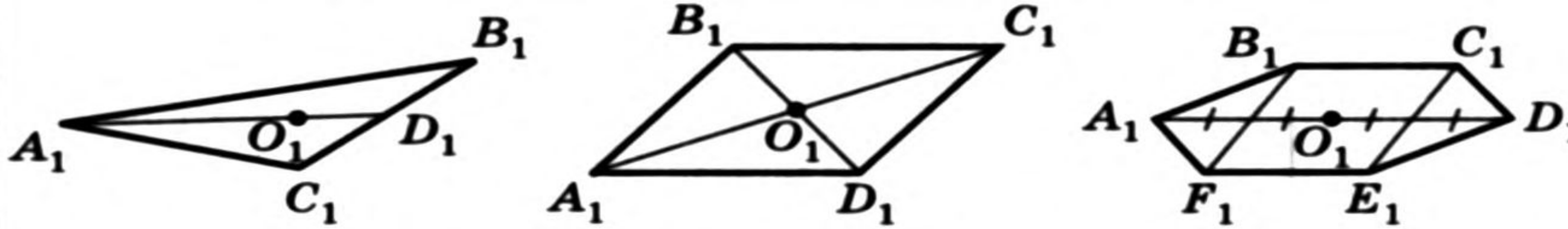
**Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равнобедренны
ми треугольниками**



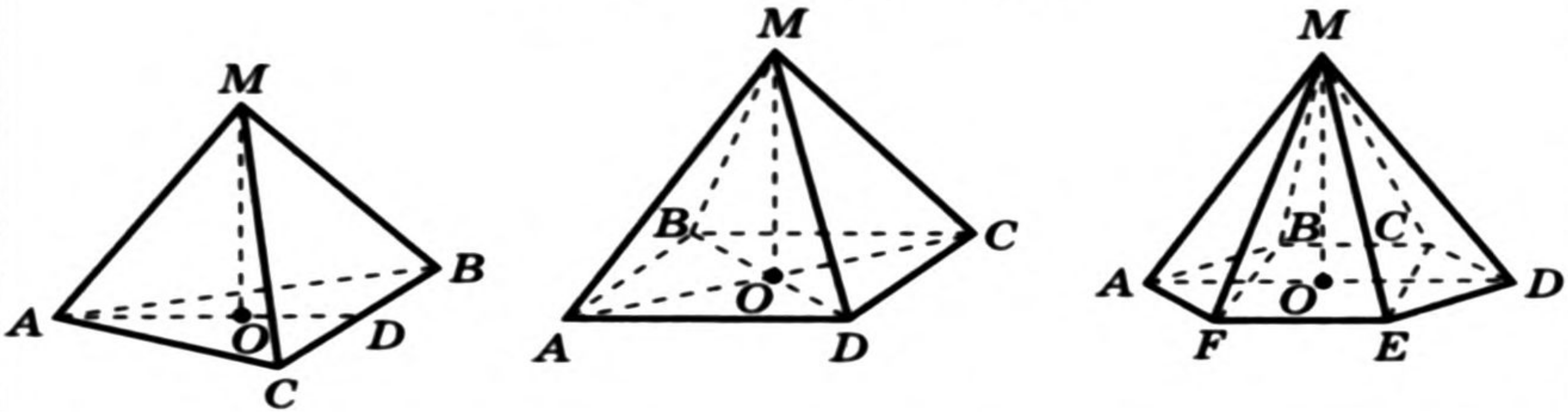
Правильные многоугольники



Параллельные проекции многоугольников

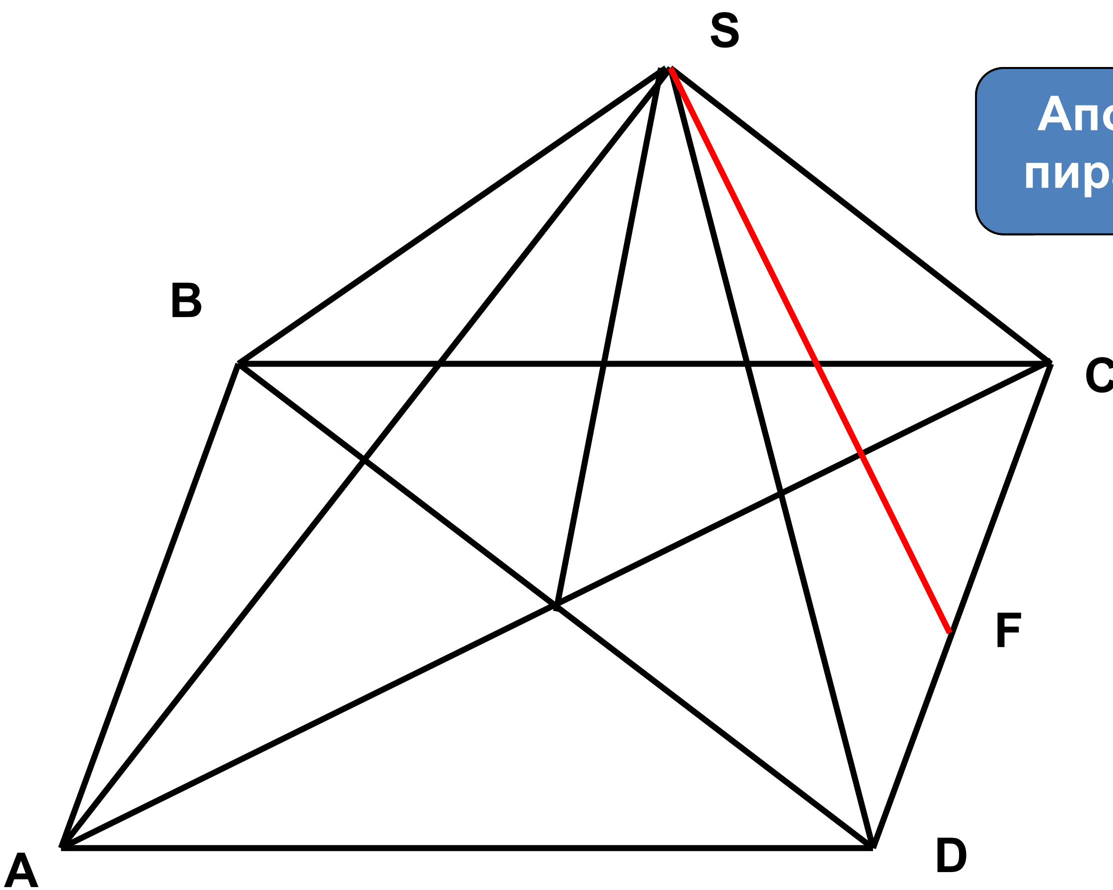


Правильные пирамиды

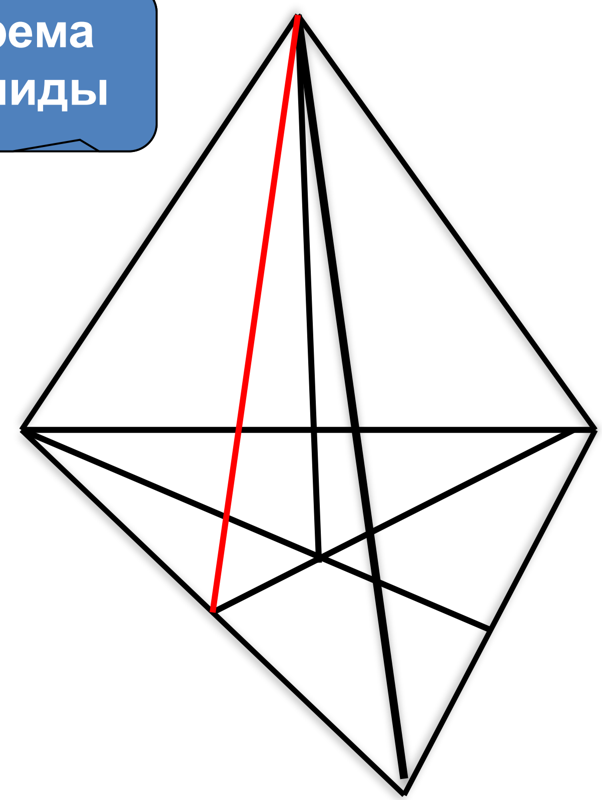


Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется апофемой.

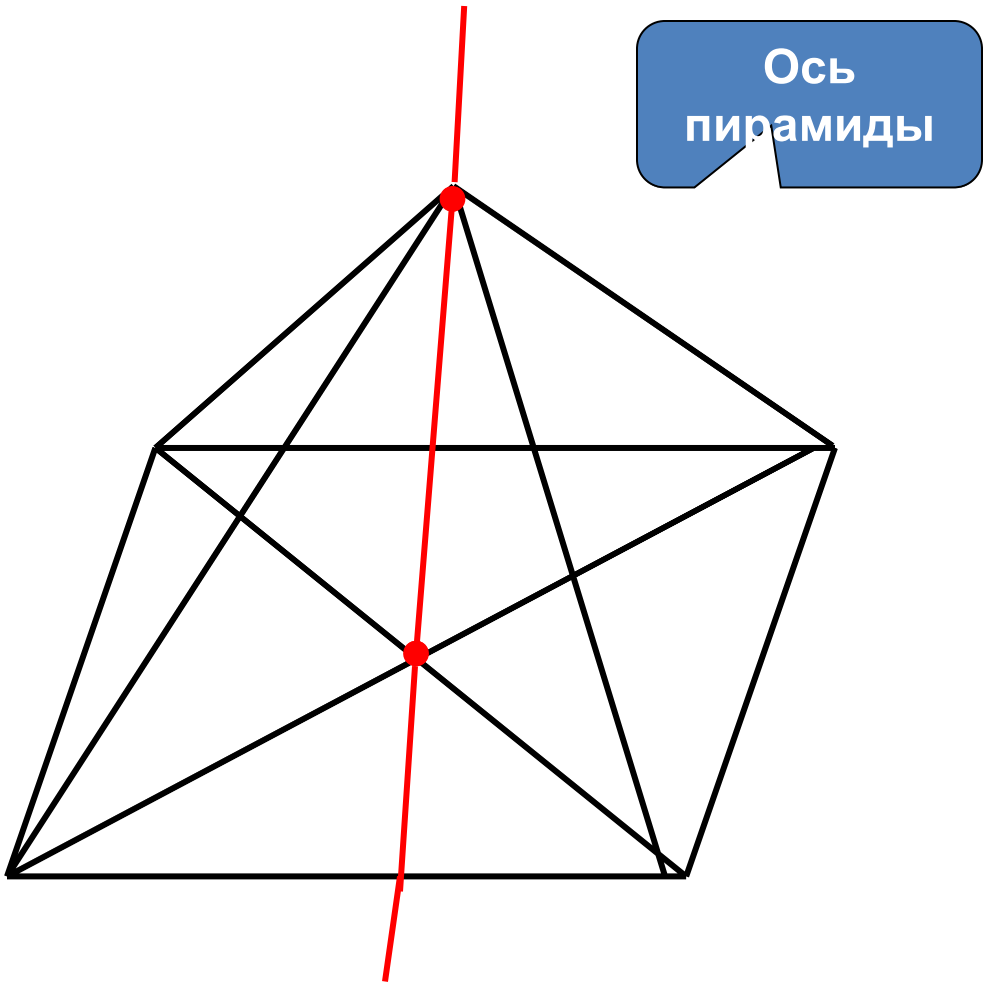
SF* – апофема пирамиды *SABCD.



Апофема пирамиды



Осью ***правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту.***



Рассмотрим пирамиду $PA_1A_2...A_n$ и проведём секущую плоскость ß, параллельную плоскость и α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках B_1,B_2...B_n

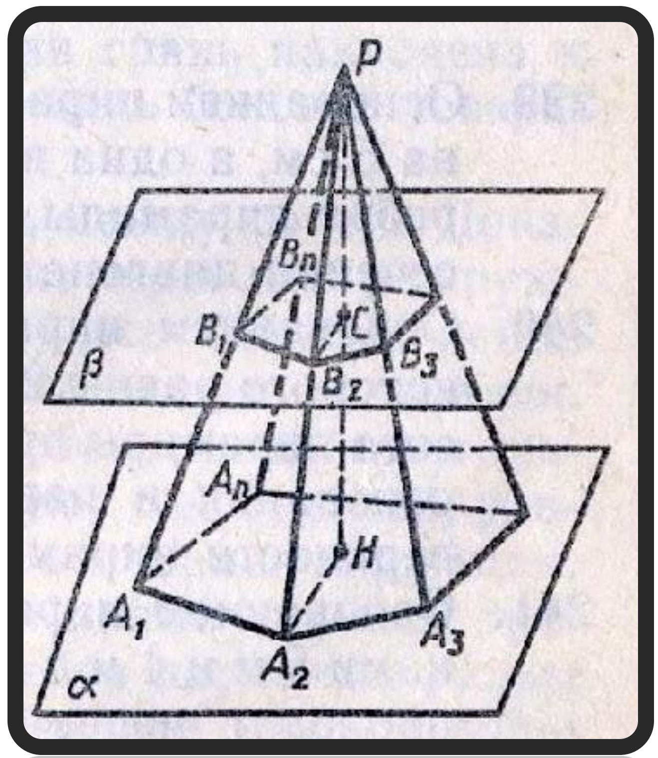
Плоскость ß разбивает пирамиду на 2 многогранника

$A_1A_2...A_nB_1B_2...B_n$ – усечённая пирамида

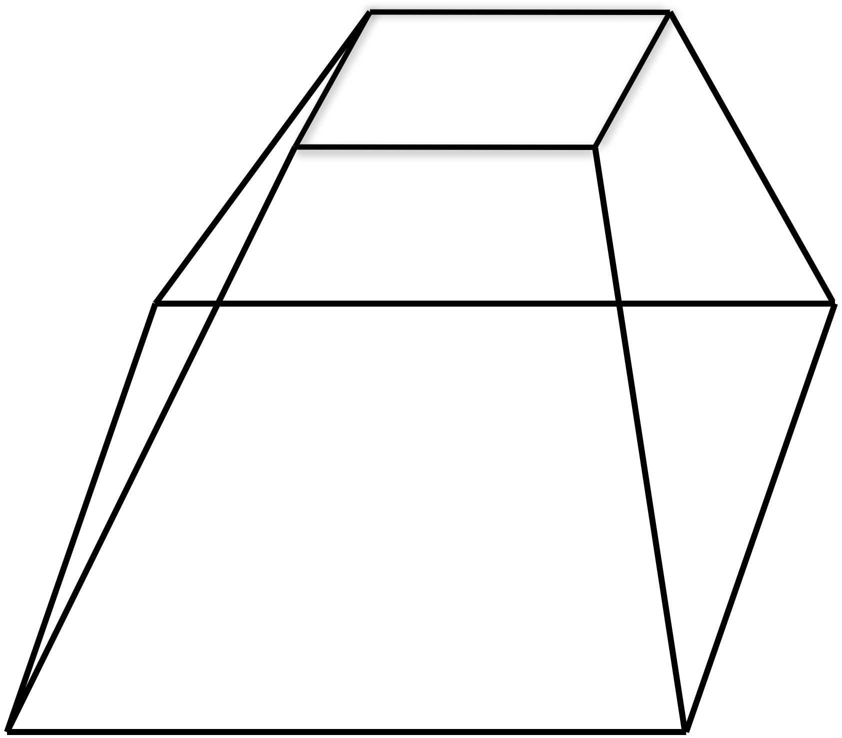
A_1B_1,...A_nB_n – боковые рёбра

$A_1B_1B_2A_2$... – боковые грани

$A_1A_2...A_n$, $B_1B_2...B_n$ – основания усечённой пирамиды



Усечённая пирамида называется *правильной*, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.



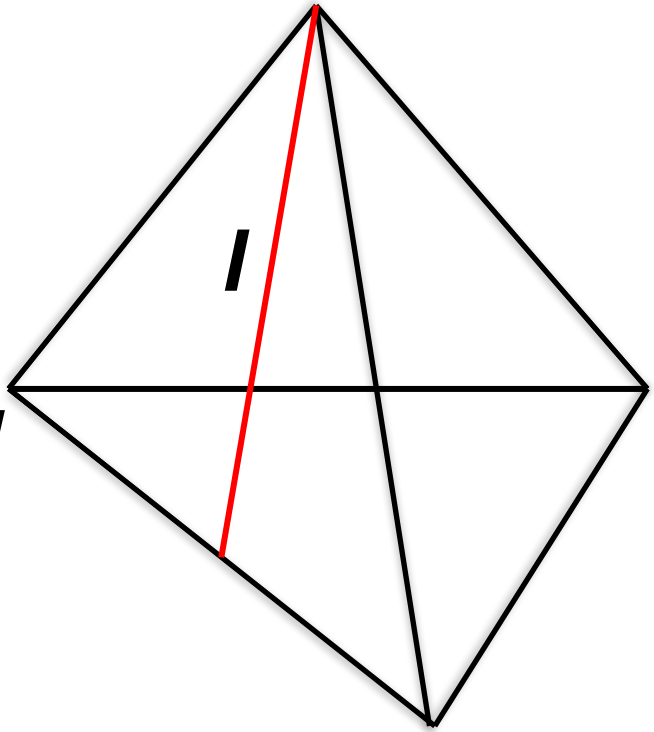
Боковой поверхностью пирамиды называется сумма площадей её боковых граней.

Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площади боковой поверхности и площади основания:

$$S_{пол} = S_{бок} + S_{осн}$$

Площадь боковой поверхности <u>правильной пирамиды</u> равна произведению полупериметра основания на апофему:

$$S_{бок} = \frac{1}{2} Pl$$

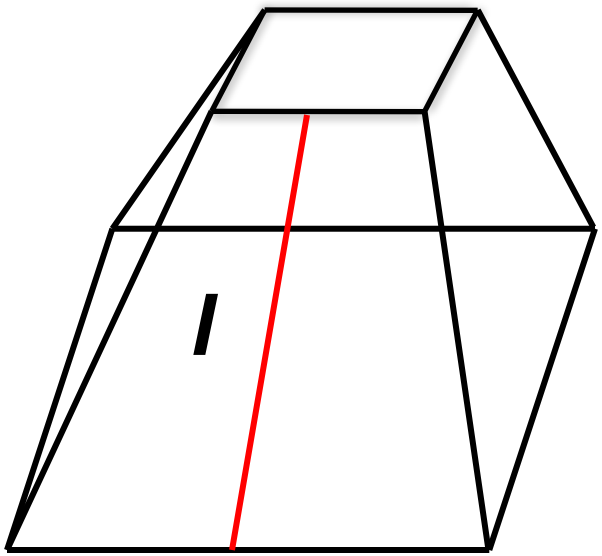


p – периметр основания

l – апофема пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды **равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:**

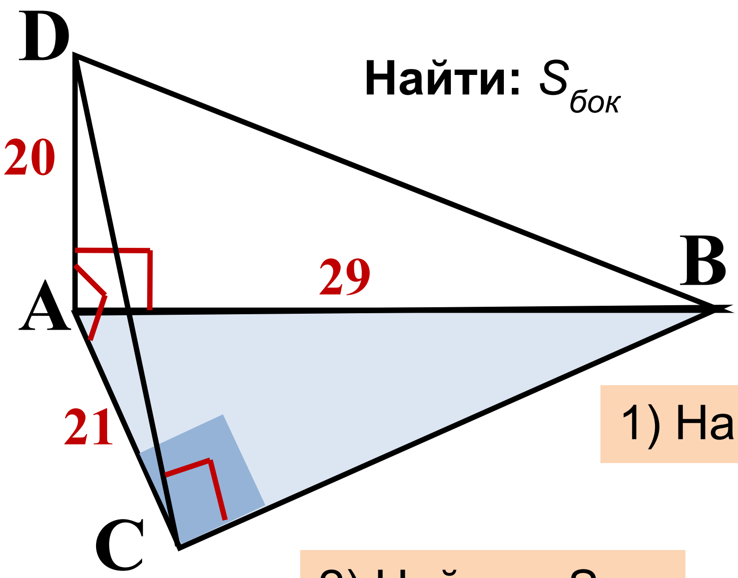
$$S_{бок} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)l$$



***p_1 и p_2* – периметры оснований**

***l* – апофема пирамиды**

Задача № 244. Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза AB=29 см, а катет AC=21 см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Найти: $S_{бок}$

Решение: $S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB}$

Треугольники ADC, ADB, DCB – прямоугольные

$$DC = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{400 + 441} = \sqrt{841} = 29 см$$

$$BC = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{841 - 441} = \sqrt{400} = 20 см$$

1) Найдем S_{ADC}

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210 см^2$$

2) Найдем S_{ADB}

$$S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 29 = 290 см^2$$

3) Найдем S_{CDB}

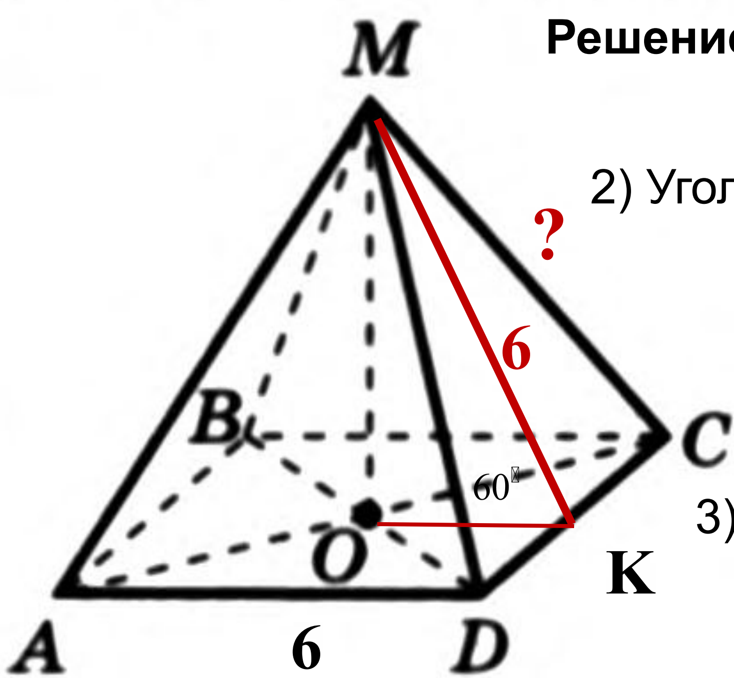
$$S_{CDB} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 29 \cdot 20 = 290 см^2$$

4) Найдем площадь боковой поверхности пирамиды

$$S_{бок} = S_{ADC} + S_{ADB} + S_{CDB} = 210 + 290 + 290 = 790 см^2$$

Задача №259. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60 градусам. Найдите боковое ребро пирамиды.

Найти: МС – ?



Решение: 1) Т.к. дана прав. четырёхугол. пирамида, то в основании лежит квадрат со стороной 6 см.

2) Угол МКО = 60° и треугольник МОК –прямоугольный

$$\cos 60^0 = \frac{OK}{MK} \Longrightarrow MK = \frac{3}{\cos 60^0} = 6см$$

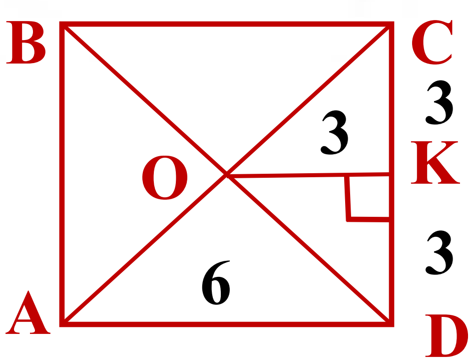
3) Рассмотрим треугольник МСК – прямоугольный:

по т. Пифагора найдем МС

$$MC^2 = MK^2 + KC^2$$

$$MC^2 = 6^2 + 3^2$$

$$MC = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}см$$



Теоретический тест

1.Определение пирамиды	1. Многогранник, составленный из двух n-угольников и n-треугольников. 2. Многогранник, составленный из двух равных n-угольников, расположенных в параллельных плоскостях и n параллелограммов. 3. Многогранник, составленный из одного n-угольника и n-треугольников. 4. Многогранник, составленный из двух равных n-угольников и n-треугольников.
2.Что представляет собой боковая грань пирамиды?	1. Параллелограмм 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Треугольник
3. Определение апофемы.	1. Высота грани пирамиды. 2. Высота боковой грани правильной пирамиды. 3. Высота боковой грани пирамиды. 4. Высота грани правильной пирамиды.

Теоретический тест

4. Определение правильной пирамиды.	1. Прямая пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник. 2. Пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой. 3. Пирамида называется правильной, если отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой. 4. Пирамида называется правильной, если в основании лежит многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.
5. Сколько боковых граней имеет треугольная пирамида?	1. Одну. 2. Две. 3. Три. 4. Много.

Теоретический тест

6.Площадь боковой поверхности правильной пирамиды.	1. $S=PH$ 2. $S=2\pi P$ 3. $S=\pi r$ 4. $S=1/2\ Pl$
7. Площадь полной поверхности пирамиды.	1. 2Sбок.+ Sосн. 2. 2Sбок.+ 2Sосн. 3. Sбок.+ Sосн. 4. Sбок.+ 2Sосн.
8. Что представляет собой боковая грань правильной пирамиды?	1. Равносторонний треугольник 2. Квадрат 3. Прямоугольник 4. Равнобедренный треугольник

Теоретический тест

9. Какая фигура не может быть в основании пирамиды?	1. Трапеция 2. Круг. 3. Треугольник. 4. Квадрат.
10. Сколько оснований имеет правильная пирамида?	1. Одно. 2. Два. 3. Три. 4. Много.

Результаты теста

Вопросы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										+
2			+	+					+	
3	+				+		+			
4		+				+		+		