МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИГНАЛОВ

Сигнал это физический процесс, предназначенный для передачи информации. Информация - сведения о поведении интересующего нас явления, события или объекта. В электронике это ток или напряжение, отображающее передаваемое сообщение или информацию о состоянии исследуемого объекта, которое изменяется во времени или в пространстве.

Отсюда математически *сигнал* может быть описан некоторой функцией: 1) $s(t)$ – временная. 2) $s(\vec{r},t)$ – пространственно-временная функция времени. В дальнейшем будем рассматривать лишь временные сигналы..

Классификация электрических сигналов

1) По характеру изменения сигнала во времени и по величине сигналы разделяются на

непрерывные (аналоговые) и импульсные.

Аналоговый сигнал описывается функцией, произвольной по величине и непрерывной во времени.

Импульсные сигналы – это сигналы, существующие не на всей временной оси, или эти сигналы описываются функциями с разрывами.

Импульсные сигналы подразделяются на следующие:

1) дискретные,

2) квантованные,

3) цифровые.

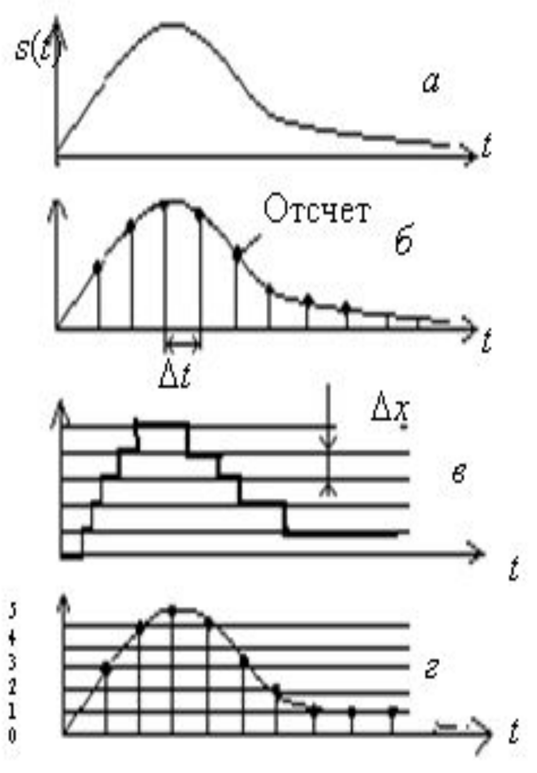


Рис. 2.1

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИГНАЛОВ

Сигнал это физический процесс, предназначенный для передачи информации. Информация - сведения о поведении интересующего нас явления, события или объекта, которое изменяется во времени или в пространстве.

В электронике сигналом является ток или напряжение.

Отсюда математически *сигнал* может быть описан некоторой функцией: 1) $s(t)$ – временная. 2) $s(\vec{r},t)$ – пространственно-временная функция времени

В дальнейшем будем рассматривать лишь временные сигналы

Классификация электрических сигналов

1) По характеру изменения сигнала во времени и по величине сигналы разделяются на
непрерывные (аналоговые) и импульсные.

1. Аналоговый сигнал описывается функцией, произвольной по величине и непрерывной во времени.

2. Импульсные сигналы – это сигналы, существующие не на всей временной оси, или описываются функциями с разрывами.

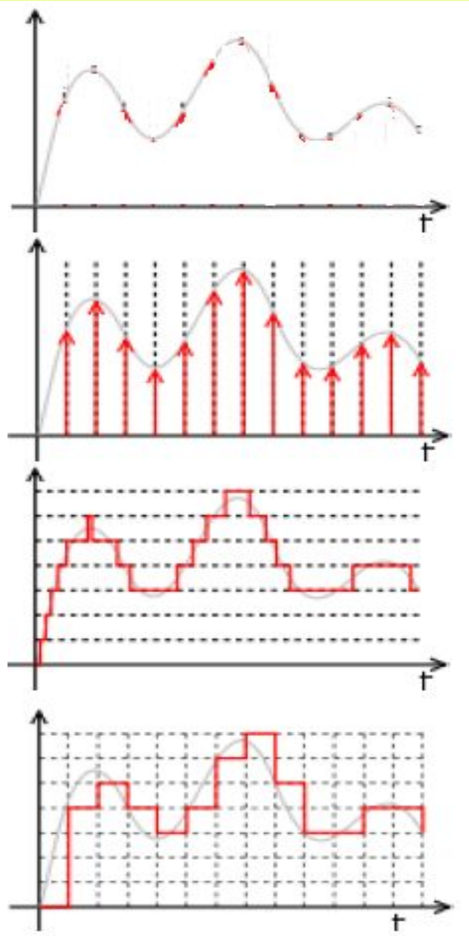
)Дискретные это сигналы в виде дискретных функций времени. Шаг дискретизации

$$\Delta t < \frac{1}{2 \cdot F_{max}}$$

2) Квантованные - это сигналы дискретные по уровню**. Шаг квантования**

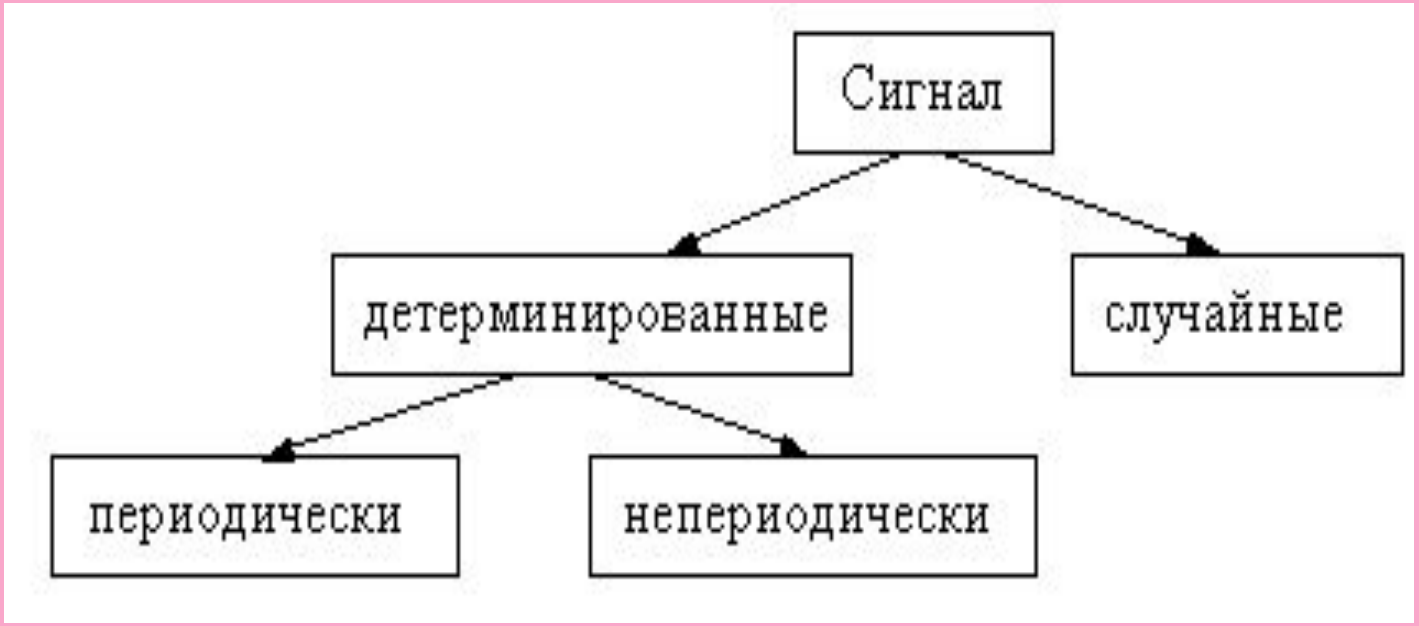
$$\Delta = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n}.$$

3) Цифровые .- это сигналы дискретные во времени и квантованные по уровню.



2. По математическому представлению

- По математическому описанию все многообразие сигналов принято делить на две основные группы: детерминированные (регулярные) и случайные сигналы (рис. 2.2).



Детерминированные сигналы имеют следующие способы математического описания:

1. временное представление сигнала – в виде аналитической формулы или графика – временная диаграмма;
2. - комплексное представление. Гармонический сигнала –комплексная амплитуда;
3. - векторное представление;
4. - спектральное представление
5. - операторное представление

Способы представления сигналов. Гармоническое колебание

- **2.2.** Гармоническим называется колебание, которое описывается гармонической функцией времени: sin(t), cos(t).
- Сигналы произвольной формы могут иметь следующие формы представления:

  - временное представление сигнала; $s(t) = A_m \cos\left(\omega t - \varphi_0\right)$

  - комплексное представление; $s(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi_0) \leftrightarrow \dot{A}_m = A_m e^{j\varphi_0}$

  - векторное представление;
  - спектральное;
  - операторное

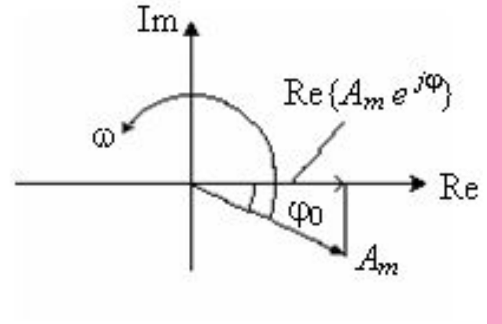


Рис. 2.10

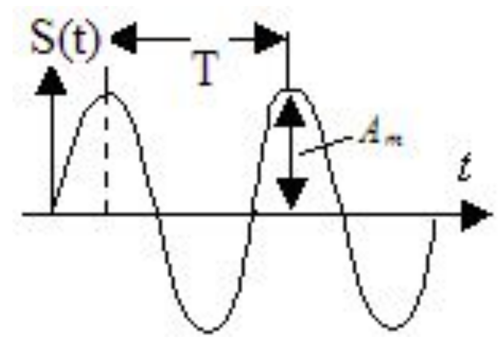
2.3. Спектральное представление сигналов

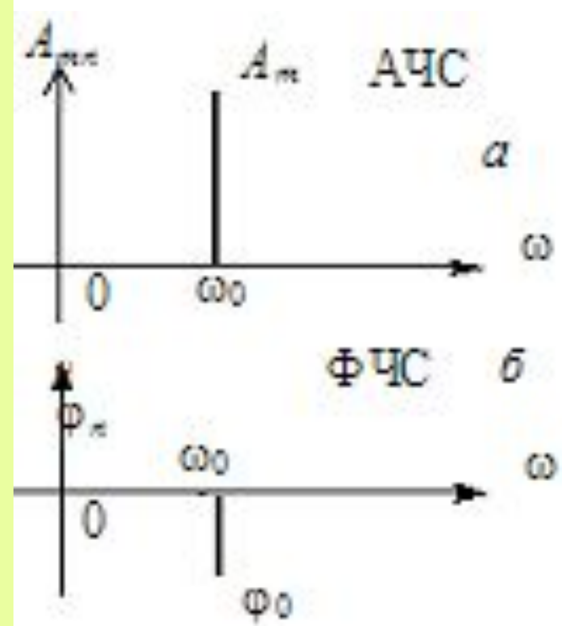
- Спектральный способ представления сигнала *s*(*t*) основан на представлении любой функции времени совокупностью (суммой) гармонических составляющих с соответствующими амплитудами, частотами и начальными фазами.
- При спектральном представлении сигнал задается не как функция времени, а как функция частоты, что является очень удобным, поскольку свойства электрических цепей часто задаются их частотными характеристиками

Спектры периодических сигналов

Сигналы, удовлетворяющие условию $\boldsymbol{S(t)=S(t+T)}$, если $T < \infty$, а $-\infty<t<+\infty$ называются периодическими.

- Простейшим периодическим сигналом являются гармоническое сигнал $\boldsymbol{S(t)=A_m\cos(\omega_0 t+\phi_0)}$. Он состоит из одной гармонической составляющей с амплитудой ***Am*** и начальной фазой $\boldsymbol{\phi_0}$, которые расположены на частоте $\boldsymbol{\omega_0}$. Для наглядного изображения спектры сигналов изображают в виде графиков, Различают два вида спетров **амплитудный спектр и фазовый спектр.**
- **Амплитудным или амплитудно-частотным спектром (АЧС)** называется зависимость амплитуд гармонических составляющих от частоты (АЧС→*Amn*(ω), рис 2.,а).
- **Фазово-частотным спектром (ФЧС)** называется зависимость начальных фаз гармонических составляющих от частоты (ФЧС→ϕ(ω), рис. 2,б).





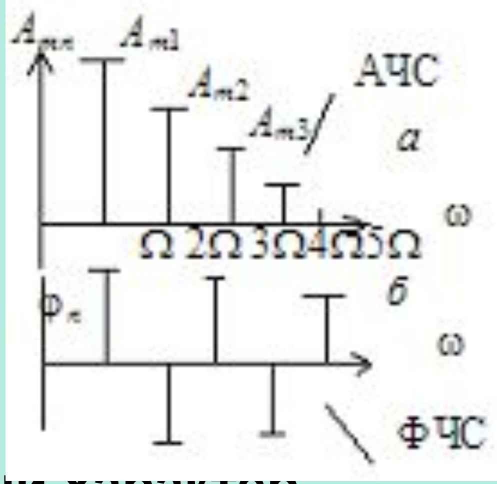
Спектр произвольного периодического сигнала

- Из математики известно, что любой периодический сигнал $s(t)$, удовлетворяющий условиям Дирихле, может быть представлен тригонометрическим рядом Фурье

$$s(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_{mn}\cos(n\Omega t)+b_{mn}\sin(n\Omega t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_{mn}\cos(n\Omega t-\varphi_n)$$

где $\Omega=2\pi/T$ – основная частота следования сигнала (первая гармоника сигнала), n – номер гармоники сигнала, $n\Omega$ – частота n-й гармоники сигнала, $\frac{a_0}{2}, a_{mn}, b_{mn}$ – коэффициенты ряда Фурье:

- $\frac{a_0}{2}=\frac{1}{T}\int^{T}s(t)dt$ – постоянная (средняя) составляющая сигнала;
- $a_{mn}=\frac{2}{T}\int^{T}s(t)\cos n\Omega t\,dt$ – косинус составляющая амплитуды n-й гармоники спектра сигнала;
- $b_{mn}=\frac{2}{T}\int^{T}s(t)\sin n\Omega t\,dt$ – синус составляющая амплитуды n-й гармоники спектра сигнала;
- $A_{mn}=\sqrt{a_{mn}^2+b_{mn}^2}$ – амплитуда n-й гармоники;
- $\varphi_n=\operatorname{arctg}\left(\frac{b_{mn}}{a_{nm}}\right)$ – начальная фаза n-й гармоники.



- **Спектр периодического сигнала имеет дискретный характер**

Спектры непериодических сигналов

- Непериодический сигнал в ряд Фурье разложить нельзя. Для него вводят интеграл Фурье, который является пределом ряда, когда (*T*→∞). При этом:
- **1)** основная частота сигнала $\Omega = 2\pi / T \to 0$., т.е. расстояние между линиями спектра, равное Ω становится бесконечно малым, а **спектр – сплошным**.
- **2)** амплитуды гармонических составляющих $A_{mn} \sim \frac{1}{T} \to 0$, т.е. спектр состоит из гармонических составляющих с бесконечно малыми амплитудами.
- Спектр непериодического сигнала характеризуется функцией спектральной плотности амплитуд, т.е. плотность распределения бесконечно малых амплитуд по оси частот. Плотность это число составляющих в диапазоне частот в 1 Гц. Спектральная плотность *S*(*j*ω) связана с сигналом *s*(*t*) **преобразованием Фурье**:
- $S(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$ – **прямое преобразование Фурье (ППФ).**
- $s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(j\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$ – **обратное преобразование Фурье (ОПФ).**
- Функция спектральной плотности – это комплексная функция частоты
- $S(j\omega) = S(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$,
- **где *S*(ω)** – модуль функции спектральной плотности, или его называют *спектральной плотностью амплитуд*,
- **φ(ω)** – аргумент функции спектральной плотности – *спектр фаз*.

Спектра непериодического сигнала имеет сплошной, непрерывный характер.

2.4. Операторное представление сигнала

Преобразование Фурье применяется для сигналов s(t) с **конечной энергией,** т. е. для сигналов, удовлетворяющих условию. Функция *s*(*t*), удовлетворяющая такому условию, называется абсолютно интегрируемой..

$$\int_t s^2(t)\,dt < \infty$$

- Более универсальным является операторное представление сигнала, которое основано на преобразовании Лапласа.
- При операторном представлении сигналу *s*(*t*) - функции действительной переменной *t*, ставится в соответствие функция *S*(*p)* комплексной переменной *p* , где *p* = σ + *j*ω - называется комплексной частотой.

Связь между ними в виде преобразования Лапласа:

прямое преобразование Лапласа , (*S*(*p*) = *L*[*s*(*t*)]) -

$$S(p) = \int_0^{+\infty} s(t)e^{-pt}dt$$

обратное преобразование Лапласа , *s*(*t*)=*L*$^{-1}$ [*S*(*p*)]).

$$s(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{-\infty}^{+\infty} S(p)e^{pt}dp$$

Сигнал ***s*(*t*)** называют **оригиналом**, а ***S*(*p*)** – изображением, или операторным представлением сигнала.

Для нахождения функции спектральной плотности амплитуд ***S*(*j*ω)**сигнала **S(t)**, по известному операторному представлению *S*(*p*), необходимо в последнем оператор *p* заменить на *j*ω, т.е. $S(j\omega) = S(p)|p = j\omega$