Кинематика

Нүкте кинематикасы

Қатты дене кинематикасы

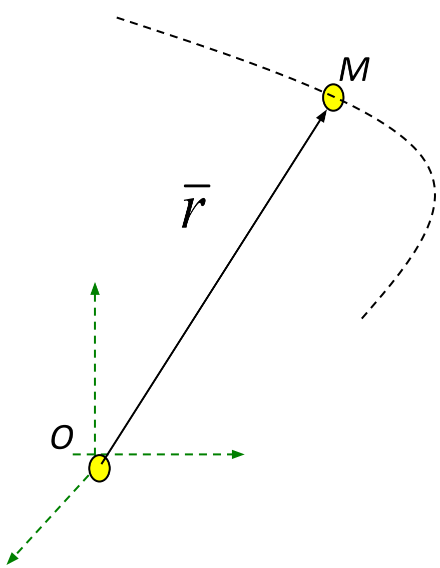
- **Кинематика** – теориялық механика пәнінің кинематика бөлімінде, дене қозғалысы оны қозғалысқа келтіретін *күштерді ескермей* қарастырылады да және дене қозғалысының геометриялық параметрлері (*траектория, жылдамдық, үдеу*) анықталады.

- **Нүкте кинематикасы –** екі мәселе қарастырады:

- 1. Нүктенің қозғалыс теңдеуі – қозғалыстағы нүктенің берілген санақ жүйесіне қарағандағы орны уақытқа тәуелді теңдеулер арқылы беріледі.

- Осы теңдеулер арқылы қозғалыстағы нүктенің барлық кинематикалық сипаттамаларын (траекториясын, жылдамдығын, үдеуін) табу;
- 2. Қозғалыс траекториясы – қозғалып бара жатқан нүктенің кеңістіктегі геометриялық орындарын қосатын үздіксіз сызық.

1. Кинематикада нүкте қозғалысы үш түрде: векторлық, координаттық, және табиғи тәсілдермен беріледі.



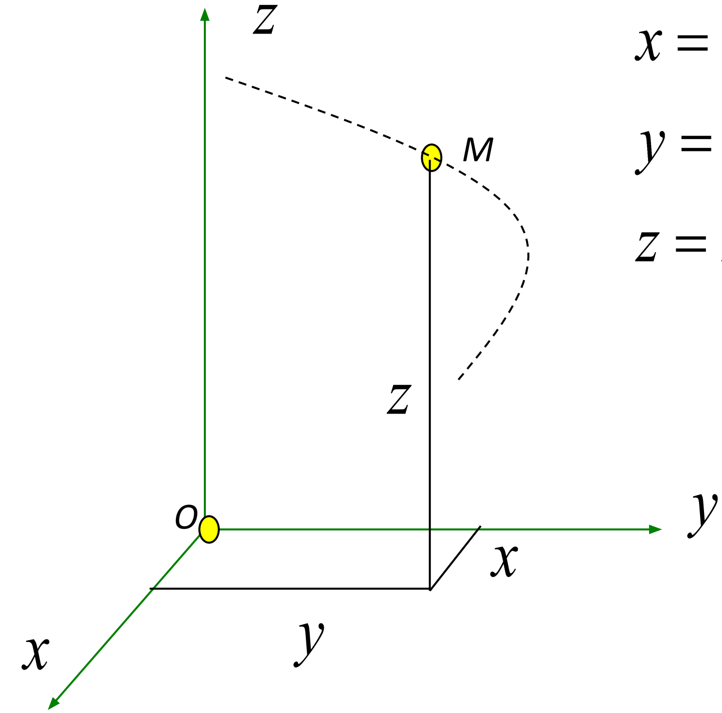
$$\bar{r} = \bar{r}(t)$$

Векторлық тәсіл:

Радиус-вектордың бағыты, мәні беріледі.

Координаттық тәсіл:

Нүктенің координаттары беріледі.



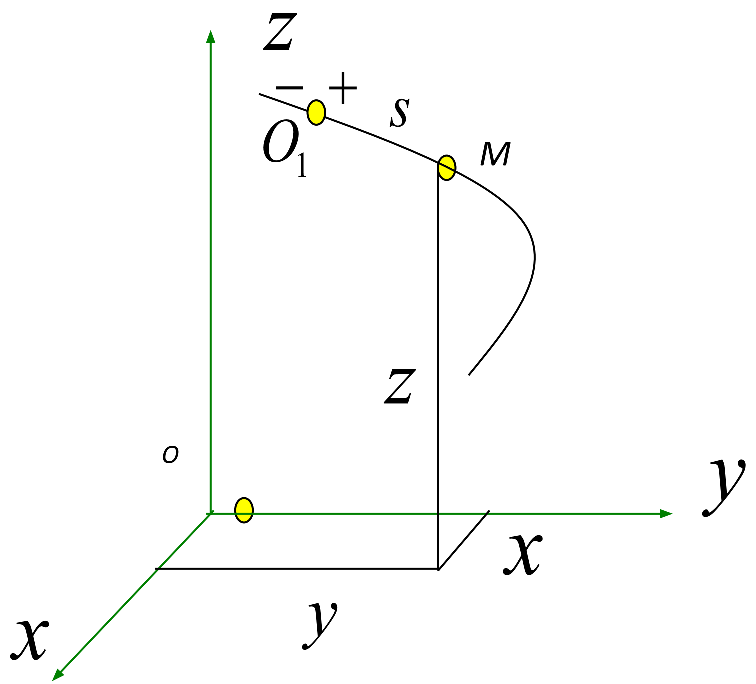
$$x = x(t);$$
$$y = y(t);$$
$$z = z(t).$$

Табиғи тәсіл:

Нүктенің қозғалыс теңдеуі мен траекториясы беріледі.

$$s = s(t);$$

$$f(x, y, z) = 0.$$



2. Қозғалыстың траекториясын анықтау үшін координаттық тәсілдің теңдеулерінен уақытты жою керек:

$$\bar{r}(t) = x(t)\bar{i} + y(t)\,\bar{j} + z(t)\bar{k}$$

Барлық үш тәсіл де бір-біріне эквивалентті және бір-бірімен байланысты.

Векторлық пен координаттық:

Соңғы екі теңдеу қозғалыстың траекториясын сипаттайды.

$$x = x(t) \Rightarrow t = t(x);$$

$$y = y(t) \Rightarrow y[t(x)] = y(x);$$

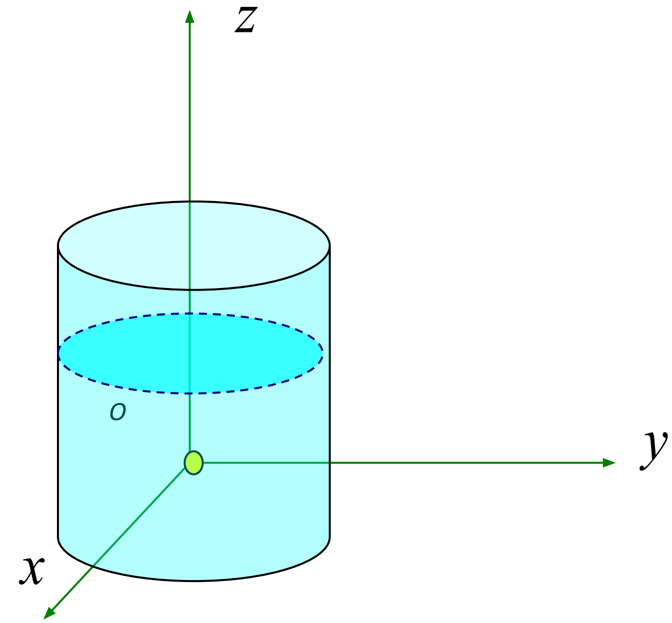
$$z = z(t) \Rightarrow z[t(x)] = z(x).$$

Мысал:

$$x = t$$
$$y = \sqrt{R^2 - t^2};$$
$$z = c.$$

$$x = t \Rightarrow t = x$$
$$y = \sqrt{R^2 - t^2} \Rightarrow \sqrt{R^2 - x^2} \text{ или } x^2 + y^2 = R^2;$$
$$z = c.$$

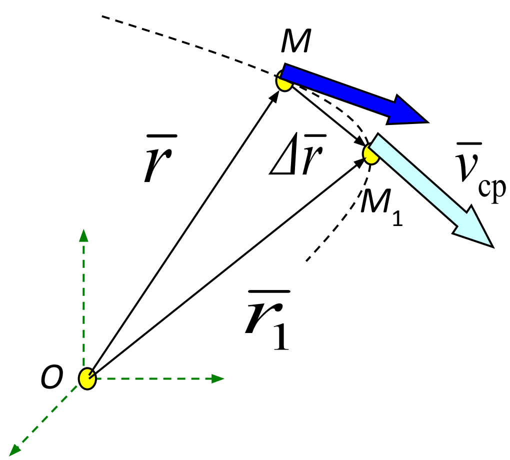
Соңғы екі теңдеу радиусы R болатын цилиндр, биіктігі с-ға тең, z өсіне параллель болады. Сонда нүктенің траекториясы радиусы R-ға тең шеңбер



- **Нүкте жылдамдығы** – нүктенің бірлік уақытта орын ауыстыру тездігін (шапшаңдығын) анықтайтын физикалық шама.

Нүктенің жылдамдығын анықтаудың үш түрі:

Векторлық тәсіл: Нүктенің екі түрлі уақыттағы t және $t_1 = t + \Delta t$ жағдайын салыстырамыз:



$$t \Rightarrow \bar{r};$$

$$t_1 = t + \Delta t \Rightarrow \bar{r}_1 = \bar{r} + \Delta\bar{r};$$

$$\frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} = \bar{v}_{орт}$$ - Δt уақыттағы орта жылдамдық,

MM_1 хорда бойымен бағытталған

$\Delta t \to 0$ дағы шек: $$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t} = \bar{v}$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$

- ***t* уақытындағы жылдамдық векторы**, ол траекторияға жанама бағытталған.

Радиуса-вектор мен координаттардың байланысы:

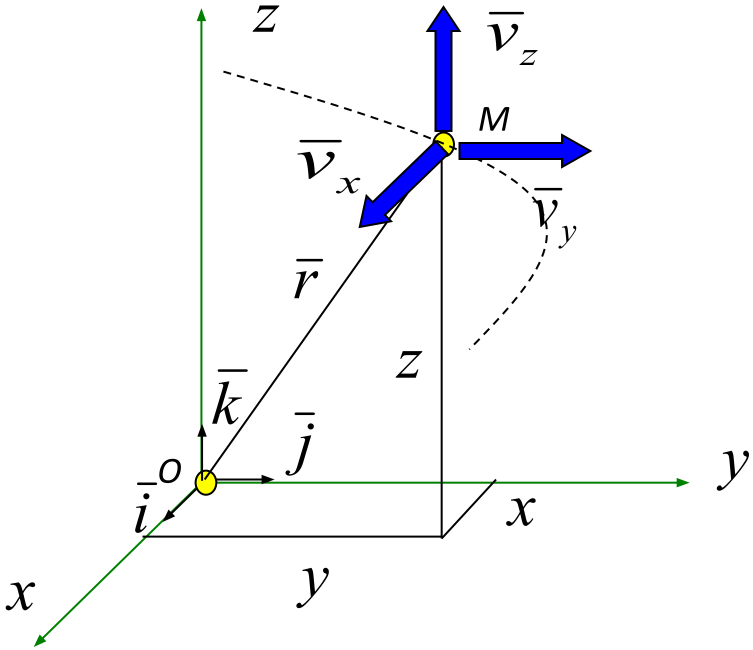
$$\bar{r}(t) = x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k}$$

Координаттық тәсіл:

Векторлық тәсілді жылдамдықты анықтау үшін қолданамыз:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k}\right] =$$

$$= \frac{dx}{dt}\bar{i} + \frac{dy}{dt}\bar{j} + \frac{dz}{dt}\bar{k} = v_x\bar{i} + v_y\bar{j} + v_z\bar{k}$$



Жылдамдық векторының компоненттері (құраушылары):

$$\bar{v}_x = \dot{x}(t)\bar{i};$$

$$\bar{v}_y = \dot{y}(t)\bar{j};$$

$$\bar{v}_z = \dot{z}(t)\bar{k}.$$

Осьтердегі проекциялары:

$$v_x = \dot{x};$$

$$v_y = \dot{y};$$

$$v_z = \dot{z}.$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2};$$ Жылдамдық модулі

$$\cos(\bar{v}, x) = \frac{\dot{x}}{v};$$

$$\cos(\bar{v}, y) = \frac{\dot{y}}{v}.$$

Бағыттаушы косинустары

Табиғи тәсіл:

Жылдамдық векторы: $\bar{v} = \dot{s}\,\bar{\tau}.$

Жанамаға проекциясы: $v_{\tau} = \dot{s}.$

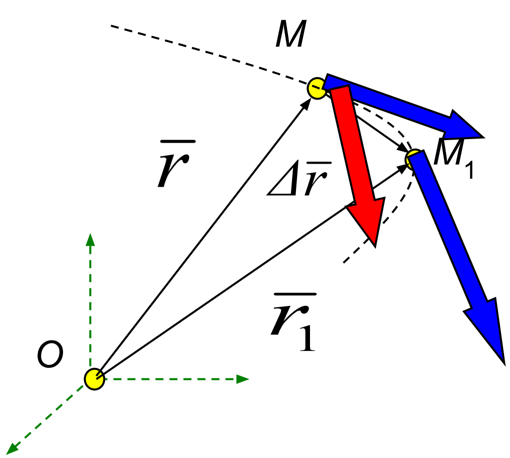
- **Нүкте үдеуі** – Үдеу нүкте жылдамдығының бірлік уақытта сан мәні мен бағытының өзгеруін сипаттайтын векторлық шама.

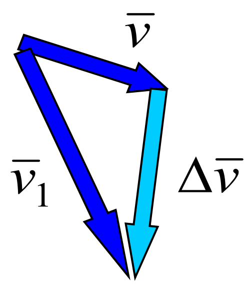
Нүкте үдеуін анықтаудың үш тәсілі :

Векторлық тәсіл:

$$\frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}=\bar{a}_{\text{орт}}$$

- орта үдеу векторы траекторияның ойық жағына бағытталады.





Шекке көшсек:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}=\bar{a}$$

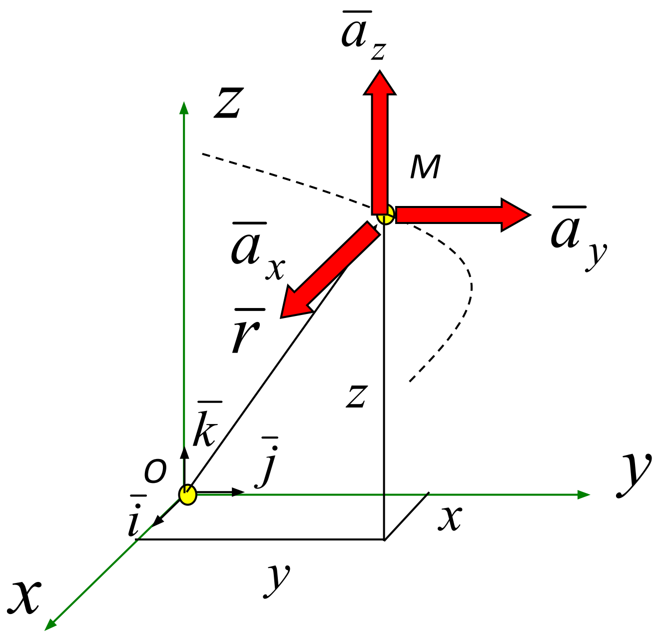
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}=\frac{d\bar{v}}{dt}$$

$$\bar{a}=\frac{d\bar{v}}{dt}=\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$$

- **үдеу векторы** *жанама жазықтықта жатады*
- және *траекторияның ойық жағына бағытталады.*

Координаттық тәсіл:

$$\bar{r}(t) = x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k}$$



$$\bar{a} = \frac{d^2\bar{r}(t)}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}\left[x(t)\bar{i} + y(t)\bar{j} + z(t)\bar{k}\right] =$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\bar{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\bar{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\bar{k} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + a_z\bar{k}$$

Үдеу векторының компоненттері (құраушылары):

$$\bar{a}_x = \ddot{x}\bar{i};$$
$$\bar{a}_y = \ddot{y}\bar{j};$$
$$\bar{a}_z = \ddot{z}\bar{k}.$$

Координат осьтеріне проекциялары:

$$a_x = \ddot{x};$$
$$a_y = \ddot{y};$$
$$a_z = \ddot{z}.$$

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2};$$

Үдеу модулі

$$\cos(\bar{a}, x) = \frac{\ddot{x}}{a};$$

$$\cos(\bar{a}, y) = \frac{\ddot{y}}{a}.$$

Үдеудің бағыттаушы косинустары

Табиғи тәсіл:

$$\overline{a} = \frac{d\overline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{s}\overline{\tau}) = \ddot{s}\overline{\tau} + \dot{s}\frac{d\overline{\tau}}{dt}.$$

Жанамаға перпендикуляр ***n*** бірлік векторын енгіземіз, ол қисықтықтың центріне бағытталған.

$$\overline{a} = \ddot{s}\overline{\tau} + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\overline{n}. \qquad \overline{a} = \overline{a}_\tau + \overline{a}_n.$$

Удеу модулі $$a = \sqrt{a_\tau{}^2 + a_n{}^2};$$

Үдеудің *τ* және *n* өстеріне проекциялары:

$$a_\tau = \ddot{s};$$

$$a_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho}.$$

Бірқалыпты айнымалы қозғалыс – егер барлық уақытта да,

$$a_\tau = s = const.$$

Яғни жанама үдеу өзгермейді.

$$v_\tau = v_{\tau 0} + a_\tau t$$ - бірқалыпты айнымалы қозғалыстың жылдамдығы

$$s = s_0 + v_{\tau 0} t + a_\tau \frac{t^2}{2}$$ - бірқалыпты айнымалы қозғалыстың теңдеуі

- **Қатты дене кинематикасы** – қозғалыстың бес түрі:

1. ***Ілгерілемелі*** (ползун, насостың поршені, паравоздың дөңгелектері (спарник), түзу жолмен жүру, лифтің кабинасы, купенің есігі).

2. ***Айналмалы*** (маховик, кривошип, кәдімгі есік).

3. ***Жазықпараллеь*** немесе ***жазық*** (шатун, локомотивтің дөңгелегі).

4. ***Сфералық*** (гироскоп).

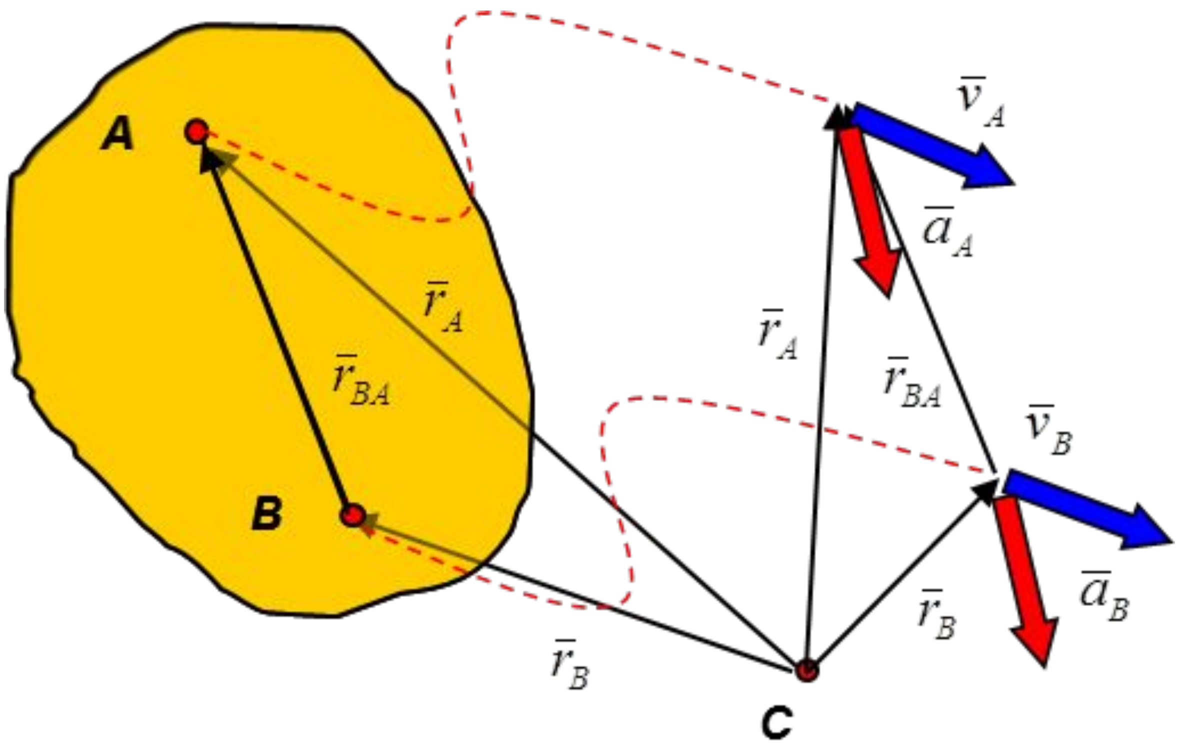
5. ***Қозғалыстың жалпы жағдайы*** немесе еркін ұшу (оқ, тас, аспан денесі)

- **Ілгерілемелі қозғалыс** – Қатты дененің онымен өзгерместей болып бекітілген түзуі өзінің бастапқы қалпына параллель қалып отыратын қозғалысы.

Ілгерілемелі қозғалыстағы дене нүктелерінің траекториялары, жылдамдықтары және үдеулері туралы теорема –

Ілгерілемелі қозғалыста дене нүктелерінің траекториялары, жылдамдықтары мен үдеулерінің әрбір уақыт кезінде мәндері мен бағыттары бірдей, яғни дене нүктелері конгурентті қозғалыста болады.

$$\bar{r}_A(t) = \bar{r}_B(t) + \overline{const},$$



A **нүктесінің жылдамдығы** ***B*** **нүктесінің**(геометриялық, яғни **векторы) жылдамдығына тең**.

$$\bar{v}_A(t) = \bar{v}_B(t).$$

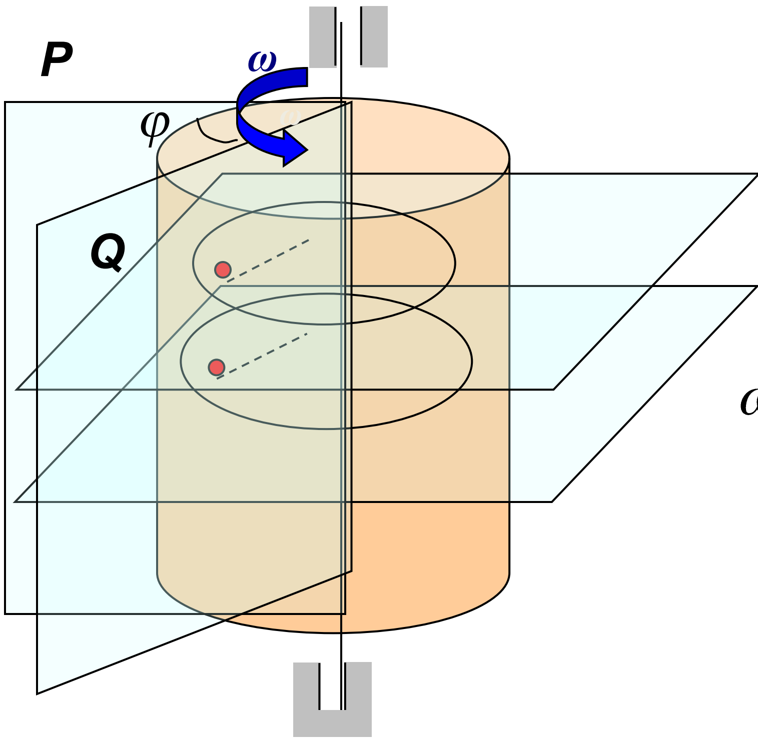
A **нүктесінің үдеуі** ***B*** **нүктесінің**(геометриялық, яғни **векторы) үдеуіне тең**.

$$\bar{a}_A(t) = \bar{a}_B(t).$$

Сонымен, ілгерілемелі қозғалыстың барлық кинематикалық сипаттамаларын(траектория, жылдамдық және үдеу) оның жалғыз ғана нүктесінің қозғалысы арқылы анықтауға болады.

- **Қатты дененің *айналмалы* қозғалысы** – Егер қозғалыстағы дененің кем дегенде екі нүктесі қозғалмайтын болса, онда мұндай дене тұрақты өстен ***айналмалы*** қозғалыста болады.

$\varphi = \varphi(t)$ - **Айналмалы қозғалыстың теңдеуі**



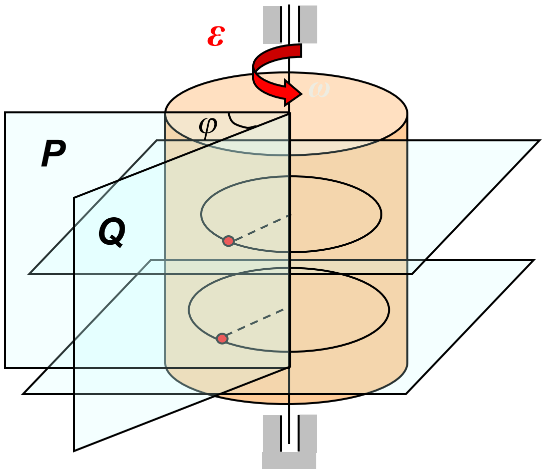
- ***Бұрыштық жылдамдық*** – бұрылу бұрышының уақытқа тәуелді бірінші туындысы.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$ **бұрыштық жылдамдық**

Бұрыштық жылдамдықты доғалық бағытпен көрсетеді.

- ***Бұрыштық үдеу*** – бұрылу бұрышының уақытқа тәуелді екінші туындысы.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$$ **-бұрыштық үдеу**



Бұрыштық үдеу доғалық бағытпен көрсетіледі $\ddot{\varphi} > 0$.

Бірқалыпты айналу – бұрыштық жылдамдық тұрақты.

$$\omega = const. \qquad \varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

Бірқалыпты айнымалы айналу – бұрыштық үдеу тұрақты. $\varepsilon = const.$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t. \qquad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon \frac{t^2}{2}.$$

Енді φ айналу бұрышы мен N айналым саны және бұрыштық жылдамдық пен техникада жиі кездесетін айналу жиілігінің ($n, \frac{\text{айн}}{\text{мин}}$) араларындағы механика есептерін шығаруда пайдаланатын байланыстарды қарастырамыз.

Шеңбер бойымен дене өз өсінен бір рет айналғанда, $\varphi = 2\pi$ радианға (360^0) бұрылады, ал N айналым санына сәйкес айналу бұрышы:

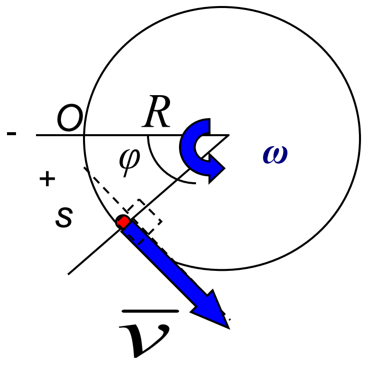
$$\varphi = 2\pi N.$$

Егер дененің бір минуттағы айналу жиілігін $n, \frac{\text{айн}}{\text{мин}}$ деп алсақ, онда дененің $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$ пен өлшенетін бұрыштық жылдамдығы

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$$

Айналмалы қозғалыстағы дене нүктесінің жылдамдығы - $v_\tau = \dot{s}$

R – дөңгелек радиусы, айналу өсі мен нүктенің арасындағы арақашықтық.



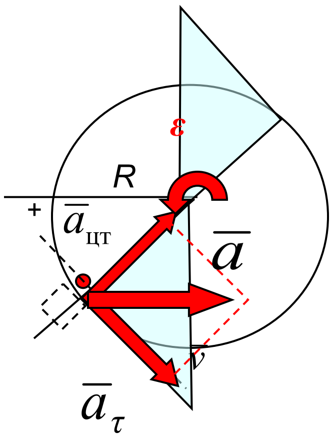
Доғаның ұзындығы: $s = \varphi R.$

$v = \omega \cdot R$

***Жылдамдық векторы*, нүкте траекториясына жанаманың бойымен, айналудың бағытымен бағытталады.**

Жылдамдық радиусқа тура пропорционал болады.

Айналмалы қозғалыстың үдеуі – нүктенің траекториясы белгілі болса, онда:



$$a_{\tau\tau} = \ddot{s}, \quad a_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho}.$$

Жанама үдеу $$a_{айн} = \varepsilon \cdot R$$ айналмалы үдеу, радиусқа перпендикуляр, бұрыштық жылдамдықпен бағыттас

Тік нормаль үдеу (центрге тартқыш) $$a_{цт} = \omega^2 \cdot R$$ *Центрге тартқыш* үдеу, радиустың бойымен айналу өсіне қарай бағытталады.

Толық үдеу, ол екі вектордың қосындысына тең:

$$\bar{a} = \bar{a}_{\text{айн}} + \bar{a}_{\text{цт}}.$$

$$\beta = arctg\left(\frac{a_{\text{айн}}}{a_{\text{цт}}}\right) = arctg\left(\frac{\varepsilon}{\omega^2}\right).$$

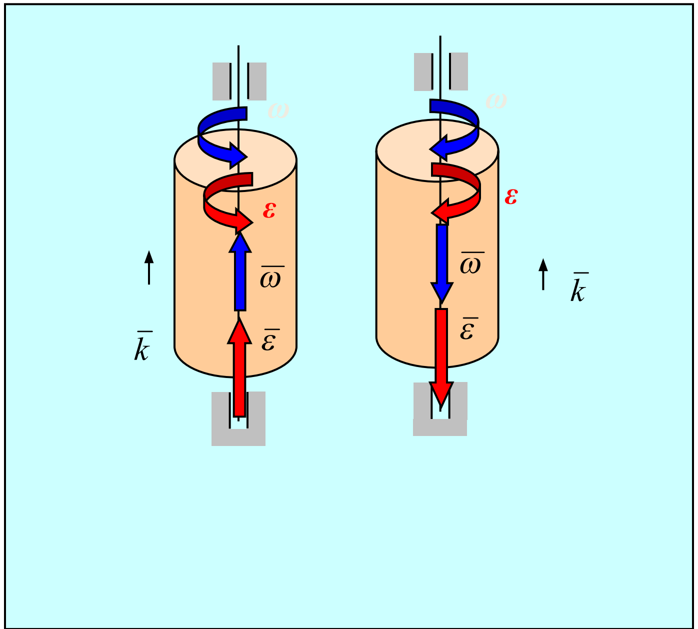
Толық үдеу мен радиустың арасындағы бұрыш радиусқа байланысты емес:

- **Айналмалы қозғалыстағы жылдамдық пен үдеудің векторы.**

Бұрыштық жылдамдық пен бұрыштық үдеудің векторы айналу өсінің бойымен доғалықтың бағыты сағат тіліне қарсы бағытталса жоғары бағытталады.

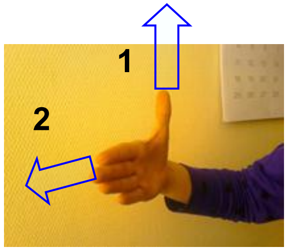
$$\bar{\omega} = \omega_z \bar{k}$$

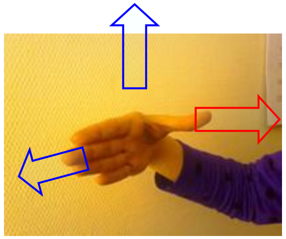
$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_z \bar{k}$$



- **Айналмалы қозғалыстағы жылдамдықтың векторы** – бұрыштық жылдамдық пен радиус вектордың векторлық көбейтіндісіне тең:

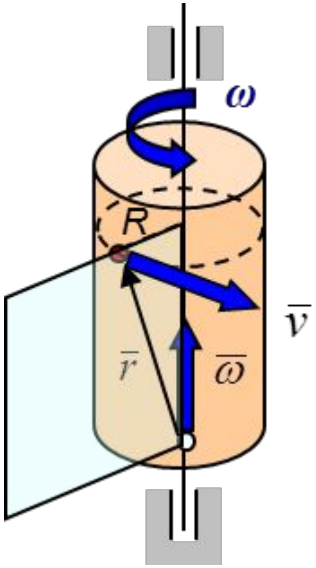
$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}$$





$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}$$

Осы теңдеу – Эйлер теңдеуі деп аталады.



$$|\bar{v}| = |\bar{\omega}| \cdot |\bar{r}| \sin(\bar{\omega}, \bar{r}).$$

$$v = \omega \cdot R.$$

Айналмалы қозғалыстың жанама үдеу векторы – бұрыштық үдеу векторы мен радиус-векторының векторлық көбейтіндісіне тең,

$$\bar{a}_{\text{айн}} = \bar{\varepsilon} \times \bar{r}$$

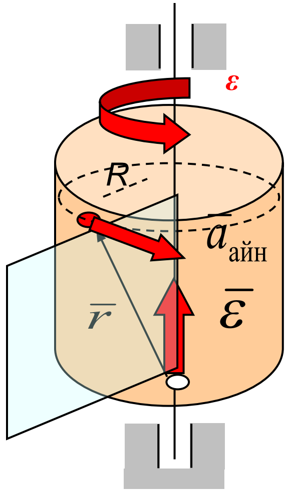
Осы векторлық көбейтіндінің модулі: $\left|\bar{a}_{\text{айн}}\right| = \left|\bar{\varepsilon}\right| \cdot \left|\bar{r}\right| \sin(\bar{\varepsilon}, \bar{r}).$

Олай болса: $a_{\text{айн}} = \varepsilon \cdot R.$

Үдеу векторының бағыты **оң қол ережесі** бойынша анықталады**.**

Айналмалы қозғалыстың центрден тепкіш(нормаль немесе тік) үдеуі – бұрыштық жылдамдық пен жылдамдық векторының векторлық көбейтіндісіне тең:

$$\overline{a}_{\text{цт}} = \overline{\omega} \times \overline{v}$$



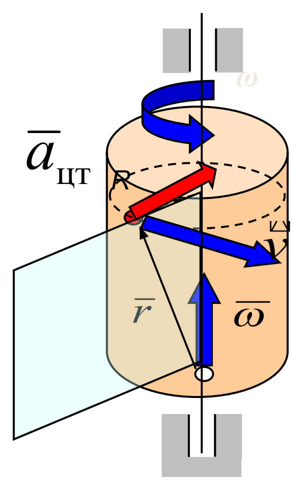
Бұл **вектордың** модулі:

$$\left|\overline{a}_{\text{цт}}\right| = \left|\overline{\omega}\right| \cdot \left|\overline{v}\right| \sin(\overline{\omega}, \overline{v}).$$

Векторлық көбейтіндіні былай жазуға болады:

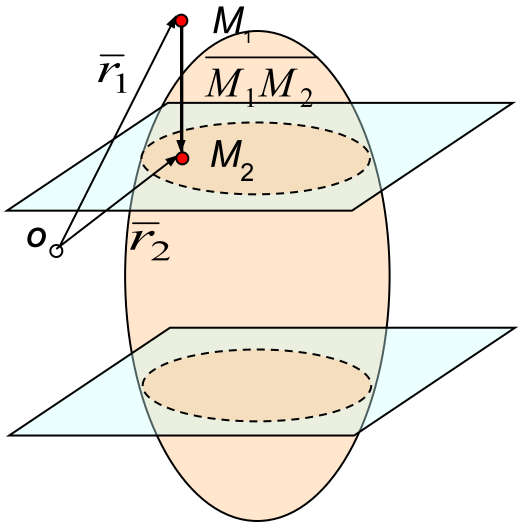
$$\overline{a}_{\text{цт}} = \overline{\omega} \times (\overline{\omega} \times \overline{r})$$

$$v = \omega \cdot v = \omega(\omega \cdot R) = \omega^2 R.$$



Олай болса:

Қатты дененің параллель жазық қозғалысы - – дене нүктелері қозғалмайтын жазықтыққа параллель жүргізілген өз жазықтықтарында қозғалыста болады.

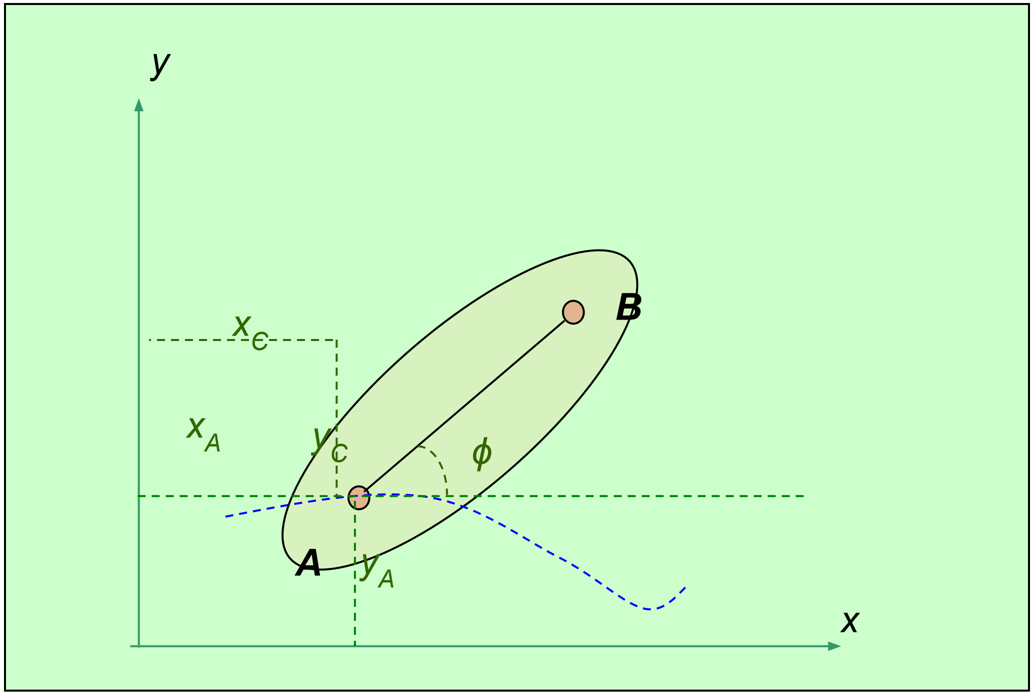


Қатты дененің жазық параллель қозғалысын – жазық фигураның қозғалысы деп алуға болады.

$$\frac{d\overline{r}_2}{dt} = \frac{d\overline{r}_1}{dt}; \quad (\overline{M_1M_2} = \overline{const}); \quad \overline{v}_2 = \overline{v}_1, \ \text{ и } \ \frac{d^2\overline{r}_2}{dt^2} = \frac{d^2\overline{r}_1}{dt^2}; \quad \overline{a}_2 = \overline{a}_1.$$

Қатты дененің жазық қозғалысын екі қозғалысқа: ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстарға бөлуге болады.

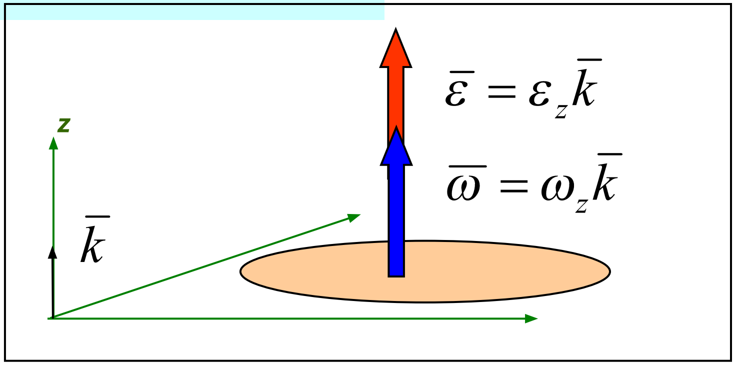
Жазық фигураның өз жазықтығындағы қозғалысын оның ***полюс*** деп алынған кез келген бір нүктесінің фигурамен бірге ***тасымал ілгерілемелі*** қозғалысы мен осы полюс айналасындағы салыстырмалы ***айналмалы қозғалыс жиынтығы*** екенің көруге болады.



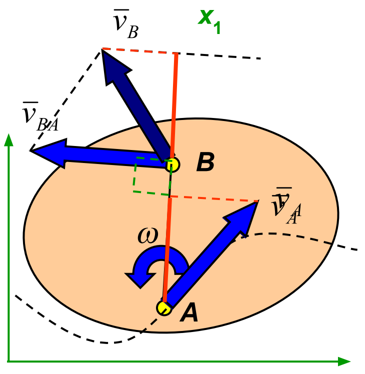
Жазық фигура қозғалысының теңдеуі:

$$x_A = x_A(t);$$
$$y_A = y_A(t);$$
$$\varphi = \varphi(t).$$

Бұрыштық жылдамдық пен *бұрыштық үдеу* полюске байланысты емес, жазық фигураның жазықтығына перпендикуляр бағытталады.



Жазық фигураның кез келген В нүктесінің жылдамдығы полюс деп алынған А нүктесінің жылдамдығы мен осы В нүктесінің полюс төңірегіндегі салыстырмалы айналмалы қозғалысындағы сызықтық жылдамдығының геометриялық қосындысына тең.

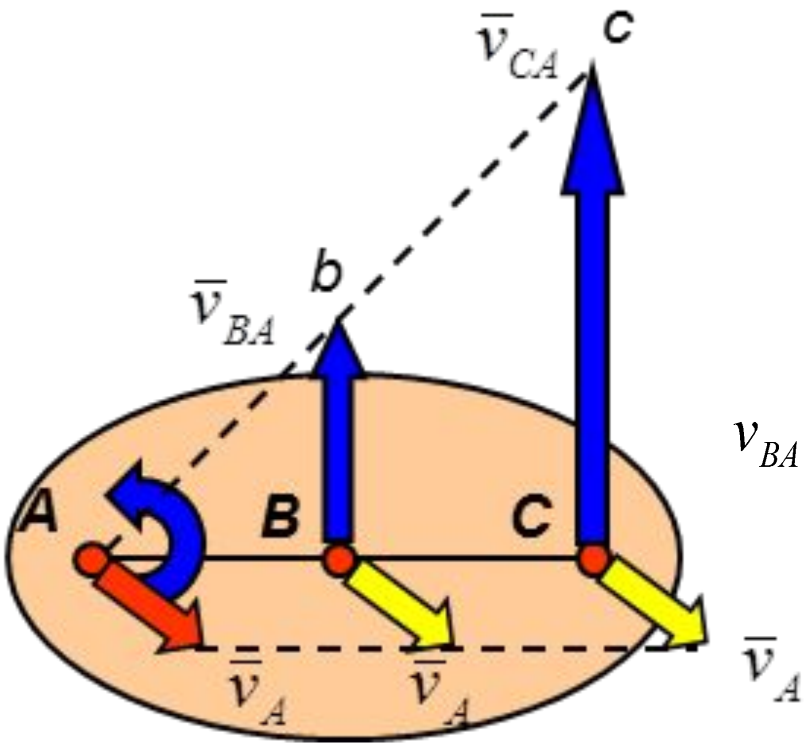


$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{\omega} \times \bar{r}_{AB} = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}.$$

1 Тұжырым: – **Жазық фигураның кез келген екі нүктесінің жылдамдықтарының осы нүктелерді қосатын түзуге проекциялары өзара тең.**

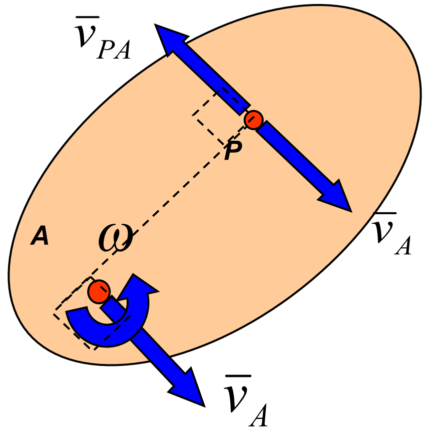
$$(x_1): \quad v_{Bx1} = v_{Ax1}, \quad (\bar{v}_{BA} \perp x_1).$$

2 Тұжырым – **Жазық фигураның жылдамдықтарының ұшын қосатын түзуді де түсу нүктелері сияқты пропорционал бөледі.**



$$v_{BA} = \omega AB, \quad v_{CA} = \omega AC, \quad \frac{v_{CA}}{v_{BA}} = \frac{AC}{AB} = \frac{Ac}{Ab}.$$

Лездік жылдамдық центрі (ЛЖЦ) – Әрбір жеке уақыт кезеңінде өз жазықтығында қозғалатын жазық фигураның жылдамдығы нөлге тең бір ғана нүкте болады.



Бір нүктенің жылдамдығы мен сол нүктеге қатысты бұрыштық жылдамдық белгілі болсын:

Онда сол P нүктесіне байланысты жылдамдықтарды қосу теоремасын қолдансақ:

$$\overline{v}_P = \overline{v}_A + \overline{\omega} \times \overline{r}_{AP} = \overline{v}_A + \overline{v}_{PA}.$$

Бізге: $\overline{v}_P = 0.$ екені белгілі,

онда: $$\overline{v}_{PA} = \overline{\omega} \times \overline{r}_{AP} = -\overline{v}_A.$$

Яғни ЛЖЦ (P нүктесі) А нүктесіне перпендткулярдың бойында   АР   қашықтығында жатады:

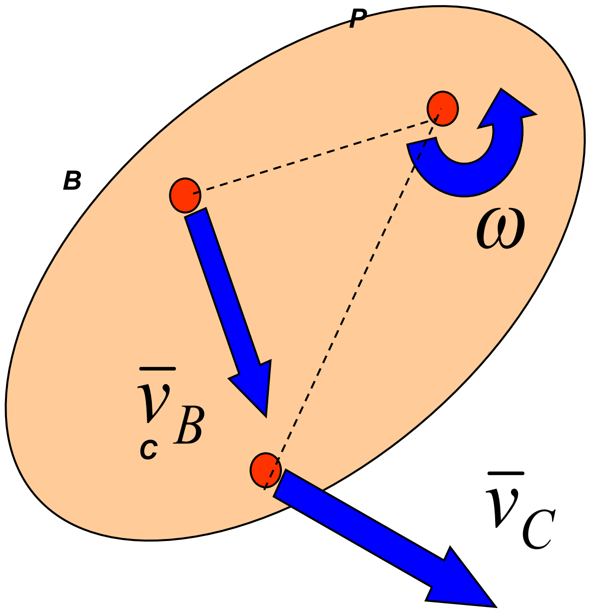
$$AP = \frac{v_A}{\omega}.$$

Егер ЛЖЦ белгілі болса:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_P + \bar{\omega} \times \bar{r}_{PB} = \bar{v}_{BP}; \qquad (\bar{v}_P = 0); \qquad v_B = \omega \cdot BP;$$

$$\bar{v}_C = \bar{v}_P + \bar{\omega} \times \bar{r}_{PC} = \bar{v}_{CP}; \qquad (\bar{v}_P = 0); \qquad v_C = \omega \cdot CP;$$

Кез келген уақытта дене ЛЖЦ қатысты тек қана айнала алады.



ЛЖЦ қолданып жазық фигураның жылдамдықтарын анықтаймыз.

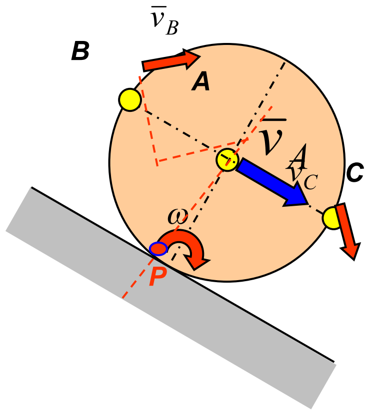
Бірнеше мысал келтірейік:

1

Бер: $\boldsymbol{v}_A$, белгілі, енді A, B, C жылдамдығын табу.
Табу керек: $\boldsymbol{v}_B$, $\boldsymbol{v}_C$

Бұрыштық жылдамдықты анықтаймыз:

$$\omega = \frac{v_A}{AP}.$$



Бұрыштық жылдамдық А нүктесіндегі жылдамдық бағытымен бағытталады $\boldsymbol{v}_A$.

$$v_B = \omega \cdot BP;$$

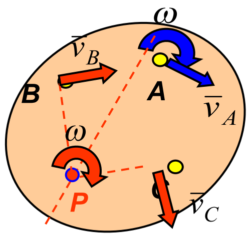
$$v_C = \omega \cdot CP.$$

В,С нүктелерін ЛЖЦ қосамыз

$\boldsymbol{v}_B$ и $\boldsymbol{v}_C$ н векторлары бұрыштық жылдамдық бағытталған жаққа бағытталады.

2

$\boldsymbol{v}_A$, $\boldsymbol{\omega}$ берілген, A, B, C нүктелеріндегі жылдамдықты анықтау керек $\boldsymbol{v}_B$, $\boldsymbol{v}_C$.



1) ЛЖЦ $\boldsymbol{v}_A$ жылдамдығына перпендикулярдың бойында жатады

2) ЛЖЦ дейінгі қашықтықты табамыз:

$$AP = \frac{v_A}{\omega}.$$

3) B,C нүктелерін ЛЖЦ қосамыз да сол нүктелердегі жылдамдықтарды анықтаймыз

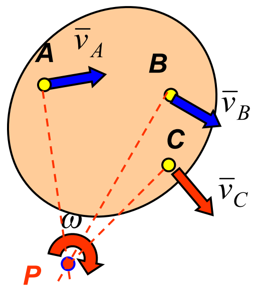
$$v_B = \omega \cdot BP;$$

$$v_C = \omega \cdot CP.$$

3

$\boldsymbol{v}_A$, $\boldsymbol{v}_B$, берілiп А,В,С нүктелерiнiң орны берiлгенточек *A*, *B*, *C*. С нүктесiндегi жылдамдықты табу: $\boldsymbol{v}_C$

1) ЛЖЦ А, В нүктесiндегi жылдамдықтардаға перпенрдикулярдың қиылысуында жатады: $\boldsymbol{v}_A$,$\boldsymbol{v}_B$,



2) Бұрыштық жылдамдықты табамыз:

$$\omega = \frac{v_A}{AP} = \frac{v_B}{BP}.$$

3) С нүктесiн ЛЖЦ мен қосамыз да сол нүктедегi жылдамдықты табамыз:

$$v_C = \omega \cdot CP.$$

Үдеулерді қосу туралы теорема – Жазық фигураның кез келген нүктесінің үдеуі полюстің үдеуі мен сол полюсті нүктенің айналу үдеуіне тең.

A, B нүктелері келесі өрнекпен беріледі: $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA} = \bar{v}_A + \bar{\omega} \times \bar{r}_{AB}.$

Осы өрнекті дифференциалдасақ: $\dfrac{d\bar{v}_B}{dt} = \dfrac{d\bar{v}_A}{dt} + \dfrac{d\bar{v}_{BA}}{dt} = \bar{a}_A + \dfrac{d}{dt}(\bar{\omega} \times \bar{r}_{AB}).$

Екінші өрнекті екіге бөліп дифференциалдаймыз:

$$\frac{d}{dt}(\bar{\omega} \times \bar{r}_{AB}) = \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r}_{AB} + \bar{\omega} \times \frac{d\bar{r}_{AB}}{dt} = \bar{\varepsilon} \times \bar{r}_{AB} + \bar{\omega} \times \bar{v}_{BA}.$$

Онда айналмалы және центрден тепкіш екі үдеу аламыз.

Олай болса жазық фигураның үдеуі:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^{\text{вр}} + \bar{a}_{BA}^{\text{ос}} = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}.$$

Қатты дененің күрделі қозғалысы

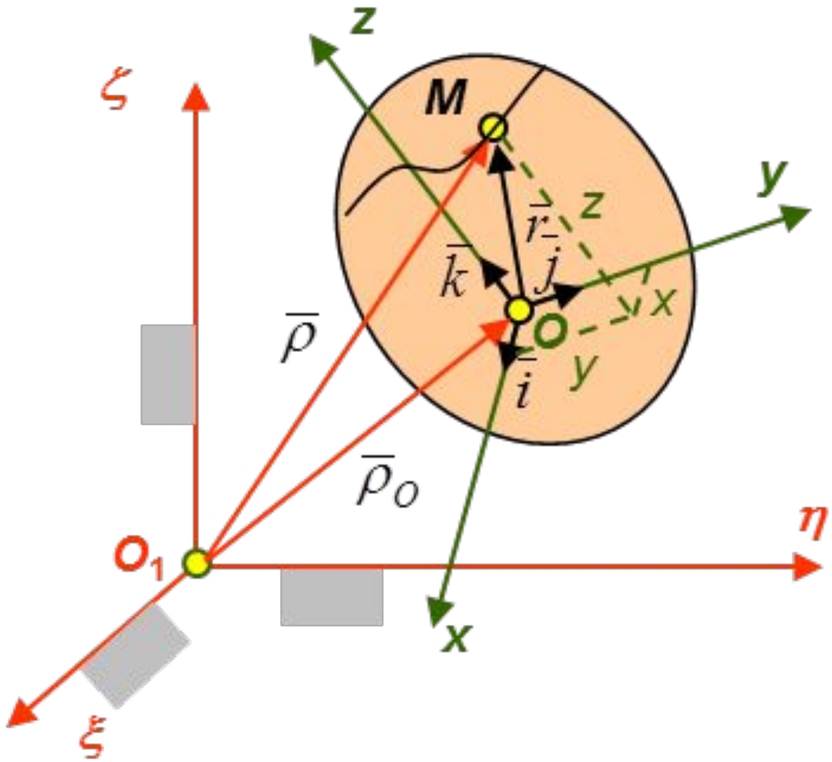
Қатты дененің күрделі қозғалысы – нүкте екі немесе бірнеше қозғалысқа қатысады.

Мысалы: жылжып тұрған эскалатордағы адам жүріп келе жатса, кеменің Палубасындағы қозғалыс. Күрделі қозғалыстың қозғалысын қарастырғанда **$O_1\xi\eta\zeta$, жылжымайтын система координат, Oxyz, қозғалмалы система координат.**

Абсолютті қозғалыс (*a*) – **жылжымайтын системадағы** нүкте қозғалысы.

Салыстырмалы қозғалыс (*r*) – **жылжымалы системадағы** нүкте қозғалысы.

Тасымал қозғалыс (*e*) – **жылжымалы системадағы** нүктенің **жылжымайтын системадағы салыстырмалы қозғалысы.**



$$\overline{\rho} = \overline{\rho}_O + \overline{r} = \overline{\rho}_O + x\overline{i} + y\overline{j} + z\overline{k}.$$

Абсолютті қозғалыстағы нүкте жылдамдығы (үдеуі) - v^a (a^a).

Салыстырмалы қозғалыстағы нүкте жылдамдығы (үдеуі) - v^r (a^r).

Тасымал қозғалыстағы нүкте жылдамдығы (үдеуі) - v^e (a^e).

Жылдамдықтарды қосу туралы теорема – ***абсолютті*** **жылдамдық** ***салыстырмалы*** **жылдамдық пен** ***тасымал*** **жылдамдықтың қосындысына тең**:

$$\overline{v}^{a} = \overline{v}^{r} + \overline{v}^{e}.$$

Үдеулерді қосу туралы теорема(Кориолис теоремасы) – абсолютті үдеу салыстырмалы үдеу, тасымал үдеу мен кориолис үдеулердің қосындысына тең.

$$\overline{a}^{a} = \overline{a}^{r} + \overline{a}^{e} + \overline{a}^{c}.$$

Кориолисово ускорение (*a^c*):

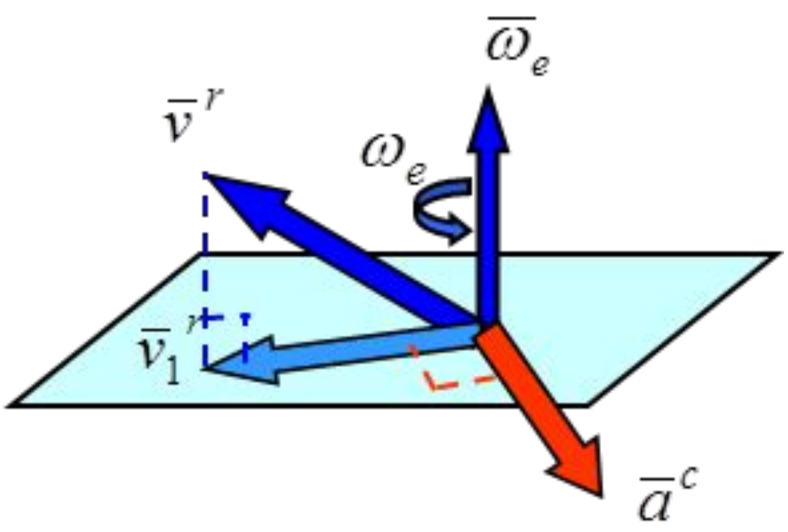
$$\overline{a}^{c} = 2(\overline{\omega}_{e} \times \overline{v}^{r}).$$

Кориолис үдеудің шамасымен бағытын анықтау:

Кориолис үдеудің модулі: $$\left|\overline{a}^{c}\right| = 2\omega_e v^r \sin(\overline{\omega}_e, \overline{v}^r).$$

Кориолис үдеуі нөлге екі жағдайда тең болады:

1. Егер тасымал қозғалыста бұрыштық үдеу нөлге тең болса(тасымал қозғалыс - ілгерілемелі).
2. Бұрыштық жылдамдық векторы салыстырмалы қозғалыс векторына параллель (векторлар арасындағы бұрыштың синусы в 0 тең).



Кориолис үдеуінің бағыты:

Жуковский ережесі:

а) **Салыстырмалы жылдамдық векторын бұрыштық жылдамдық векторына пеперпендикуляр жазықтыққа проекциялаймыз.**

б) **Салыстырмалы вектордың проекциясын бұрыштық жылдамдықтың бағытына перпендикуляр бұрамыз..**