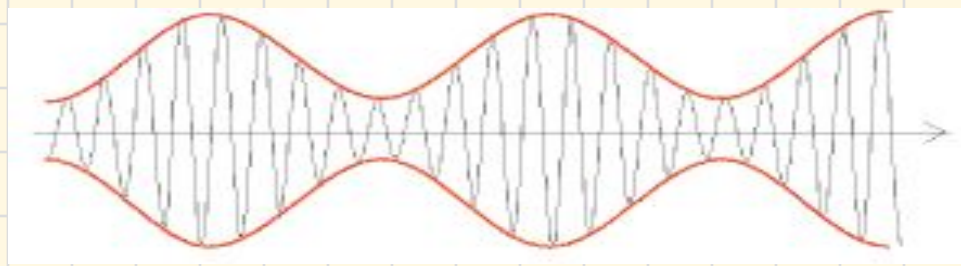


Сигналы и их спектры



Понятие сигнала

В XVIII веке в теорию математики вошло понятие функции, как определенной зависимости какой-либо величины y от другой величины – независимой переменной x , с математической записью такой зависимости в виде $y(x)$. Довольно скоро математика функций стала базовой основой теории всех естественных и технических наук. Особое значение функциональная математика приобрела в технике связи, где временные функции вида $s(t)$, $v(f)$ и т.п., используемые для передачи информации, стали называть **сигналами**.

В технических отраслях знаний термин "сигнал" (signal, от латинского *signum* – знак) очень часто используется в широком смысловом диапазоне, без соблюдения строгой терминологии. Под ним понимают и техническое средство для передачи, обращения и использования информации - электрический, магнитный, оптический сигнал; и физический процесс, представляющий собой материальное воплощение информационного сообщения - изменение какого-либо параметра носителя информации (напряжения, частоты, мощности электромагнитных колебаний, интенсивности светового потока и т.п.) во времени, в пространстве или в зависимости от изменения значений каких-либо других аргументов (независимых переменных); и смысловое содержание определенного физического состояния или процесса, как, например, сигналы светофора, звуковые предупреждающие сигналы и т.п.



Сигналом называется изменяющаяся во времени физическая величина, отображающая передаваемое сообщение. Чаще всего сигналом является напряжение на некотором участке цепи, поэтому аналитически его можно записать следующим образом: $u=u(t)$, где t - время, $u(t)$ - некоторая однозначно определенная функция. Сигнал может описываться не только во временной области, но и в частотной - в виде его спектра. Это особенно важно, если сигнал имеет сложную форму. Спектры сигналов определяются по следующей формуле:

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)e^{-j\omega t} dt$$

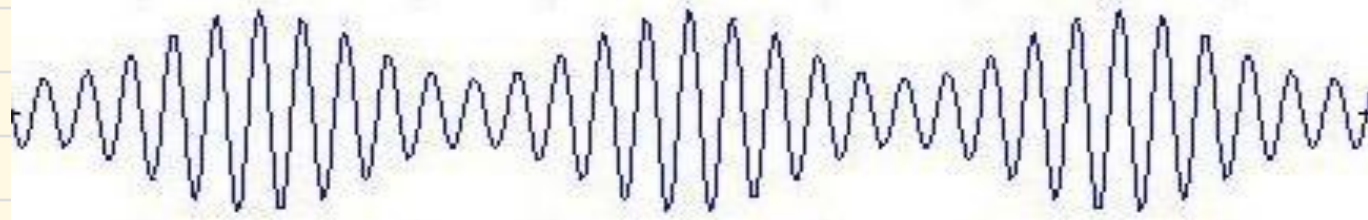
где $\omega=2\pi f$ - круговая частота в рад/с;

$u(t)$ - исследуемый сигнал;

$g(\omega)$ - функция напряжения от частоты (спектр);

j - мнимая единица

Периодические сигналы имеют дискретный спектр, непериодические - сплошной. Конечные во времени сигналы имеют бесконечный спектр. Периодические бесконечные во времени сигналы имеют ограниченный спектр.



*Сигналы
с амплитудной
модуляцией*

В процессе амплитудной модуляции амплитуда U_0 несущего колебания $u_0(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ перестает быть постоянной и изменяется по закону передаваемого сообщения. Амплитуда $U(t)$ несущего колебания может быть связана с передаваемым сообщением соотношением:

$$U(t) = U_0 + k_A e(t), \quad (1)$$

где U_0 - амплитуда несущего колебания в отсутствии сообщения (немодулированное колебание);

$e(t)$ - функция, зависящая от времени, соответствующая передаваемому сообщению (ее называют модулирующим сигналом);

k_A - коэффициент пропорциональности, отражающий степень влияния модулирующего сигнала на величину изменения амплитуды результирующего сигнала (модулированного колебания).

Выражение для амплитудно-модулированного сигнала в общем случае имеет вид:

$$u_{AM}(t) = [U_0 + k_A e(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (2)$$

Простейший для анализа случай амплитудно-модулированного колебания получается, если в качестве модулирующего сигнала используется гармоническое колебание (такой случай называется тональной модуляцией):

$$e(t) = E \cos(\Omega t + \Theta), \quad (3)$$

где E - амплитуда, Ω - угловая частота; Θ - начальная фаза модулирующего сигнала.

Для упрощения анализа будем полагать начальные фазы колебаний равными нулю, что не повлияет на общность выводов. Тогда для тональной амплитудной модуляции можно записать:

$$u_{AM}(t) = [U_0 + k_A E \cos \Omega t] \cos \omega_0 t = U_0 [1 + M_A \cos \Omega t] \cos \omega_0 t, \quad (4)$$

где $M_A = E / U_0$ - коэффициент амплитудной модуляции (иногда говорят - глубина амплитудной модуляции).

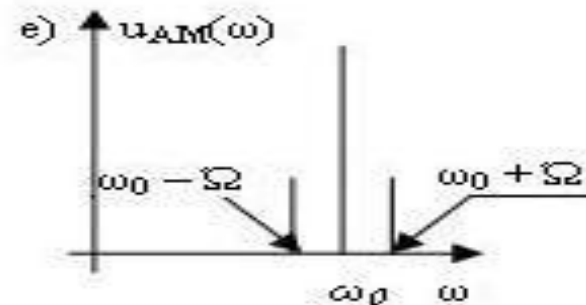
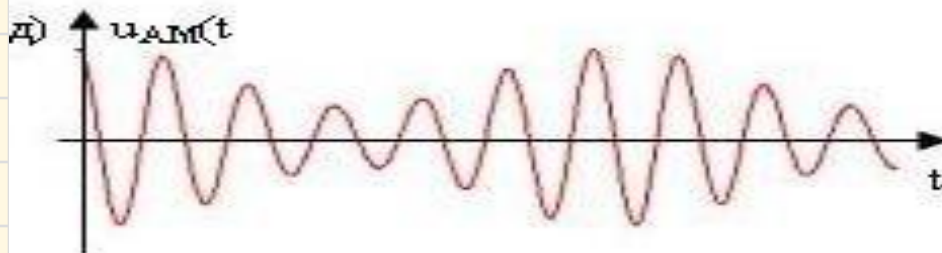
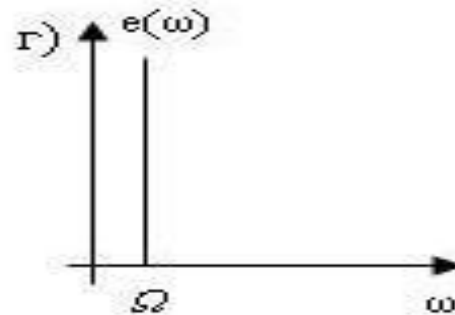
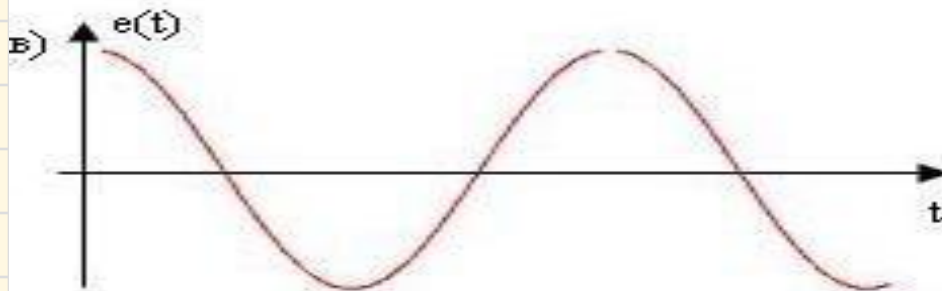
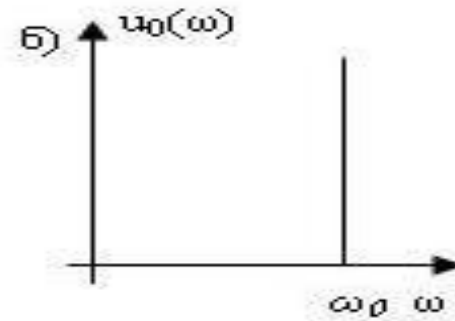
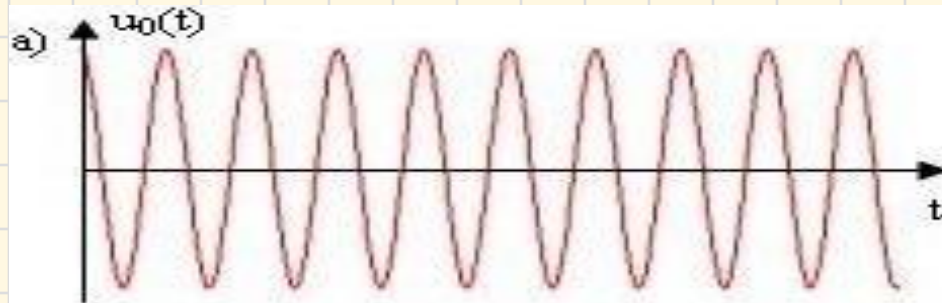
Для определения спектра амплитудно-модулированного колебания выполним несложные преобразования выражения (4):

$$u_{AM}(t) = U_0 \cos \omega_0 t + U_0 M_A \cos \Omega t \cos \omega_0 t = U_0 \cos \omega_0 t + (U_0 M_A / 2) \cos(\omega_0 - \Omega)t + (U_0 M_A / 2) \cos(\omega_0 + \Omega)t \quad (5)$$

Из анализа выражения (5) следует, что при амплитудной модуляции гармоническим колебанием спектр амплитудно-модулированного сигнала содержит три гармонические составляющие. Гармоническая составляющая с частотой, равной ω_0 , представляет собой исходную немодулированную несущую с частотой ω_0 и амплитудой U_0 .

Гармонические составляющие с частотами, равными $(\omega_0 - \Omega)$ и $(\omega_0 + \Omega)$ представляют собой продукт амплитудной модуляции и называются, соответственно, нижней и верхней боковыми составляющими. Амплитуды боковых составляющих одинаковы, равны $U_0 M_A / 2$ и расположены симметрично относительно несущей частоты ω_0 на расстоянии, равном Ω . Таким образом, ширина полосы частот $\Delta\omega$, занимаемая амплитудно-модулированным колебанием при модуляции гармоническим сигналом с частотой Ω , равна $\Delta\omega = 2\Omega$.

Рис. 1 Тональная амплитудная модуляция:
а) несущее колебание и его спектр (б);
в) модулирующий сигнал и его спектр (г);
д) амплитудно-модулированное колебание и его спектр (е)



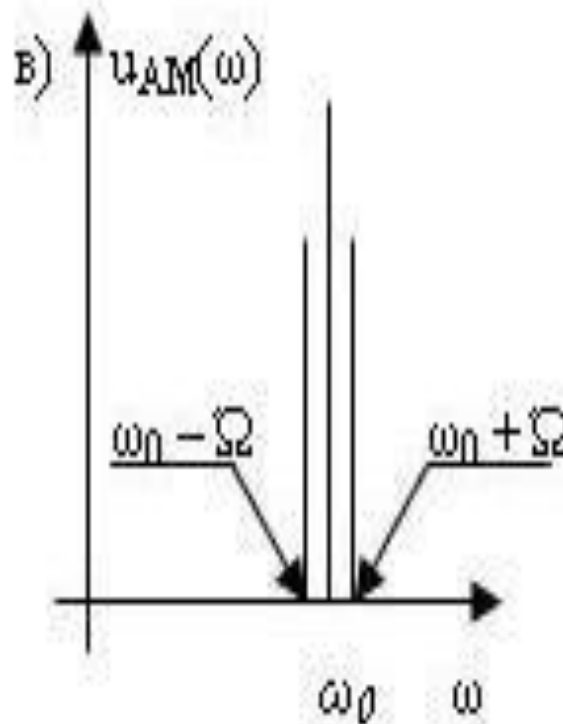
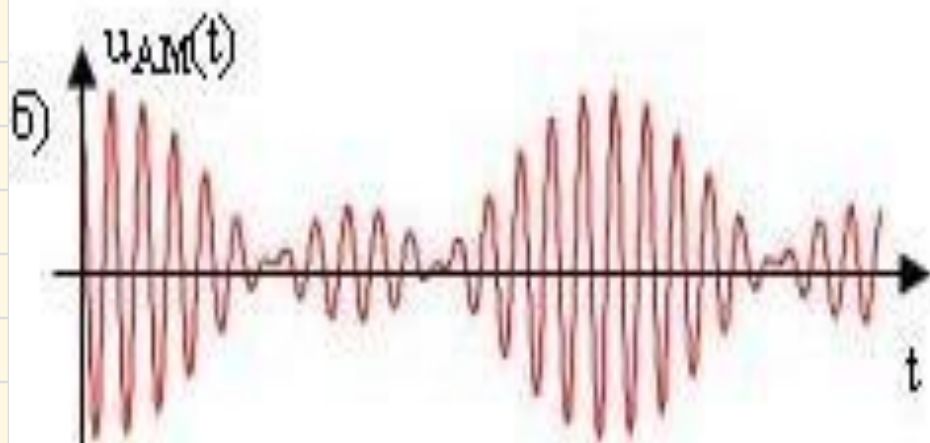
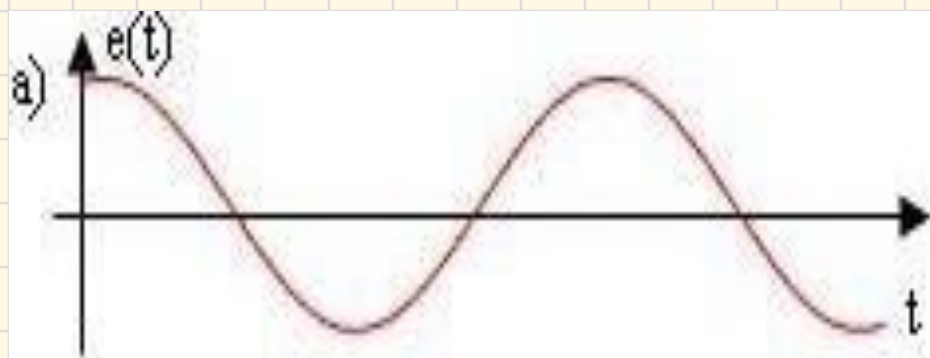
При отсутствии модуляции ($M_A = 0$) амплитуды боковых составляющих равны нулю и спектр амплитудно-модулированного сигнала состоит только из несущего колебания с частотой ω_0 . При коэффициенте амплитудной модуляции $M_A < 1$ амплитуда результирующего колебания изменяется от максимального значения $U_{\max} = U_0(1 + M_A)$ до минимального $U_{\min} = U_0(1 - M_A)$. Таким образом, коэффициент M_A амплитудной модуляции может быть определен как

$$M_A = (U_{\max} - U_{\min}) / (U_{\max} + U_{\min}) \quad (6)$$

При коэффициенте амплитудной модуляции $M_A > 1$ возникают искажения, называемые перемодуляцией (рисунок 2). Такие искажения могут приводить к потере информации и их стараются не допускать.

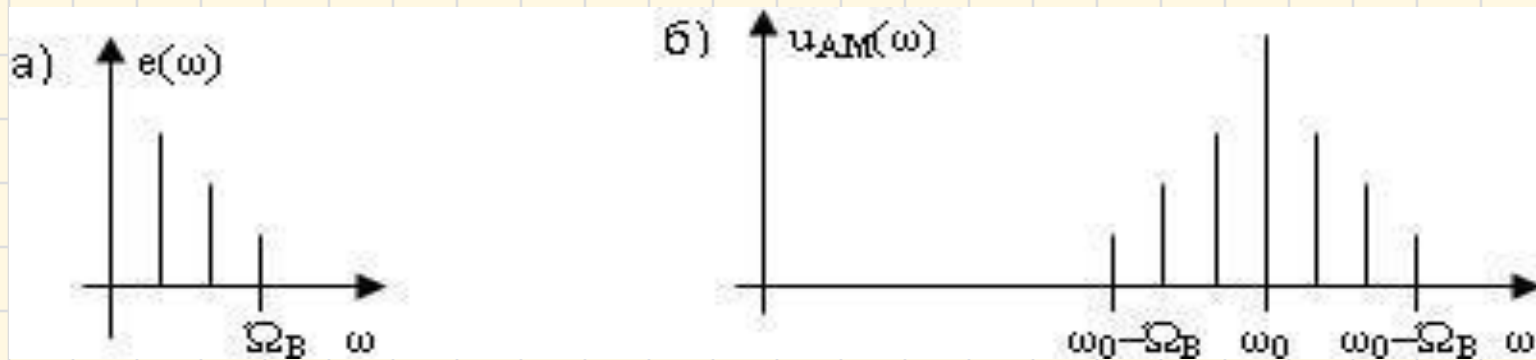
Рис. 2 Тональная амплитудная модуляция при коэффициенте $MA > 1$:

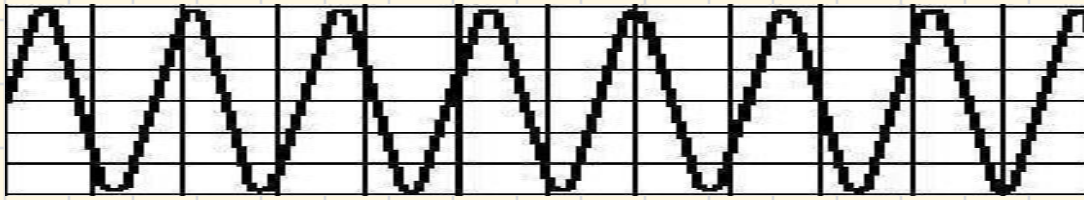
- а) модулирующий сигнал;
- б) амплитудно-модулированное колебание и его спектр (в)



Подобный подход можно применить и к анализу амплитудно-модулированных колебаний сложной формы. В этом случае периодический модулирующий сигнал может быть представлен набором гармонических составляющих, частота которых кратна периоду исходного сигнала. Каждая из гармоник модулирующего сигнала сформирует в спектре амплитудно-модулированного колебания две боковые составляющие, симметрично отстоящие от несущей на величину, равную частоте соответствующей гармоники. Для примера, если спектр модулирующего сигнала имеет вид, представленный на рисунке 3(а), то спектр амплитудно-модулированного колебания может быть представлен диаграммой, приведенной на рисунке 3(б).

- **Рис. 3 Спектры сигналов:**
- **а) модулирующего сигнала;**
- **б) амплитудно-модулированного колебания**





*Сигналы с
частотной
модуляцией*





Если при амплитудной модуляции частота ω_0 и начальная фаза φ несущего колебания сохраняются неизменными, а по закону передаваемого сообщения $e(t)$ изменяется амплитуда U_0 , то при угловой модуляции амплитуда U_0 сохраняется постоянной, а изменяться может частота либо начальная фаза несущего колебания. Поскольку частота и начальная фаза являются составляющими обобщенного угла несущего колебания $[\omega(t) + \varphi(t)]$, то такую модуляцию называют угловой. В зависимости от того, какой из параметров обобщенного угла, частота $\omega(t)$ или начальная фаза $\varphi(t)$, несет информацию о передаваемом сообщении $e(t)$, различают частотную либо фазовую модуляцию.

При частотной модуляции амплитуда несущего колебания U_0 сохраняется постоянной, а частота несущего колебания $\omega(t)$ определяется модулирующим сигналом $e(t)$ в соответствии с выражением:

$$\omega(t) = \omega_0 + k_{\text{ЧМ}} e(t), \quad (8)$$

где $k_{\text{ЧМ}}$ - коэффициент пропорциональности, связывающий отклонение $\Delta\omega_{\text{ЧМ}}$ частоты $\omega(e)$ от своего номинального значения ω_0 , равное $\Delta\omega_{\text{ЧМ}} = \omega(e) - \omega_0$, и величину модулирующего напряжения $e(t)$, вызывающего это отклонение.

Максимальное отклонение частоты, вызываемое максимальным модулирующим напряжением, называют девиацией частоты.

При модулирующем сигнале в виде гармонического напряжения $e(t) = E \cos(\Omega t + \Theta)$

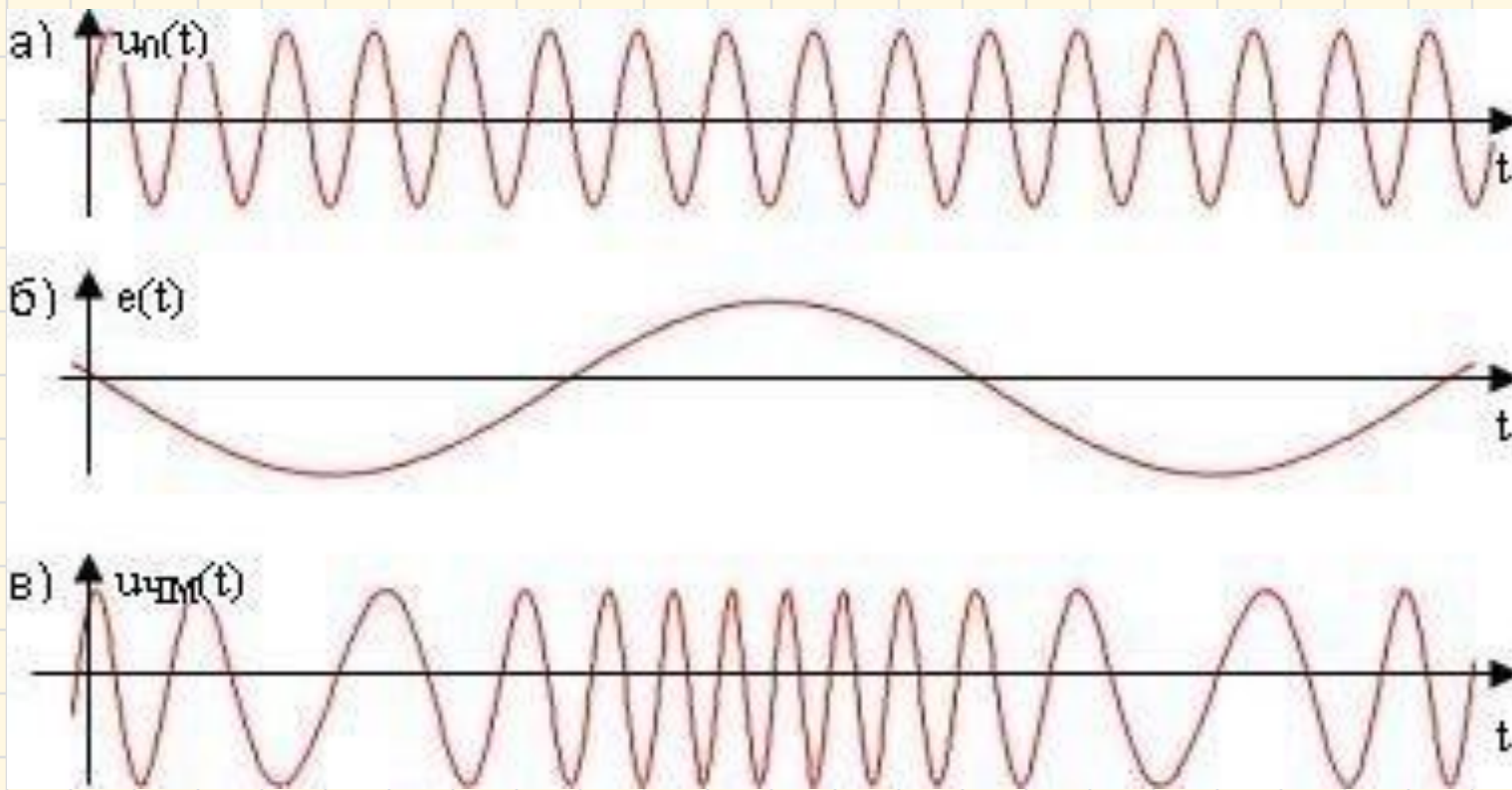
мгновенное значение частоты частотно-модулированного колебания изменяется по закону

$$\omega(t) = \omega_0 + k_{\text{ЧМ}} E \cos(\Omega t + \Theta) \quad (9)$$

Временные диаграммы несущего и модулирующего колебаний, а также частотно-модулированного сигнала приведены на рисунке 4.

Рис. 4 Частотная модуляция:

а) колебание с постоянной частотой; б) модулирующий сигнал; в) частотно-модулированное колебание



Связь между спектрами модулирующего и формируемого им частотно-модулированного сигнала выражается не такими простыми выражениями, как при амплитудной модуляции, и определяется соотношением между отклонением частоты результирующего частотно-модулированного колебания, вызываемого модулирующим сигналом, и скоростью изменения этого отклонения частоты.

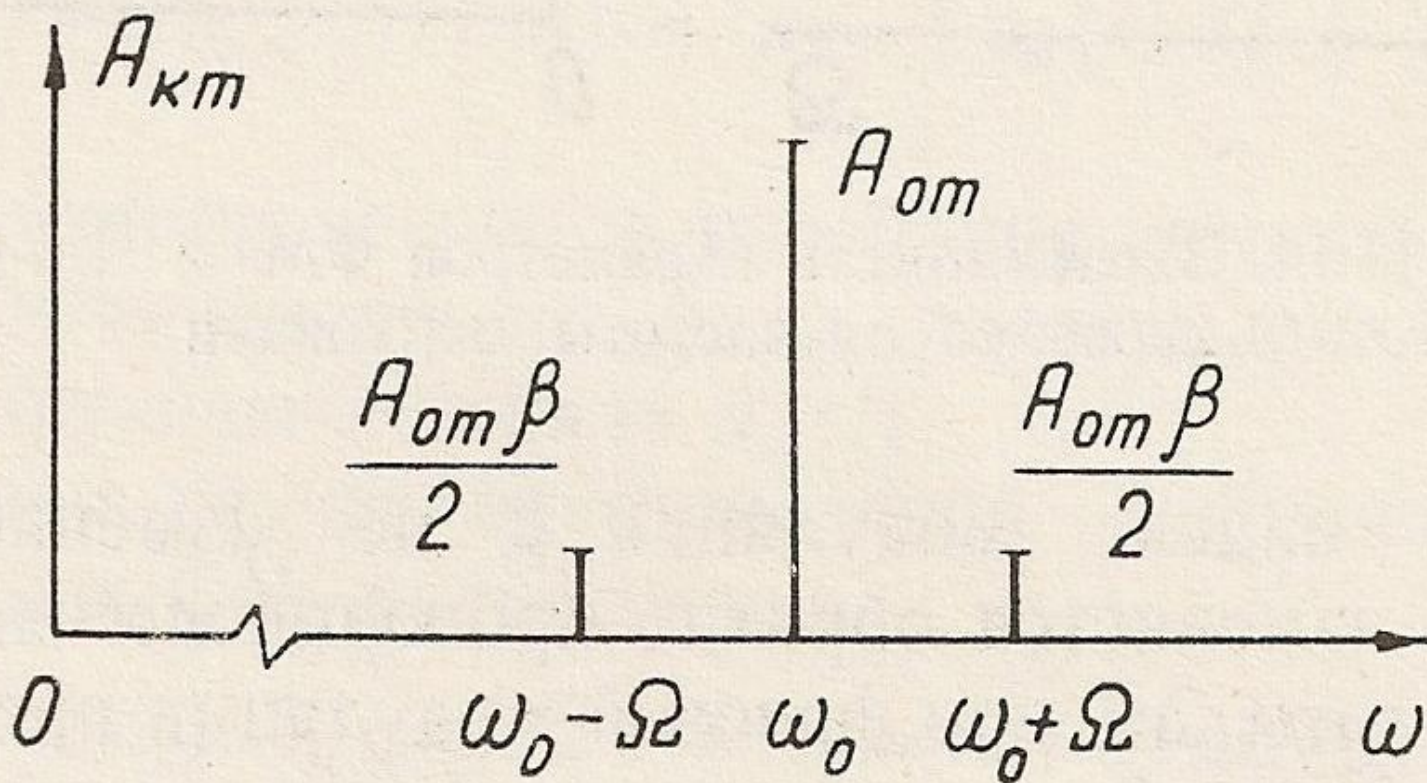
В частности, пусть тональная модуляция гармоническим сигналом с частотой Ω вызывает отклонение частоты с девиацией, равной $\Delta\omega_{\text{ЧМ}}$. Тогда в случае «быстрой» модуляции (при $\Delta\omega_{\text{ЧМ}} \ll \Omega$) полоса частот, занимаемая частотно-модулированным колебанием, определяется наибольшей частотой спектра модулирующего сигнала

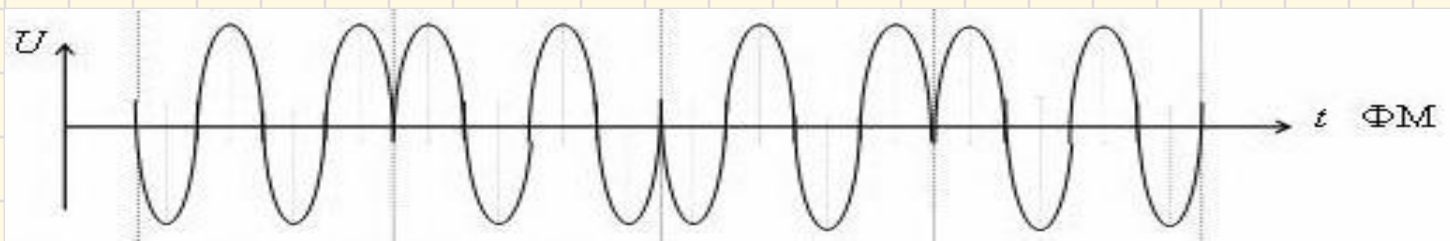
$$P_{\text{ЧМ}} \approx 2\Omega \quad (10)$$

В случае «медленной» модуляции (при $\text{ЧМ} \gg \Delta\omega_{\text{ЧМ}}$) частотный диапазон частотно-модулированного колебания определяется величиной девиации частоты ЧМ:

$$P_{\text{ЧМ}} \approx 2\omega_{\text{ЧМ}} \quad (11)$$

Рис.5 Амплитудно частотный спектр ЧМ-радиосигнала при
однотональной модуляции
и $M_{\text{ЧМ}} \ll 1$





Сигналы с фазовой модуляцией

При фазовой модуляции амплитуда несущего колебания U_0 сохраняется постоянной, а фаза несущего колебания $\varphi(t)$ связана с модулирующим напряжением $e(t)$ зависимостью

$$\psi(t) = \omega_0 t + k_{\Phi M} e(t) + \varphi_0, \quad (12)$$

где $k_{\Phi M}$ - коэффициент пропорциональности, определяющий связь между модулирующим напряжением $e(t)$ и дополнительным приращением полной фазы результирующего фазомодулированного колебания.

При модуляции фазы по гармоническому закону:

$$e(t) = E \cos(\Omega t + \Theta)$$

полная фаза фазомодулированного колебания принимает значение

$$\psi(t) = \omega_0 t + k_{\Phi M} E \cos(\Omega t + \Theta) + \varphi_0 \quad (13)$$

Максимальное дополнительное отклонение фазы несущего колебания относительно регулярного значения θ t характеризуется индексом фазовой модуляции $M_{\Phi M}$:

$$M_{\Phi M} = k_{\Phi M} E. \quad (14)$$

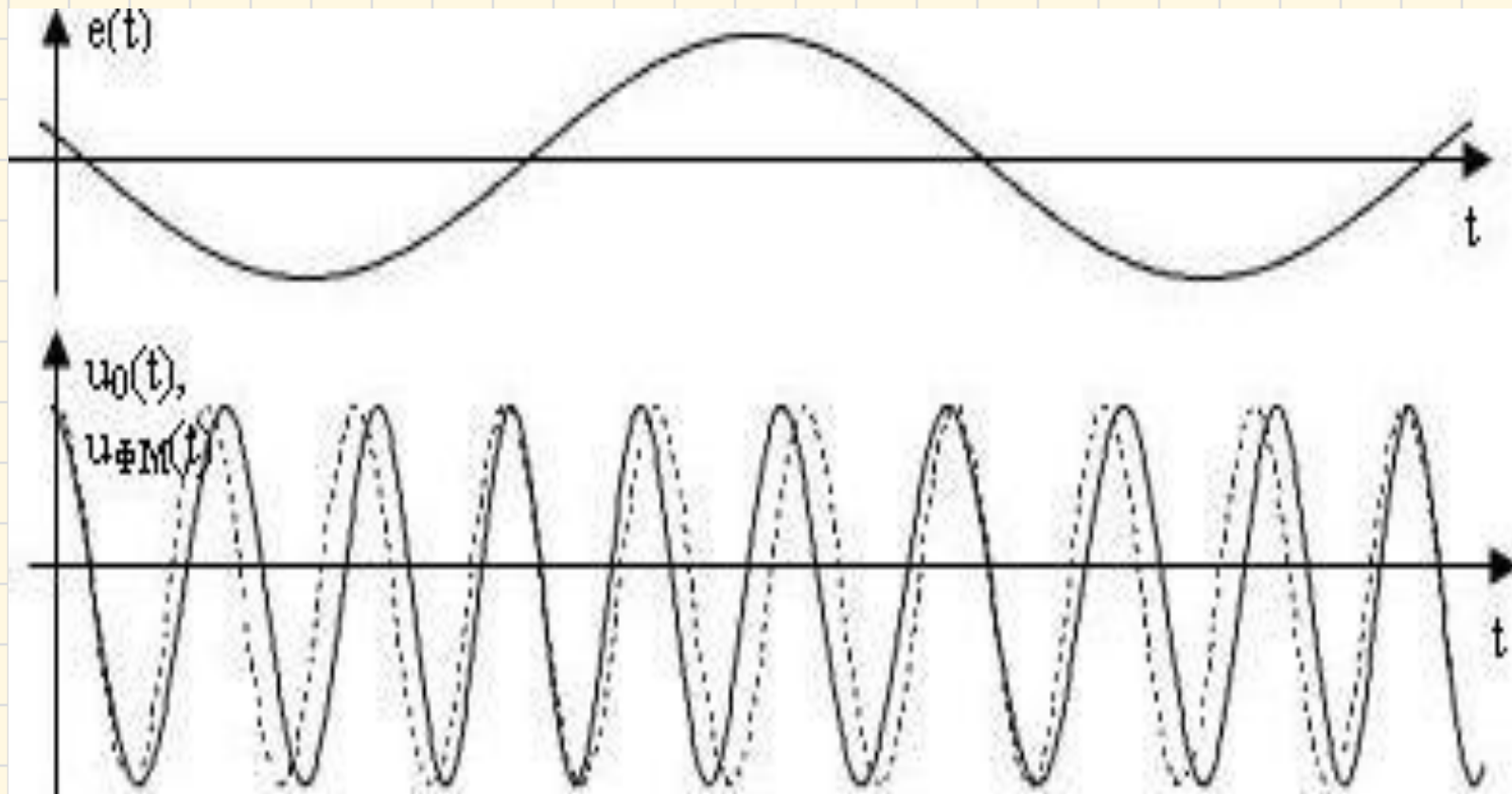
Таким образом, полное описание фазомодулированного колебания, модулированного тональным сигналом, имеет вид:

$$u_{\Phi M}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + k_{\Phi M} E \cos(\Omega t + \Theta) + \varphi_0] \quad (15)$$

Временные диаграммы модулирующего и несущего сигналов, а также фазомодулированного колебания приведены на рисунке 5

Рис. 6 Фазовая модуляция:

а) модулирующий сигнал; б) несущее колебание (штриховая линия) и фазомодулированное колебание (сплошная линия)



Определение спектра фазомодулированного сигнала даже в случае простых модулирующих сигналов представляет собой достаточно сложную задачу. Исключение составляет случай с малым индексом фазовой модуляции ($M_{\Phi M} \ll 1$). В этом случае при соответствующих преобразованиях получим :

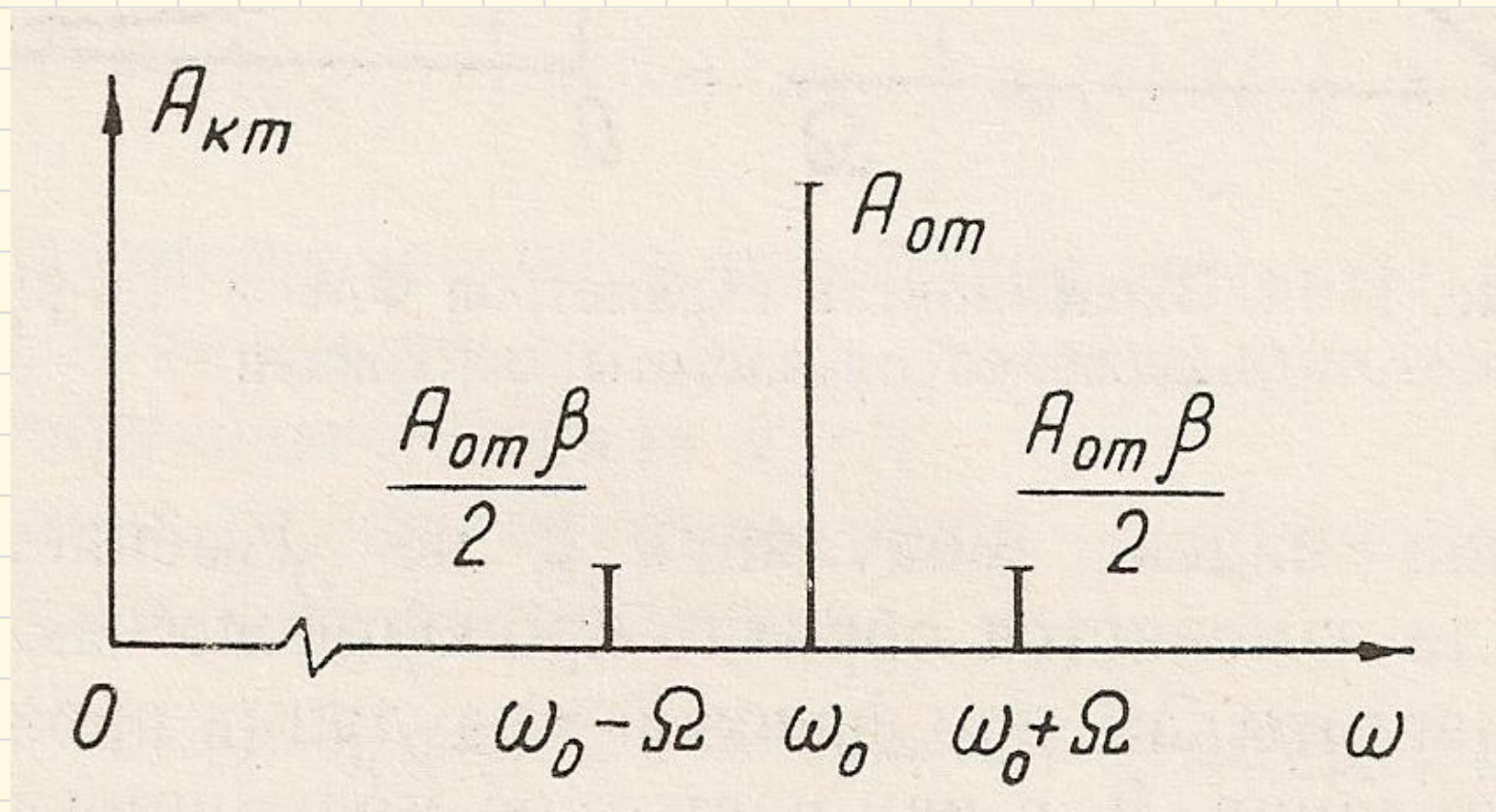
$$u_{\Phi M}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) - (U_0 M_{\Phi M} / 2) \cos(\omega_0 - \Omega)t + (U_0 M_{\Phi M} / 2) \cos(\omega_0 + \Omega)t \quad (16)$$

По своему виду выражение (16) для фазомодулированных колебаний при $M_{\Phi M} \ll 1$ напоминает выражение для амплитудно-модулированных колебаний : несущее колебание с частотой ω_0 и амплитудой U_0 и две боковые составляющие с одинаковыми амплитудами, равными $U_0 M_{\Phi M} / 2$, и частотами, равными $(\omega_0 + \Omega)$ и $(\omega_0 - \Omega)$. Различие в составе спектров амплитудно-модулированных и фазомодулированных колебаний заключается лишь в том, что в этих колебаниях компоненты с частотой, равной $\omega_0 - \Omega$, имеют противоположные знаки. Полоса частот, занимаемая фазомодулированным сигналом, в этом случае также равна

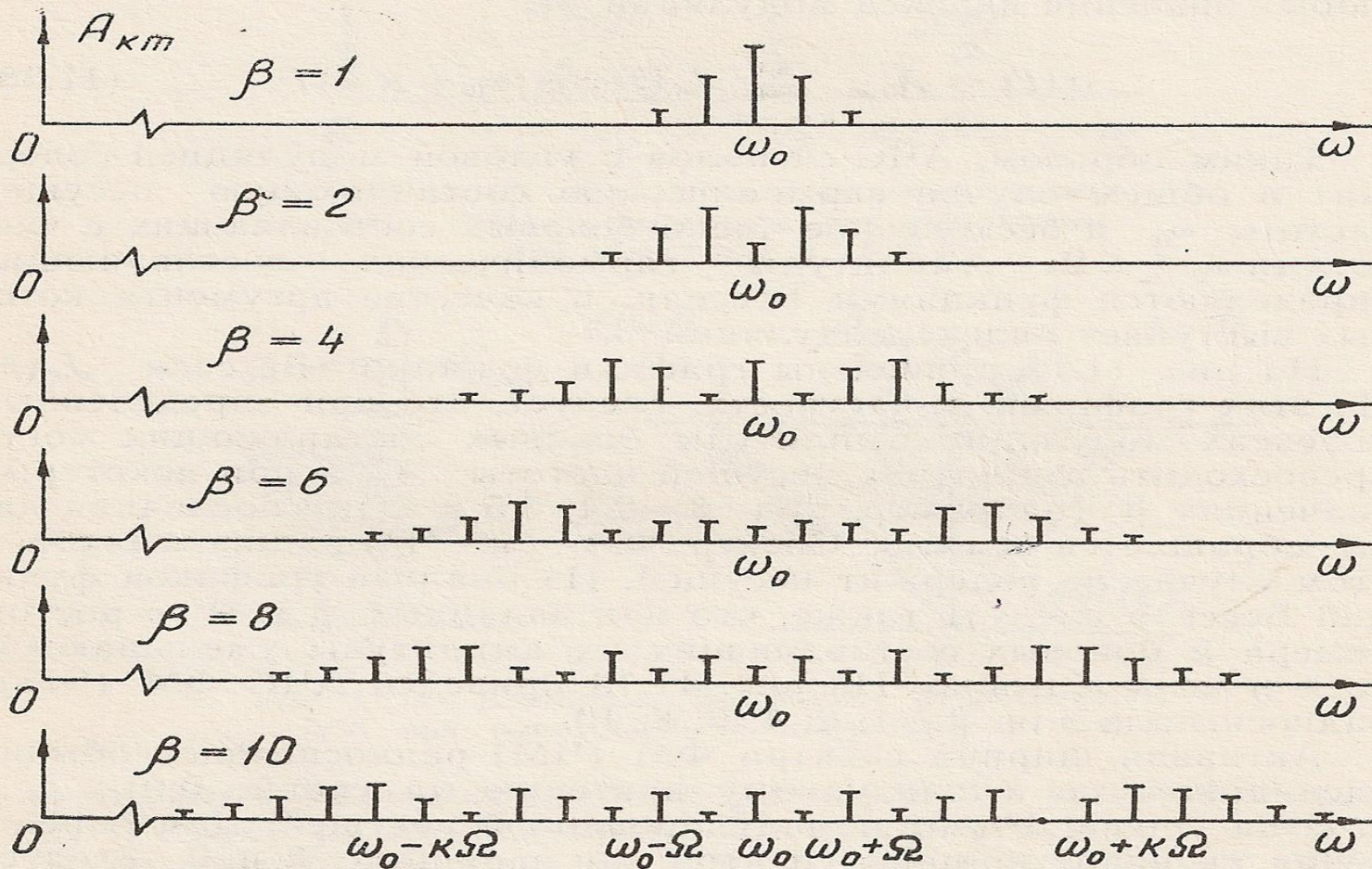
$$B_{\Phi M} \approx 2\Omega. \quad (17)$$

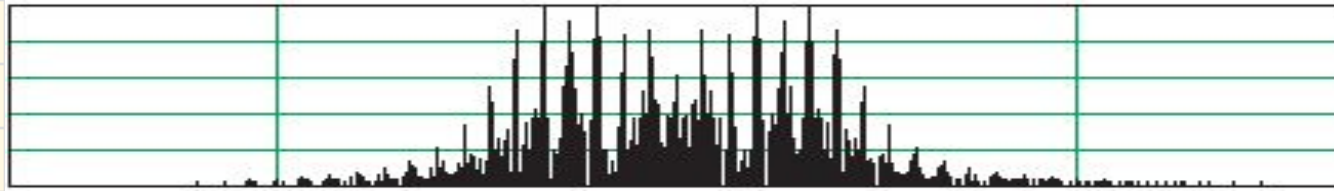
При больших индексах фазовой модуляции ($M_{\Phi M} \gg 1$) зависимость между полосами частот, занимаемыми модулирующим и фазомодулированным сигналами, подчиняется более сложным выражениям, чем, например, соотношение (17).

Рис.7 Амплитудно-частотный спектр ФМ - радиосигнала при
однотональной модуляции
и $M_{\text{ФМ}} \ll 1$



При определенных индексах модуляции амплитуды боковых составляющих могут превосходить амплитуду несущей частоты. Спектр ФМ и ЧМ-сигналов в этих случаях может и не содержать несущей. На рисунке 8 приведен амплитудно-частотный спектр ФМ(ЧМ)-радиосигнала для различных значений индекса модуляции :





Сигналы с внутриимпульсной линейно- частотной модуляцией



В радиолокации и в ряде других отраслей радиоэлектроники, использующих дискретные (цифровые) и импульсные радиосигналы для повышения таких важных показателей эффективности, как дальность действия, разрешающая способность, точность и помехозащищенность стремятся увеличить энергию сигналов и расширить их спектры без увеличения мощности радиосигналов. Дело в том, что повышение мощности радиосигналов приводит к увеличению массы и габаритов аппаратуры, а также к необходимости повышения напряжений питания генераторов импульсов, что затрудняет работу аппаратуры при пониженном давлении. Кроме того, с увеличением мощности передатчиков снижается скрытность их работы, а следовательно и помехозащищенность аппаратуры.

Известно, что повышение энергии импульсных сигналов при ограниченной их амплитуде (мощности) можно обеспечить за счет увеличения их длительности t_u . Но для простых радиоимпульсов, формируемых с помощью амплитудной модуляции, это связано с сужением их спектра ($\Delta f \approx 2/t_u$), которое, в свою очередь приводит к снижению точности и разрешающей способности радиолокационных и других систем.

Поэтому актуальной задачей при разработке радиотехнической аппаратуры различного назначения является расширение спектра радиоимпульсов без уменьшения их длительности. Это достигается применением внутриимпульсной угловой модуляции или манипуляции несущего колебания. Наиболее распространенными сигналами такого типа являются радиосигналы с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-радиосигналы), в которых модуляция частоты несущего колебания в импульсе осуществляется по линейному закону.

Рис.9 Внешний вид ЛЧМ-радиоимпульса

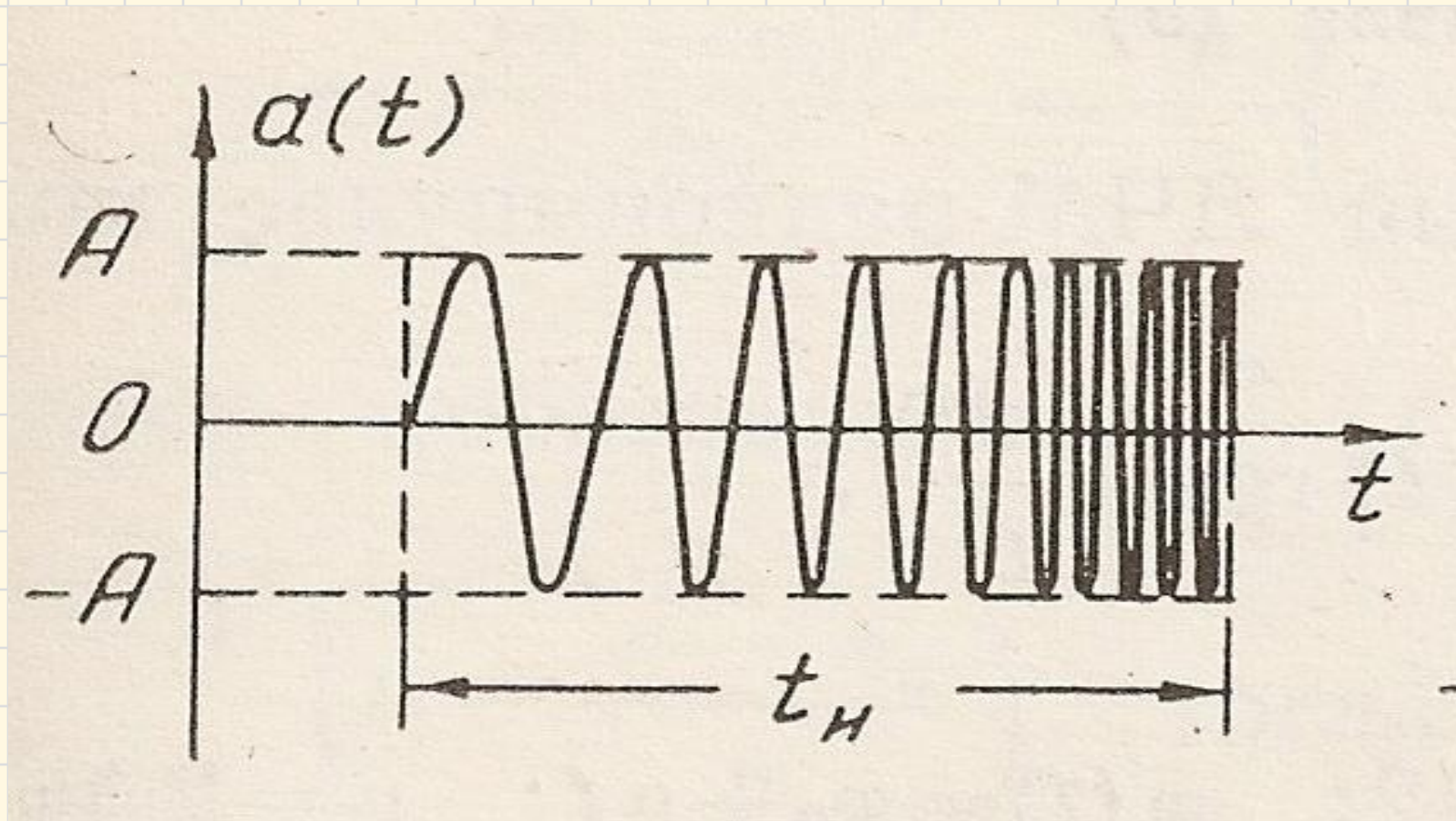
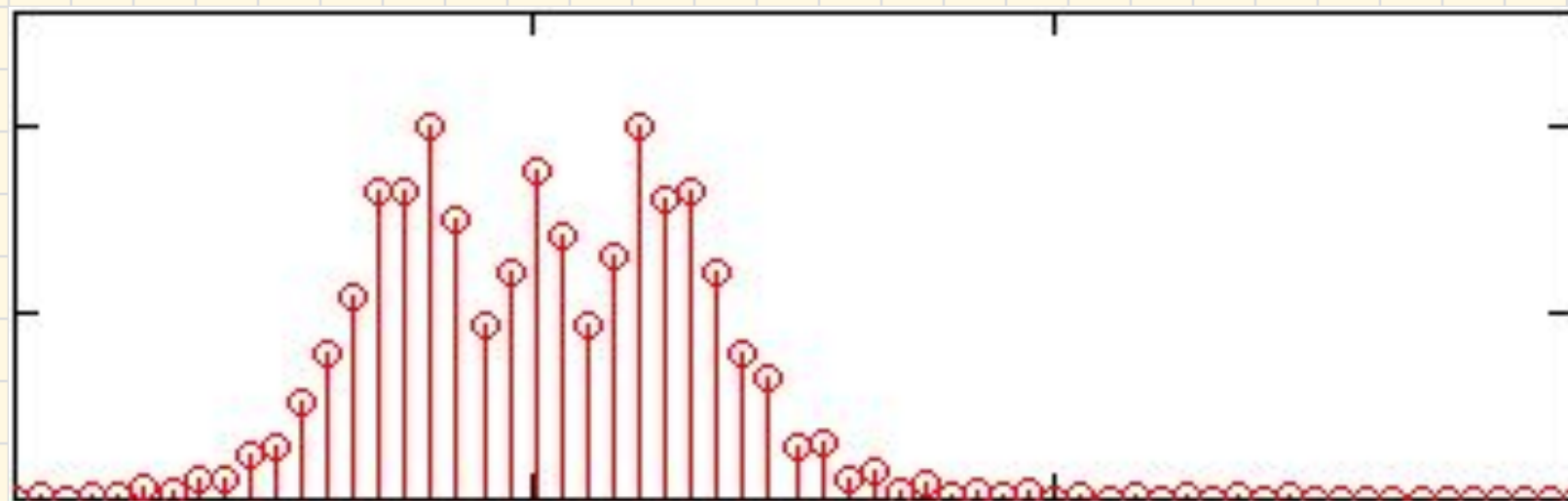
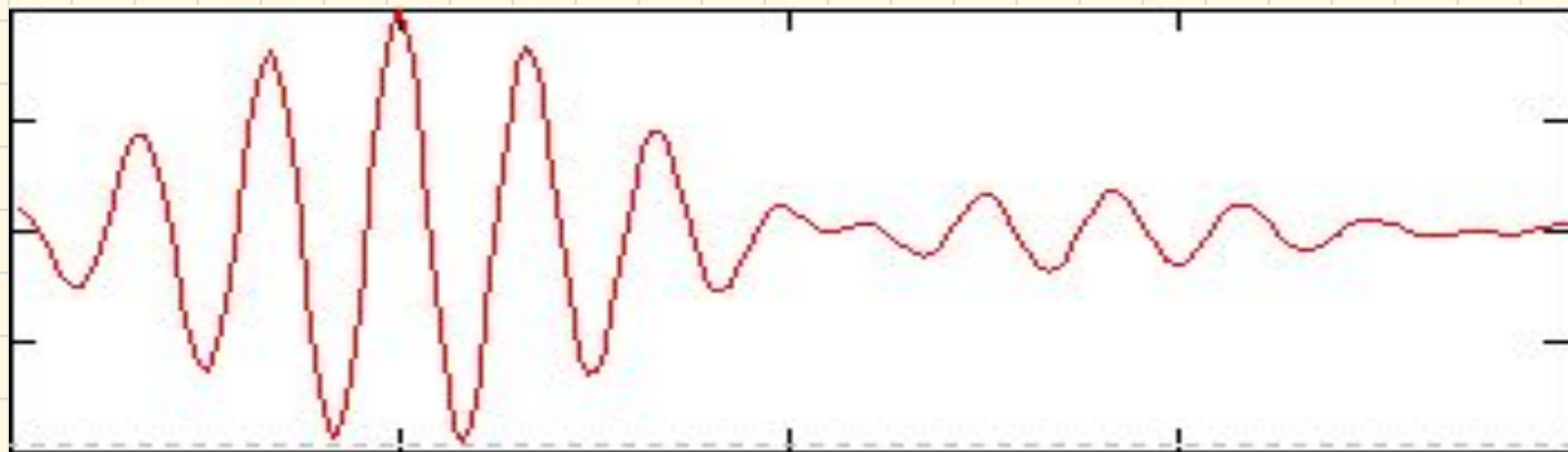
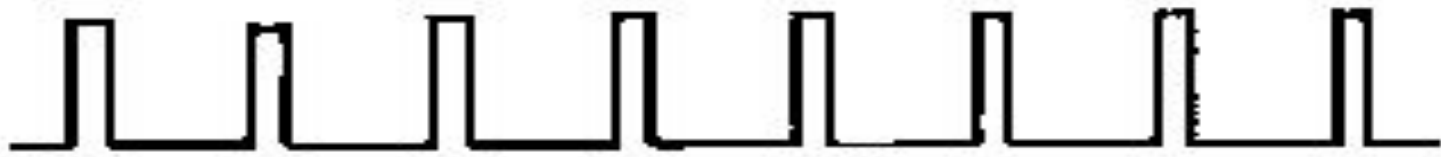


Рис.10 ЛЧМ-радиоимпульс и его спектр





*Видео- и
радиоимпульсы*



Общие сведения

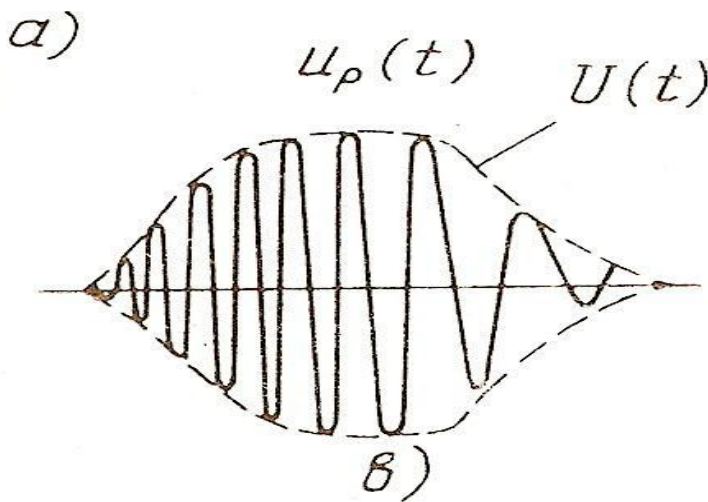
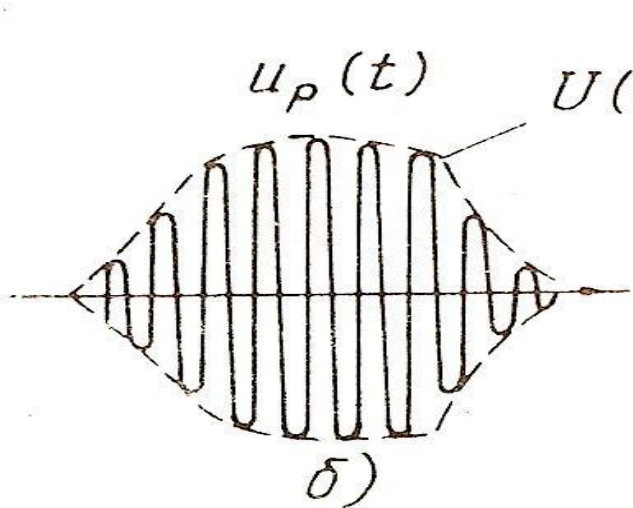
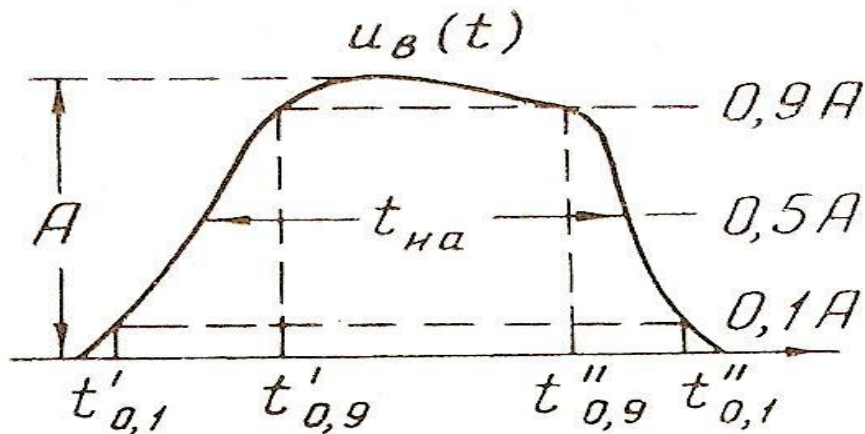
В различных отраслях радиоэлектроники широкое применение находят импульсные сигналы, т.е. сигналы, существующие на конечных отрезках времени. Импульсные сигналы разделяют на два класса: видеоимпульсы $u_B(t)$ (рис.10,а) и радиоимпульсы – импульсы с высокочастотным заполнением $u_p(t) = U(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ (рис.10,б). при этом функция $U(t)$ называется огибающей радиоимпульса, а функция $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ – его заполнением. Радиоимпульсы могут иметь внутриимпульсную угловую (ФЧ и ЧМ) модуляцию (рис.10,в). Последняя широко применяется в бортовых и наземных РЛС различного назначения

Рис. 11

а) Видеоимпульс ;

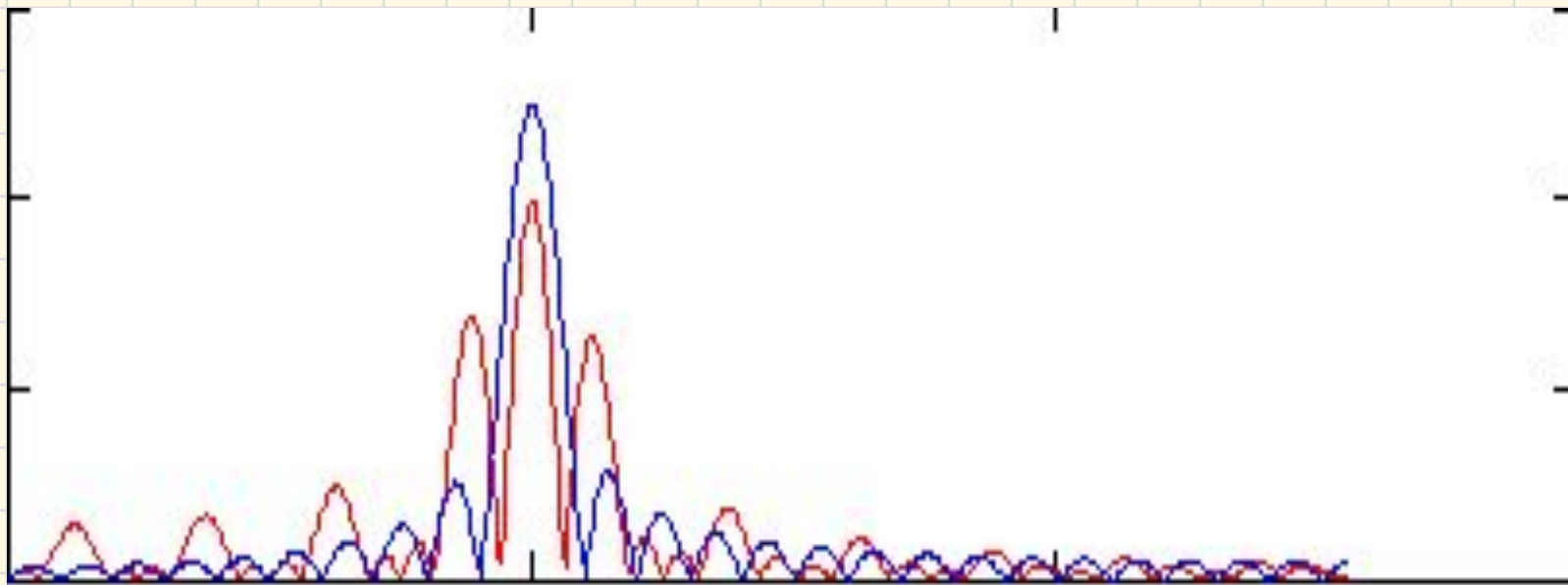
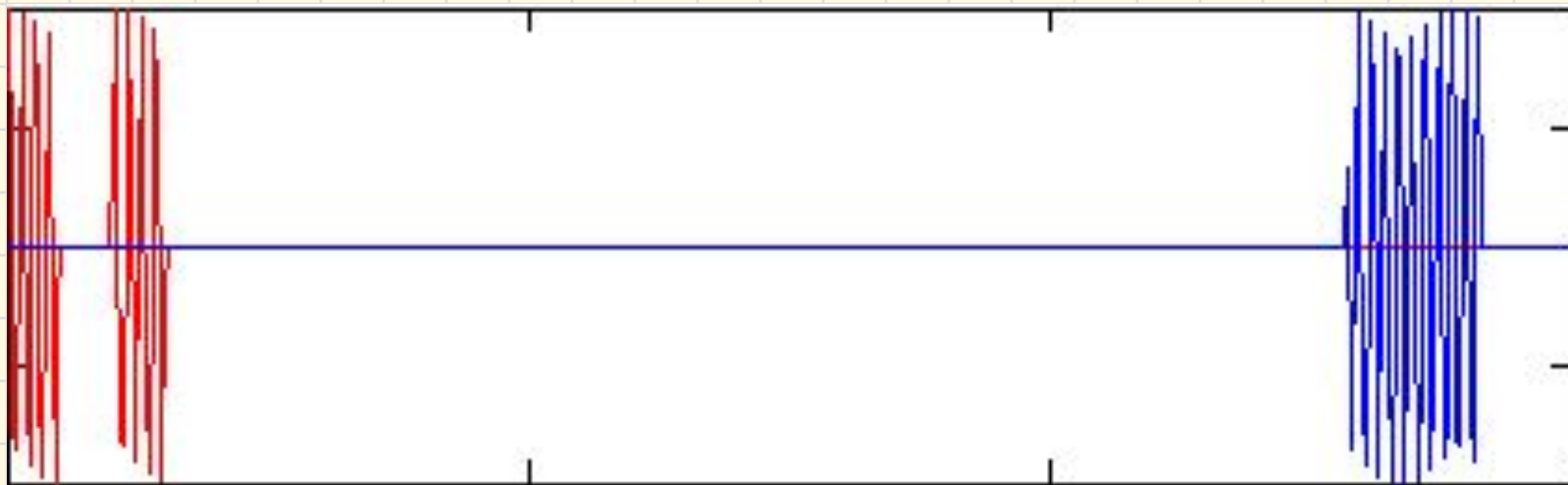
б) радиоимпульс;

в) радиоимпульс с внутриимпульсной частотной модуляцией.



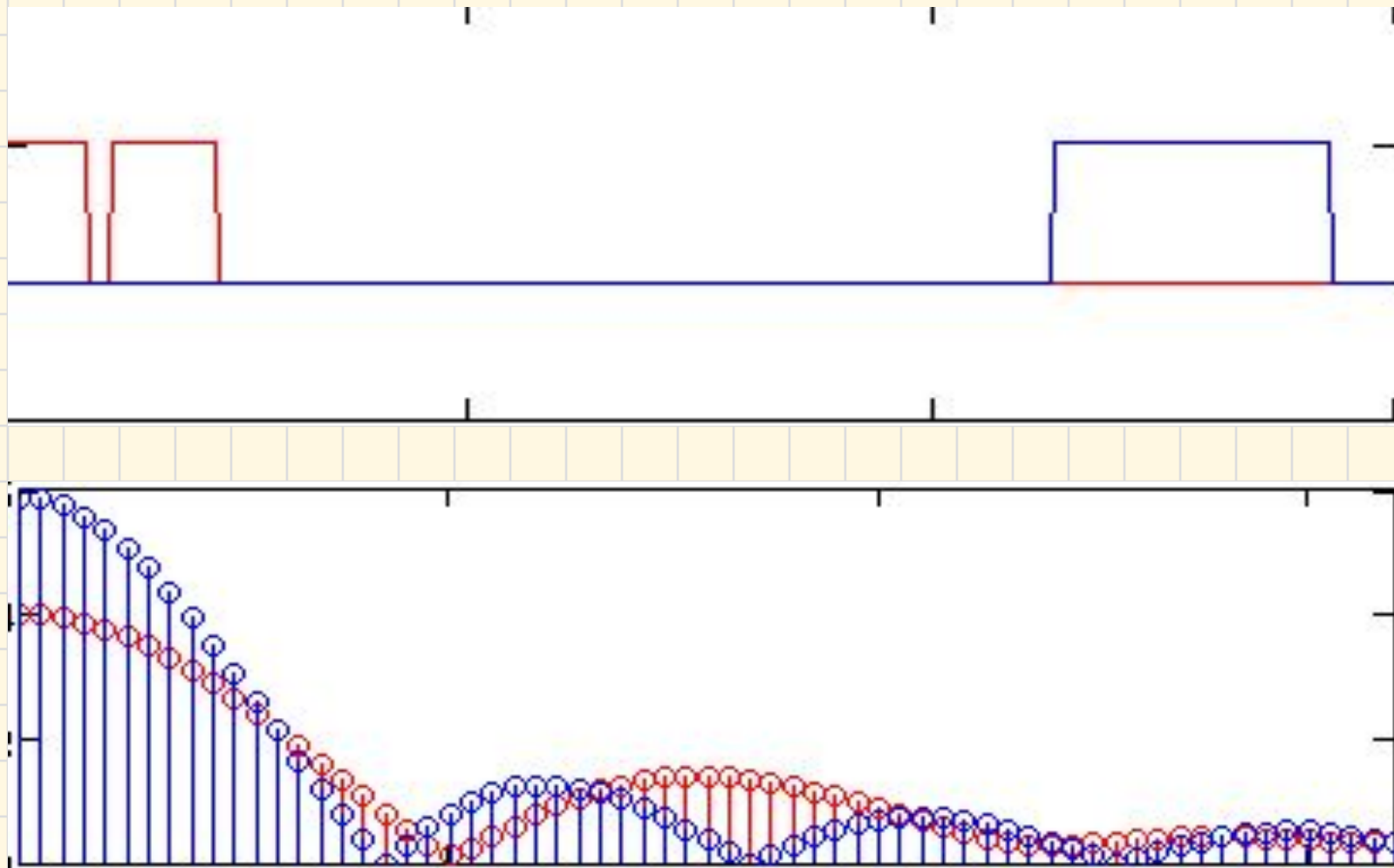
Радиоимпульсом называются прерывистые ВЧ или СВЧ колебания электрического тока или напряжения, амплитуда и продолжительность которых зависят от параметров модулирующих колебаний. Длительность и амплитуда радиоимпульсов соответствуют параметрам модулирующих видеоимпульсов; дополнительный параметр — несущая частота. Радиоимпульсы используют главным образом в радиотехнике и технике связи. Длительность радиоимпульсов находится в пределах от долей секунд до наносекунд.

Рис.13 Радиоимпульс и его спектр



Видеоимпульсами называются импульсы тока или напряжения (преимущественно одной полярности), имеющие постоянную составляющую, отличную от нуля. Различают прямоугольные, пилообразные, трапецеидальные, экспоненциальные, колоколообразные и другие видеоимпульсы. Характерными элементами, определяющими форму и количественные параметры видеоимпульса являются амплитуда , фронт , длительность , спад и скос вершины , выражаемый обычно в процентах от амплитуды. Периодическая последовательность видеоимпульсов характеризуется частотой повторения и скважностью (отношением периода повторения к длительности импульса). Длительность видеоимпульсов — от долей секунд до десятых долей наносекунд (10^{-9} сек). Видеоимпульсы используют в телевидении, вычислительной технике, радиолокации, экспериментальной физике, автоматике и т. д.

Рис.14 Видеоимпульс и его спектр



Спектр видеоимпульсов состоит из гармоник, кратных основной частоте, амплитуда которых уменьшается с увеличением номера гармоники. Поэтому использование гармоник с большими номерами нецелесообразно из-за их малого уровня и трудности отфильтровать нужную гармонику (с помощью фильтра). Спектр коротких прямоугольных видеоимпульсов более богат гармониками. Коэффициент боковых гармоник велик, и для ослабления вредных составляющих спектра требуются сложные избирательные устройства



Рис.12 Видео-, радиоимпульсы и их спектры

