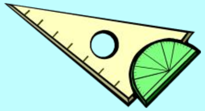
$asinx + bcosx = 0$

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.



$asin^2x + c \cdot sinxcosx + bcos^2x = 0$

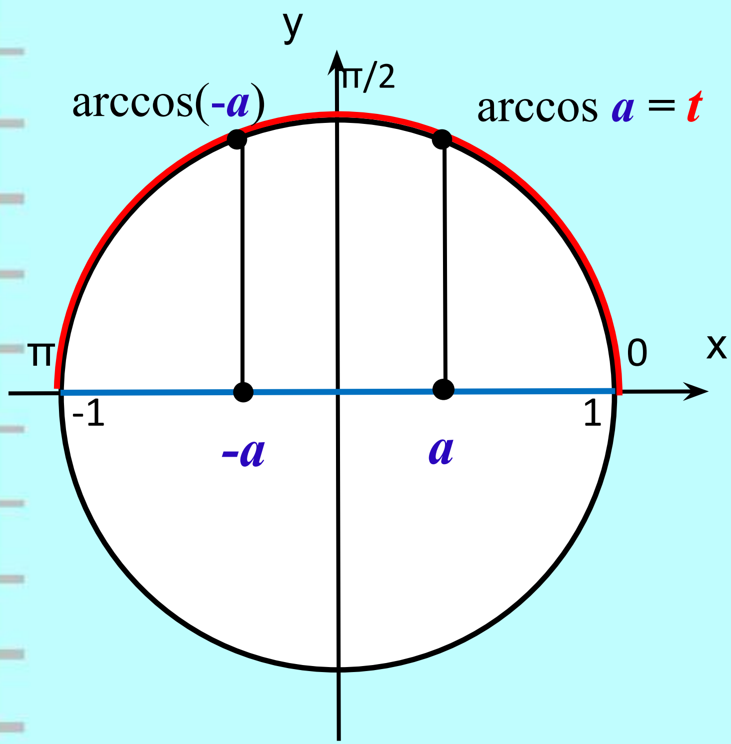
Содержание.

1. Вводная часть, повторение теоретического материала.
2. Решение тригонометрических уравнений.
3. Проблемы, возникающие при решении тригонометрических уравнений.

ЦЕЛЬ:

- Повторить решение тригонометрических уравнений.
- 1. Знать формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.
- 2. Различать типы тригонометрических уравнений и знать способы их решений.
- 3. Уметь решать тригонометрические уравнения любых типов.

Арккосинус

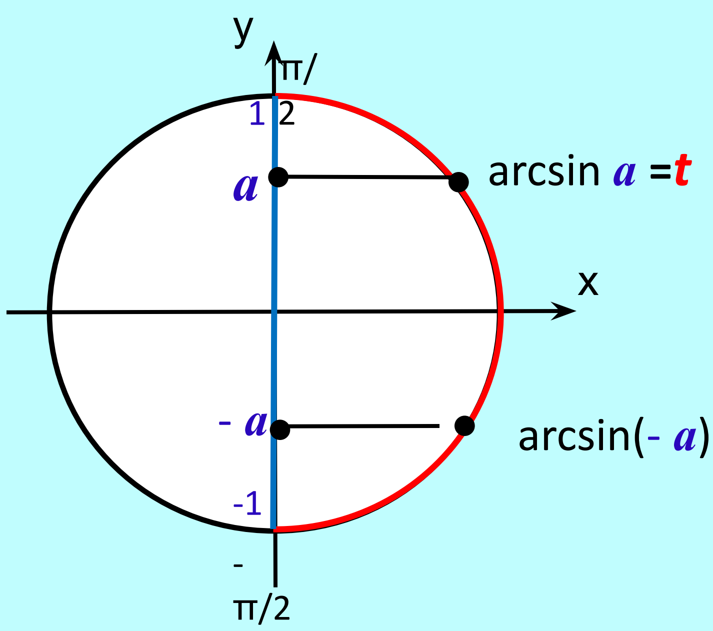


Арккосинусом числа ***a*** называется такое число (угол) ***t*** из [0;π], что **cos *t* = *a*.**

Причём, | ***a*** |≤ **1**.

arccos(- ***a***) = π- arccos ***a***

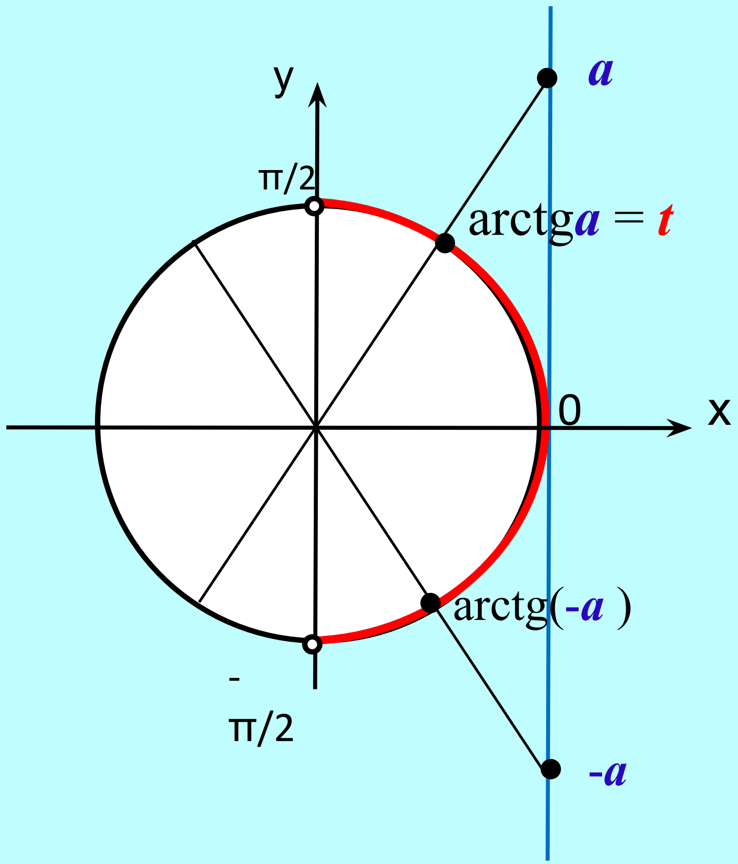
Арксинус



Арксинусом числа ***a*** называется такое число (угол) **t** из **[-π/2;π/2]**, что ***sin t = a.*** Причём, | ***a*** |≤ **1**.

arcsin(- ***a***)= - arcsin ***a***

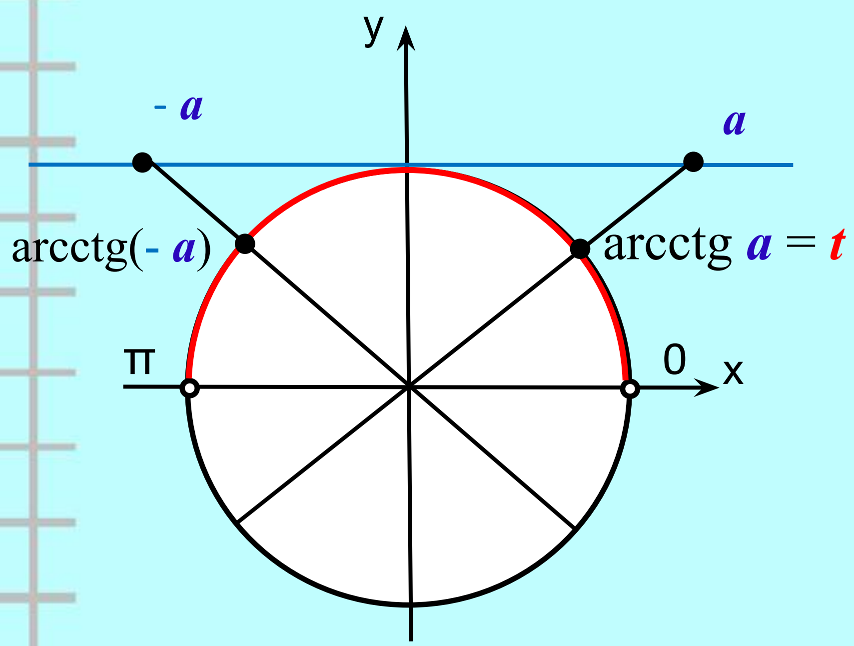
Арктангенс



Арктангенсом числа ***a*** называется такое число (угол) ***t*** из (-π/2;π/2), что ***tg t* = *a* .**
Причём, ***a* Є R.**

arctg(-*a*) = - arctg *a*

Арккотангенс



Арккотангенсом числа ***a*** называется такое число (угол) **t** из (0;π), что c***tg t*** = ***a*.**
Причём, ***a*** ЄR .

arcctg(- ***a***) = π – arcctg ***a***

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

1. cost = *a* , где |***a***| ≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = arccos\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = -arccos\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$$\boxed{t = \pm arccos\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z}$$

Частные случаи

1)cost=0; t = π/2+πk, kЄZ

2)cost=1; t = 2πk, kЄZ

3)cost=-1;t = π+2πk, kЄZ

2. sint = *a*, *где* | *a* |≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = arcsin\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - arcsin\,\boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$$\boxed{t = (-1)^k arcsin\,\boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z}$$

Частные случаи

1)sint=0; t = πk, kЄZ

2)sint=1; t = π/2+2πk, kЄZ

3)sint=-1;t = - π/2+2πk, kЄZ

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

3. tgt = *a*, *a*ЄR

t = arctg ***a*** + πk, k ЄZ

4. ctgt = *a*, *a* ЄR

t = arcctg ***a*** + πk, kЄZ

в)

$tg3x = 1995$

Примеры:

1) $\cos t = -\frac{1}{2}$;

$t = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi k, k \in Z$

$t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

3) $tg3t = 2017$;

2) $\sin t = \frac{\pi}{3}$;

2) $\sin t = \frac{\pi}{3}$;

Решений нет

4) $ctg t = -\sqrt{3}$

$t = arcctg(-\sqrt{3}) + \pi k, k \in Z$

$t = \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in Z.$

Решение простейших уравнений

1) $\mathrm{tg}2x = -1$

$2x = \mathrm{arctg}(-1) + \pi k,\ k\in Z$

$2x = -\pi/4 + \pi k,\ k\in Z$

$x = -\pi/8 + \pi k/2,\ k\in Z$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2,\ k\in Z$.

2) **$\cos(x+\pi/3) = ½$**

$x+\pi/3 = \pm\arccos 1/2 + 2\pi k,\ k\in Z$

$x+\pi/3 = \pm\pi/3 + 2\pi k,\ k\in Z$

$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k,\ k\in Z$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k,\ k\in Z$

Методы решения тригонометрических уравнений.

$$2)\ \sin t = \frac{\pi}{3};$$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Решение.

$$2)\ \sin t = \frac{\pi}{3};$$

Виды тригонометрических уравнений

1)Однородное уравнение первой степени:

Решаются делением на cos x (или sinx) и методом введения новой переменной.

$$\mathbf{a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0}$$

Т.к. sinx и cosx одновременно не равны нулю, то разделим обе части уравнения на cosx (или на sinx). Получим: простое уравнение

$$a \cdot tgx + b = 0 \text{ или } tgx = m$$

Пример. Решите уравнение sinx + 2cosx = 0.

Решение: Разделим обе части уравнения на cosx.

Получим $\frac{\sin x}{\cos x} + 2\frac{\cos x}{\cos x} = 0$

$$tgx + 2 = 0$$

$$tgx = -2$$

$$x = -arctg 2 + \pi k,\ k \in Z$$

Ответ: $-arctg 2 + \pi k,\ k \in Z$

Виды тригонометрических уравнений

2) Однородные уравнения второй степени:

Решаются делением на $\cos^2 x$ (или $\sin^2 x$) и методом введения новой переменной.

$$a\cdot\sin^2 x + b\cdot\sin x\cdot\cos x + c\cdot\cos^2 x = 0$$

Разделим обе части на $\cos^2 x$. Получим квадратное уравнение:

$$a\cdot tg^2 x + b\cdot tg x + c = 0.$$

Пример. *Решить уравнение:* $3\sin^2 x + 4\sin x\cdot\cos x + 5\cos^2 x = 2.$

Решение. $3\sin^2 x + 4\sin x\cdot\cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x,$

$\sin^2 x + 4\sin x\cdot\cos x + 3\cos^2 x = 0,$

$tg^2 x + 4\,tg\,x + 3 = 0,$ *отсюда* $y^2 + 4y + 3 = 0,$

корни этого уравнения: $y_1 = -1,\ y_2 = -3,$ *отсюда*

1) $tg\,x = -1,$ 2) $tg\,x = -3,$

Ответ: $-\dfrac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z;\ -arctg 3 + \pi n,\ n \in Z$

Решение тригонометрических уравнений по известным алгоритмам

Вариант 1.

На «3»

- $3 \sin x + 5 \cos x = 0$
- $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$

На «4»

- $3 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 0$
- $5 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 1$

На «5»

- $2 \sin x - 5 \cos x = 3$
- $1 - 4 \sin x + 6 \cos^2 x = 0$

Вариант 2.

На «3»

- $\cos x + 3 \sin x = 0$
- $6 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

На «4»

- $2 \sin^2 x – \sin x \cos x = 0$
- $4 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x – 4 \cos^2 x = 1$

На «5»

- $2 \sin x - 3 \cos x = 4$
- $2 \sin^2 x - \cos x + 1 = 0$

Спасибо За внимание!