**МБПОУ «Псковский агротехнический колледж»**

***Сближение теории с практикой дает самые благоприятные результаты, и не одна только практика от этого выигрывает, сами науки развиваются под влиянием ее.***
***П. Л. Чебышев***

# Тема: «Интеграл и его практическое применение»

***Преподаватель математики Чернопийская Е.Н.***

## Цель работы:

Расширить область математических знаний.
Развивать логическое мышление.
Вывести общие формулы, позволяющие решать задачи интегрирования.
Исследовать, что интеграл широко применяется в различных сферах жизнедеятельности.

## Объект исследования:

область математики – интегрирование.

## Задачи исследования:

- собрать, изучить и систематизировать материал об интеграле;
- рассмотреть, как интеграл используется при решении различных жизненных ситуаций;
- использование интеграла в различных сферах жизнедеятельности.

# Что такое интеграл и что значит интеграция и интегрирование?

Выполнил студент группы 61 -11

Петров Данил

# Значение слов в толковом словаре

- ИНТЕГРАЛ

- по Ефремовой:
- Интеграл - целая величина, рассматриваемая как сумма своих бесконечно малых частей.

- по Ожегову:
- Интеграл - величина, получающаяся в результате действия, обратного дифференцированию

- в Энциклопедическом словаре:
- Интеграл - (от лат. integer - целый) - см. Интегральное исчисление.

- по словарю Ушакова:
- ИНТЕГРАЛ, интеграла, (от латинского integer - целый) (математическое понятие). Конечная измеримая величина в отношении к бесконечно малой части ее - к дифференциалу.

- по словарю Даля:
- Математическое латинское понятие. конечная, измеримая величина, в отношении к бесконечно малой части ее, к дифференциалу. Интегральное вычисление, искусство отыскивать интеграл по дифференциалу. Интегрировать, вычислять, находить интеграл;

- ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Интегрирование - операция отыскания неопределенного интеграла (см.Интегральное исчисление) или решения дифференциального уравнения. Значение слова Интегрировать по Ефремовой:

- Интегрировать - Объединять части в единое целое.
- Находить интеграл данной функции.
- по Ожегову:
- Интегрировать - Найти (находить) интеграл данной функции
- Интегрировать Объединить (-нять) в одно целое
- по словарю Ушакова:
- интегрирую, интегрируешь. Найти (находить) интеграл данной функции. Значение слова Интегральный по словарю Ушакова:
- ИНТЕГРАЛЬНЫЙ
- интегральная, интегральное. 2. Неразрывно-связанный, составляющий неотъемлемую часть целого (науч.).

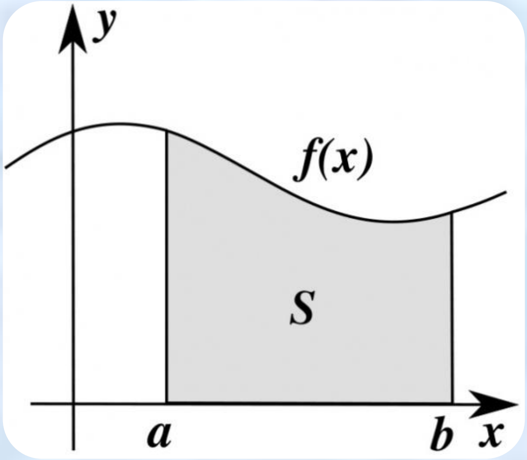
# Немного истории

**ВЫПОЛНИЛИ СТУДЕНТЫ ГРУППЫ 61 -11**

**ЕФИМОВ ДМИТРИЙ**
**КОРОТКЕВИЧ ЕВГЕНИЙ**
**АНДРЕЙЧУК СЕРГЕЙ**

# Определение

**Интеграл функции** — аналог суммы последовательности. Неформально говоря, (определённый) интеграл является площадью части графика функции (в пределах интегрирования), то есть площадью криволинейной трапеции.




Процесс нахождения интеграла называется ***интегрированием***.

$$\int C*f(x)dx = C*\int f(x)dx$$

$$\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \quad c \in (a;b)$$

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+8} = \int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{x^2+2x+8} + \int_{0}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+8} = \lim_{M\to-\infty}\int_{M}^{0} \frac{dx}{x^2+2x+8} + \lim_{N\to\infty}\int_{0}^{N} \frac{dx}{x^2+2x+8} =$$

$$= \lim_{M\to-\infty}\int_{M}^{0} \frac{dx}{(x+1)^2+7} + \lim_{N\to\infty}\int_{0}^{N} \frac{dx}{(x+1)^2+7} = \lim_{M\to-\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\operatorname{arctg}\frac{x+1}{\sqrt{7}}\right)\Bigg|_M^0 + \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\operatorname{arctg}\frac{x+1}{\sqrt{7}}\right)\Bigg|_0^N =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{7}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{7}} - \lim_{M\to-\infty}\operatorname{arctg}\frac{M+1}{\sqrt{7}}\right) + \frac{1}{\sqrt{7}}\left(\lim_{N\to\infty}\operatorname{arctg}\frac{N+1}{\sqrt{7}} - \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{7}}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{7}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\pi}{2} - \frac{1}{\sqrt{7}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\pi}{2} + \frac{1}{\sqrt{7}}\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{7}}.$$

$$\iint_D (2x+y)dxdy = \int_{-1}^{0} dx \int_{-x}^{1} (2x+y)dy + \int_{0}^{1} dx \int_{x^2}^{1} (2x+y)dy =$$

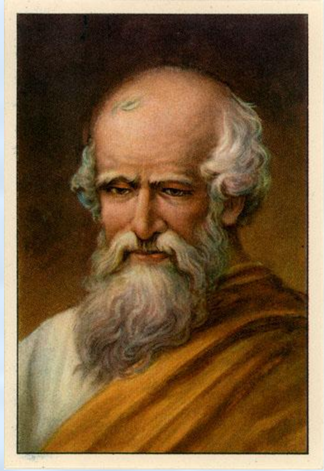
$$= \int_{-1}^{0} dx\left(2xy + \frac{y^2}{2}\right)\Bigg|_{-x}^{1} + \int_{0}^{1} dx\left(2xy + \frac{y^2}{2}\right)\Bigg|_{x^2}^{1} =$$

$$= \int_{-1}^{0}\left(2x + \frac{1}{2} + 2x^2 - \frac{x^2}{2}\right)dx + \int_{0}^{1}\left(2x + \frac{1}{2} - 2x^3 - \frac{x^4}{2}\right)dx = \frac{9}{10}.$$

Символ введен Лейбницем (1675 г.). Этот знак является изменением латинской буквы S (первой буквы слова сумма). Само слово интеграл придумал Я. Бернулли (1690 г.). Вероятно, оно происходит от латинского integero, которое переводится, как приводить в прежнее состояние, восстанавливать.

# Интеграл в древности

Возникновение задач интегрального исчисления связано с нахождением площадей и объемов. Ряд задач такого рода был решен математиками древней Греции. Античная математика предвосхитила идеи интегрального исчисления в значительно большей степени, чем дифференциального исчисления. Большую роль при решении таких задач играл исчерпывающий метод, созданный Евдоксом Книдским (ок. 408 - ок. 355 до н. э.) и широко применявшийся Архимедом (ок. 287 - 212 до н. э.).



# Интеграл в древности

Однако Архимед не выделил общего содержания интеграционных приемов и понятий об интеграле, а тем более не создал алгоритма интегрального исчисления. Ученые Среднего и Ближнего Востока в IX - XV веках изучали и переводили труды Архимеда на общедоступный в их среде арабский язык, но существенно новых результатов в интегральном исчислении они не получили.

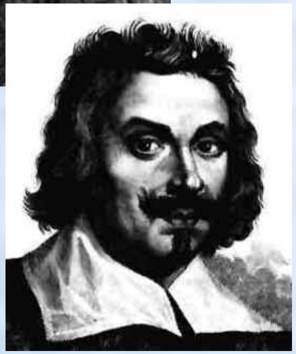
Деятельность европейских ученых в это время была еще более скромной. Лишь в XVI и XVII веках развитие естественных наук поставило перед математикой Европы ряд новых задач, в частности задачи на нахождение квадратур (задачи на вычисление площадей фигур), кубатур (задачи на вычисление объемов тел) и определение центров тяжести .

# История возникновения интеграла

Труды Архимеда, впервые изданные в 1544 (на латинском и греческом языках), стали привлекать широкое внимание, и их изучение явилось одним из важнейших отправных пунктов развития интегрального исчисления. Архимед предвосхитил многие идеи интегрального исчисления. Но потребовалось более полутора тысяч лет, прежде чем эти идеи нашли четкое выражение и были доведены до уровня исчисления.

Математики XVII столетия, получившие многие новые результаты, учились на трудах Архимеда. Активно применялся и другой метод - метод неделимых, который также зародился в Древней Греции.

# История возникновения интеграла



На такой кажущейся теперь по меньшей мере сомнительной основе И. Кеплер (1571 - 1630 гг.) в своих сочинениях "Новая астрономия" (1609 г.) и "Стереометрия винных бочек" (1615 г.) правильно вычислил ряд площадей (например площадь фигуры, ограниченной эллипсом) и объемов (тело резалось на бесконечно тонкие пластинки).

Эти исследования были продолжены итальянскими математиками Б. Кавальери (1598 - 1647 годы) и Э. Торричелли (1608 -1647 годы).

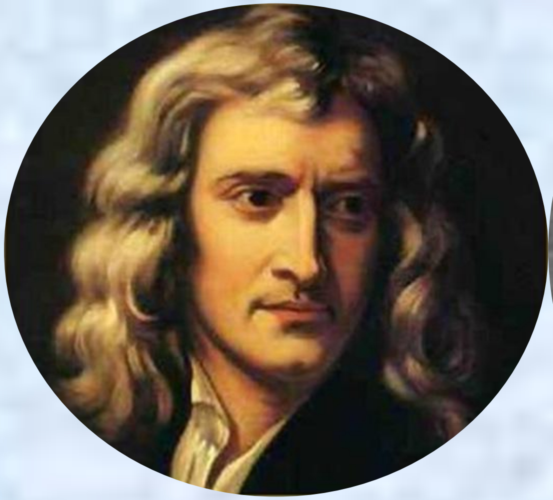
# История возникновения интеграла

В XVII веке были сделаны многие открытия, относящиеся к интегральному исчислению.

Однако при всей значимости результатов, полученных математиками XVII столетия, исчисления еще не было. Необходимо было выделить общие идеи, лежащие в основе решения многих частных задач, а также установить связь операций дифференцирования и интегрирования, дающую достаточно точный алгоритм.

# История возникновения интеграла

Это сделали Ньютон и Лейбниц, открывшие независимо друг от друга факт, известный вам под названием формулы Ньютона - Лейбница. Тем самым окончательно оформился общий метод.



$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

# История возникновения интеграла

Предстояло еще научиться находить первообразные многих функций, дать логические основы нового исчисления и т. п. Но главное уже было сделано: дифференциальное и интегральное исчисление создано.

# История возникновения интеграла

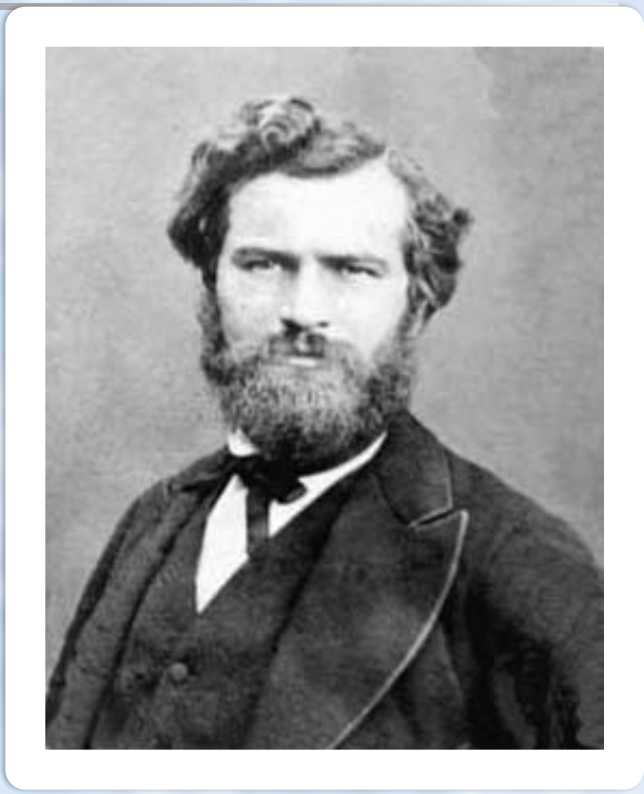
Методы математического анализа активно развивались в следующем столетии (в первую очередь следует назвать имена Л. Эйлера, завершившего систематическое исследование интегрирования элементарных функций, и И. Бернулли). В развитии интегрального исчисления приняли участие русские математики М. В. Остроградский (1801 - 1862 гг.), В. Я. Буняковский (1804 - 1889 гг.), П. Л. Чебышев (1821 - 1894 гг.).

# История возникновения интеграла

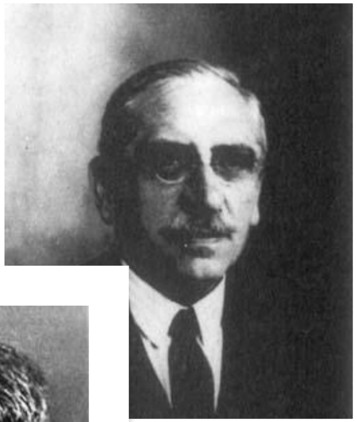
Строгое изложение теории интеграла появилось только в прошлом веке, Решение этой задачи связано с именами О. Коши, одного из крупнейших математиков немецкого ученого Б. Римана (1826 - 1866 гг.), французского математика Г. Дарбу (1842 - 1917).

# История возникновения интеграла

Ответы на многие вопросы, связанные с существованием площадей и объемов фигур, были получены с созданием К. Жорданом (1826 - 1922 гг.) теории меры.



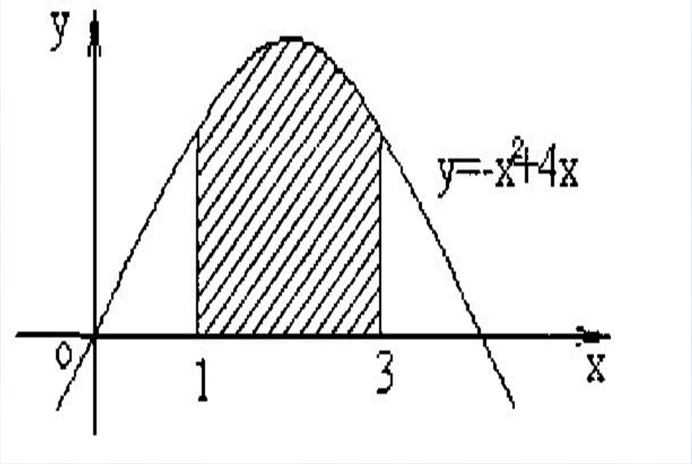
# История возникновения интеграла



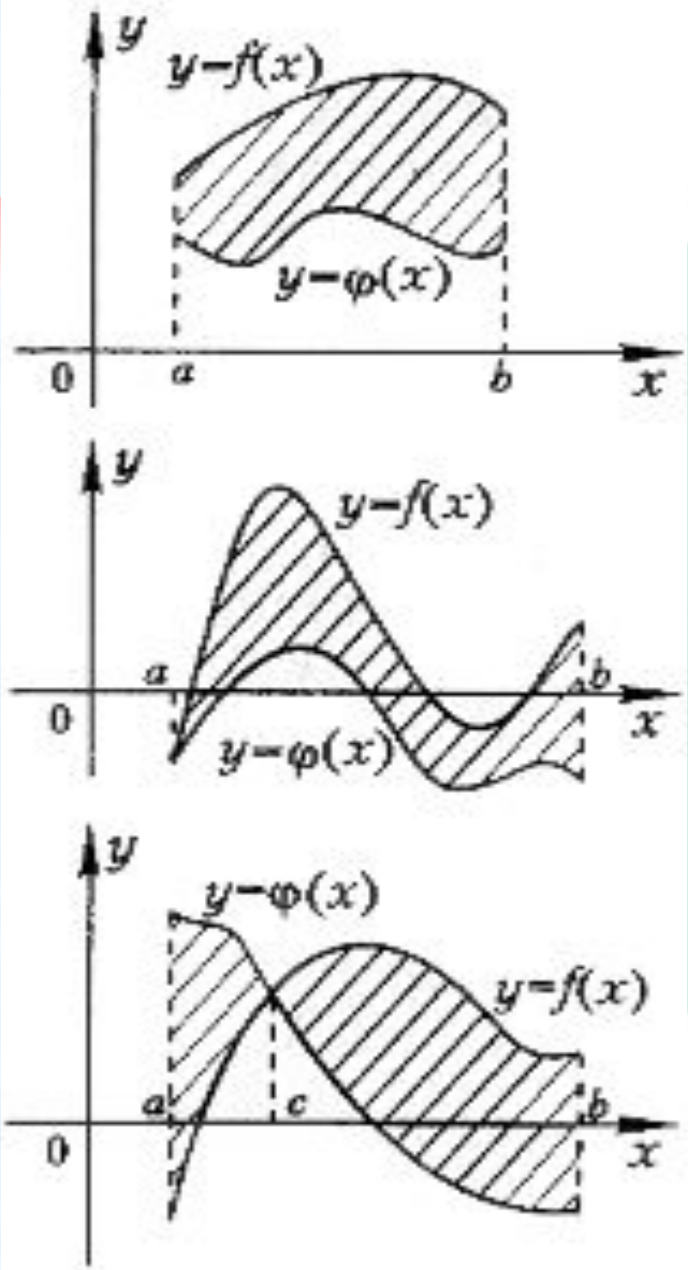
Различные обобщения понятия интеграла уже в начале нашего столетия были предложены французскими математиками А. Лебегом (1875 - 1941 гг.) и А. Данжуа (1884 - 1974) советским математиком А. Я. Хинчиным (1894 -1959 гг.)

# Повторение вопросов теории:

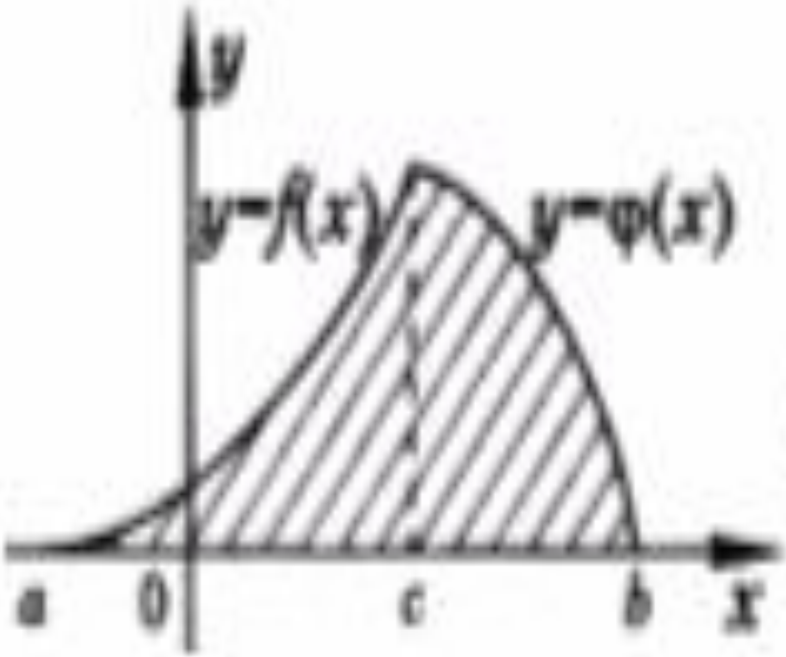
- Как называется функция F(x) для функции f(x) в записи формулы Ньютона - Лейбница?
- Неопределенный интеграл – это…
- Каким действием нужно проверять результат интегрирования?
- Назовите основные методы интегрирования.
- В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
- Как вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями на рисунке?

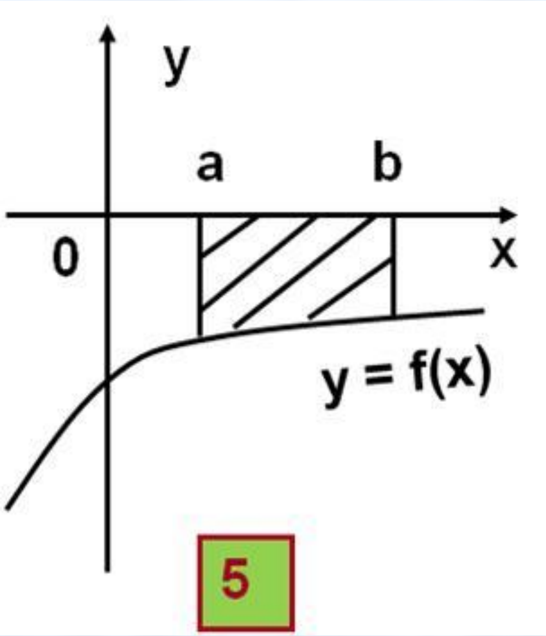


# Найти площадь заштрихованной фигуры



y
y=f(x)
y=φ(x)
0
a
b
x
y
y=f(x)
a
b
0
x
y=φ(x)
y
y=φ(x)
y=f(x)
a
c
b
0
x


y
y=f(x)
y=φ(x)
a
0
c
b
x


y
a
b
0
x
y = f(x)
5

# Какой метод интегрирования надо применить при вычисления интеграла ?

$\int (9x^8 - 4x^5 + 3)dx$ b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ c) $\int (5x^3 + 1)^6 x^2\, dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\ dx$ b) $\int (2x^4 + 3)x^3\ dx$ c) $\int 8\, x^7\, dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x\ dx$

# Решение – 5 минут

На оценку 5 можно решить

- Непосредственное интегрирование – решить 4 примера или
- Метод замены переменной – 2 примера или
- Метод интегрирования по частям – 1 пример ( выбор за вами)

# Может ли современная наука обойтись без применения интегралов.

В каких сферах современной науки применяется интеграл и в каких случаях?

# Применение определенного интеграла в физике

Команда:

Кодесников Владислав

Гримович Никита

Игнатьев Иван

Воробьева Александра

Андрейчук Сергей

# Применение интеграла

## ФИЗИКА

- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Масса
- Перемещение
- Давление
- Количество теплоты

ρ

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N(t)dt$$

***A - работа,***
***F – сила,***
***N - мощность***

***S-перемещение***
***v-скорость***
***a- ускорение***

$$\upsilon = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt$$

# Физика

*m – масса тонкого стержня,*
*ρ - линейная плотность*

$$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t)dt$$

***q – электрический заряд,***
***I –сила тока***

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$$

***Q – количество теплоты***
***c - теплоемкость***

# Рассмотрим примеры задач по данной теме

## № 1

*Скорость движения материальной точки задается формулой*

*$v$=($4t^3 - 2t + 1$) м/с. Найти путь, пройденный точкой за первые 4с от начала движения.*

# РЕШЕНИЕ:

$$s = \int_0^4 (4t^3 - 2t + 1)dt = (t^4 - t^2 + t)\Big|_0^4$$

$$= 256 - 16 + 4 = 244\ (\text{м}).$$

$\boxed{\text{Ответ: 244 м}}$

## № 2

Скорость движения изменяется по закону $v = 2t$ м/с. Найти длину пути, пройденного телом за 3-ю секунду его движения.

**Решение:**

$$s = \int_2^3 2t\,dt = t^2 \Big|_2^3 = 9 - 4 = 5\ (\text{м}).$$

Ответ: 5 м

# № 3

Скорость движения тела задана уравнением $v = (2t - 3t^2)$ м/с. Определить путь, пройденный телом от начала движения до остановки.

# Решение:

**Скорость движение тела равна нулю в момент начала его движения и остановки. Найдем момент остановки тела, для чего приравняем скорость нулю и решим уравнение относительно t; получим** $12t - 3t^2 = 0; 3t(4-t) = 0;\ t_1 = 0,\ t_2 = 4$.

**Следовательно,**

$$s = \int_0^4 (12t - 3t^2)dt = (6t^2 - t^3)\Big|_0^4 = 6 * 4^2 - 4^3 = 32\ (\text{м}).$$

Ответ: 32 м

## № 4

Тело брошено вертикально вверх со скоростью, которая изменяется по закону $v = (29,4 - 9,8t)$ м/с.

Найти наибольшую высоту подъема.

# Решение:

Найдем время, в течении которого тело поднималось вверх: $29{,}4-9{,}8t=0$ (в момент наибольшего подъема скорость равна нулю); $t=3$ с. Поэтому

$$s=\int_0^3(29{,}4-9{,}8t)dt=9{,}8\left(3t-\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^3=44{,}1\ (\text{м}).$$

**Ответ: 44,1 м**

# Задачи для самостоятельного решения

- Вычислите количество электричества,

протекшего по проводнику за промежуток времени [ 2;3 ], если сила тока задается формулой $I = 3t^2 - 2t + 5$

Ответ: 9

- Найти путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения,

если скорость тела v(t) = 10t + 2 (м/с).

Ответ: 88 м

# Применение определенного интеграла в биологии

Команда

Гуляева Евгения

Голубева Валерия

Ефимов Дмитрий

Елина Дарина

Иванов Даниил

## БИОЛОГИЯ

- Длина перелета перелетных птиц
- Биомасса популяции
- Скорость размножения членов популяции
- Численность популяции


Длина перелета перелетных птиц
S-перемещение
v-скорость
a- ускорение
Биология
Вычисление биомассы популяции
Скорость размножения членов популяции

# Примеры решения

задача 1 Количество зараженных в начальный момент времени 7 ч закон скорости заражения от 1 человека в зависимости от времени у = 6х +1 за один день. Сколько ожидается зараженных через три дня ?

Решение:

1 человек заразит $\int_0^3 (6x+1)dx = 3x^2 + x|_0^3 = 3 * 3^2 + 3 - 0 = 30$

От 7 человек заражение: 7*30 = 210

Ответ: 210 ч

# Задачи для самостоятельного решения

Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий М = 5м +4 за одну минуту. Какое количество бактерий будет через 10 минут ?

Ответ: 290 б

# Применение определенного интеграла в экономике

Команда

Рейникова Алена

Короткевич Евгений

Бондарева Ольга

Леонова Анастасия

Артемьева Виктория

# ЭКОНОМИКА

- Количество товара
- Производительность
- Объем продукции

*q – количество товара,*
*p – цена единицы товара*
*(p*; q*) – точка равновесия*

*CS - потребительский излишек*
*PS - излишек производителя*

$$CS = \int_0^{q*} p(q)dq - p*q*$$

$$PS = p*q* - \int_0^{q*} p(q)dq$$

*G – коэффициент Джини*

$$G = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

# Экономика

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$\Pi = \int_0^T I(t)e^{-pt}dt$$

*f - производительность,*
*t- время,*
*V- объём продукции*

*П – дисконтированная стоимость денежного потока ,*
*I- скорость денежного потока,*
*p - годовая процентная ставка,*
*t - время*

# Пример №1

Экспериментально установлено,

что продуктивность

труда работника приближенно выражается формулой:

$f(t) = -0{,}0033t^2 - 0{,}089t + 20{,}96$

t-рабочее время в часах.

Вычислить объем выпуска продукции за квартал, считая рабочий

день 8- часовым,

кол-во рабочих дней в квартале – 62.

## Решение.

**Объем выпуска продукции в течение смены является первообразной для функции, выражающей продуктивность труда следовательно**

$$V = \int_0^8 f(t)\,dt$$

**В течение квартала**

$$V = 62\int_0^8 f(t)\,dt =$$

$$= 62\int_0^8 \left(0.0033t^2 \quad 0.089t + 20.92\right)dt = 62 \qquad 0.0033\frac{t}{3} \quad 0.089t + 20.96t \quad \Big|_0^8 = 62( \quad 0{,}001 \quad 512 \quad 2{,}848 + 167{,}68) \approx$$

$$\approx 10185(ed)$$

**Ответ: объем выпуска продукции за квартал равен 10185 единицам.**

# Пример №2

**Экспериментально установлено,**
**что зависимость расхода бензина автомобилем от скорости на 100 км, пути выражается формулой:**
**Q = 18-0,3υ + 0,003υ2, где 30<υ ≤110**
**Определить средний расход бензина, если скорость движения 50-60 км/ч**

**Решение:**

$$V = \int_{50}^{60} f(t)dt$$

$$V = \int \frac{(18 - 0{,}3\upsilon + 0{,}003\upsilon^2)d\upsilon}{60 - 50} = \frac{(18\upsilon - 0{,}3\frac{\upsilon}{2} \pm 0{,}003\frac{\upsilon}{3})\Big|_{50}^{60}}{10}$$

**= 1/10(18·60 – 0, 3·1800 + 0,003·72000 – 18·50 + 0, 31250 – 0, 00341667) =**
**= 10.6 л**

**Ответ:** на 100км пути при скорости 50-60 км/ч, расходует в среднем 10.6 л

# Задачи для самостоятельного решения

1. Определить объем продукции, произведенный рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией: $y = 3/(3x + 1) + 4$

Ответ: $\ln\frac{10}{7} + 4$

2. Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией $f(t) = 2t + 5$.

Ответ: 24

# Применение определенного интеграла в математике

Команда

Трофимов Анатолий

Петров Даниил

Калинкин Игорь

Семенова Дарья

Яковлева Диана

Савельев Андрей

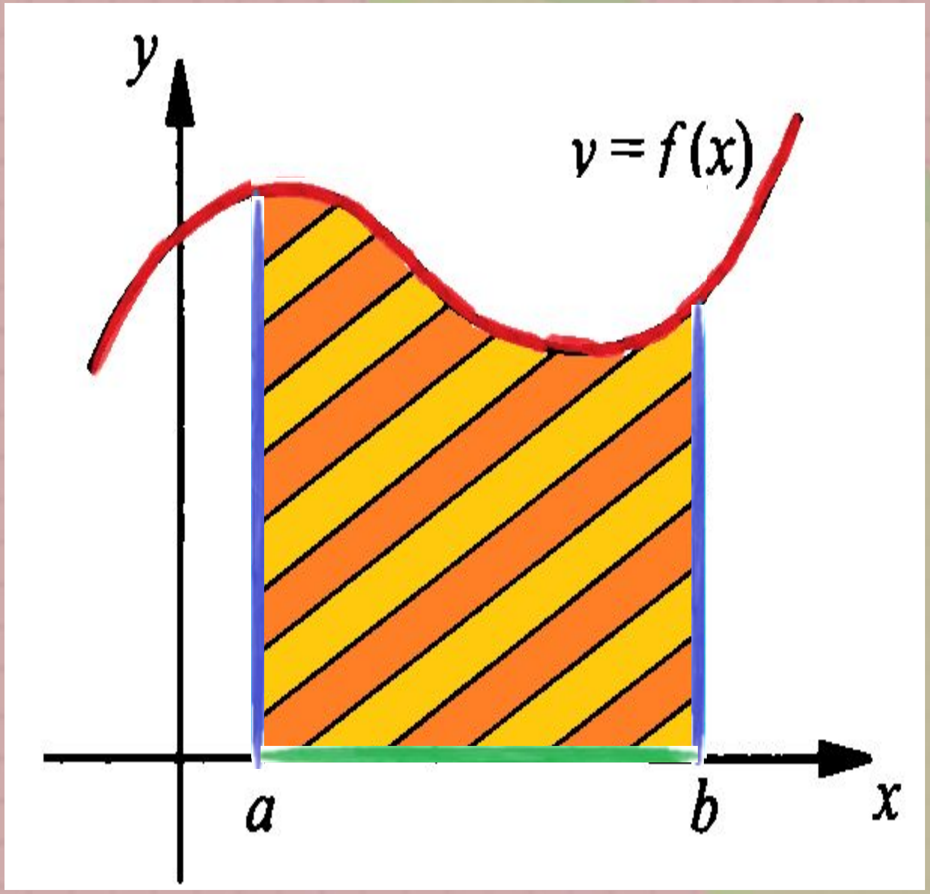
# ГЕОМЕТРИЯ

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения

# Применение инт
# в геометри

Автор
Трофимов Анатолий
студент 1 курса г

# Определение криволинейной трапеции




Фигуру, ограниченную графиком функции,

отрезком [a;b]

и прямыми

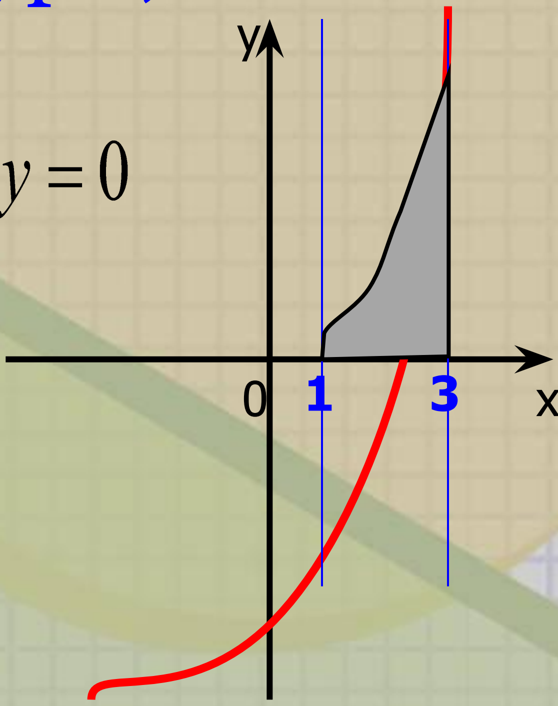
x = a, x = b

называют криволинейной трапецией

# Задача №1

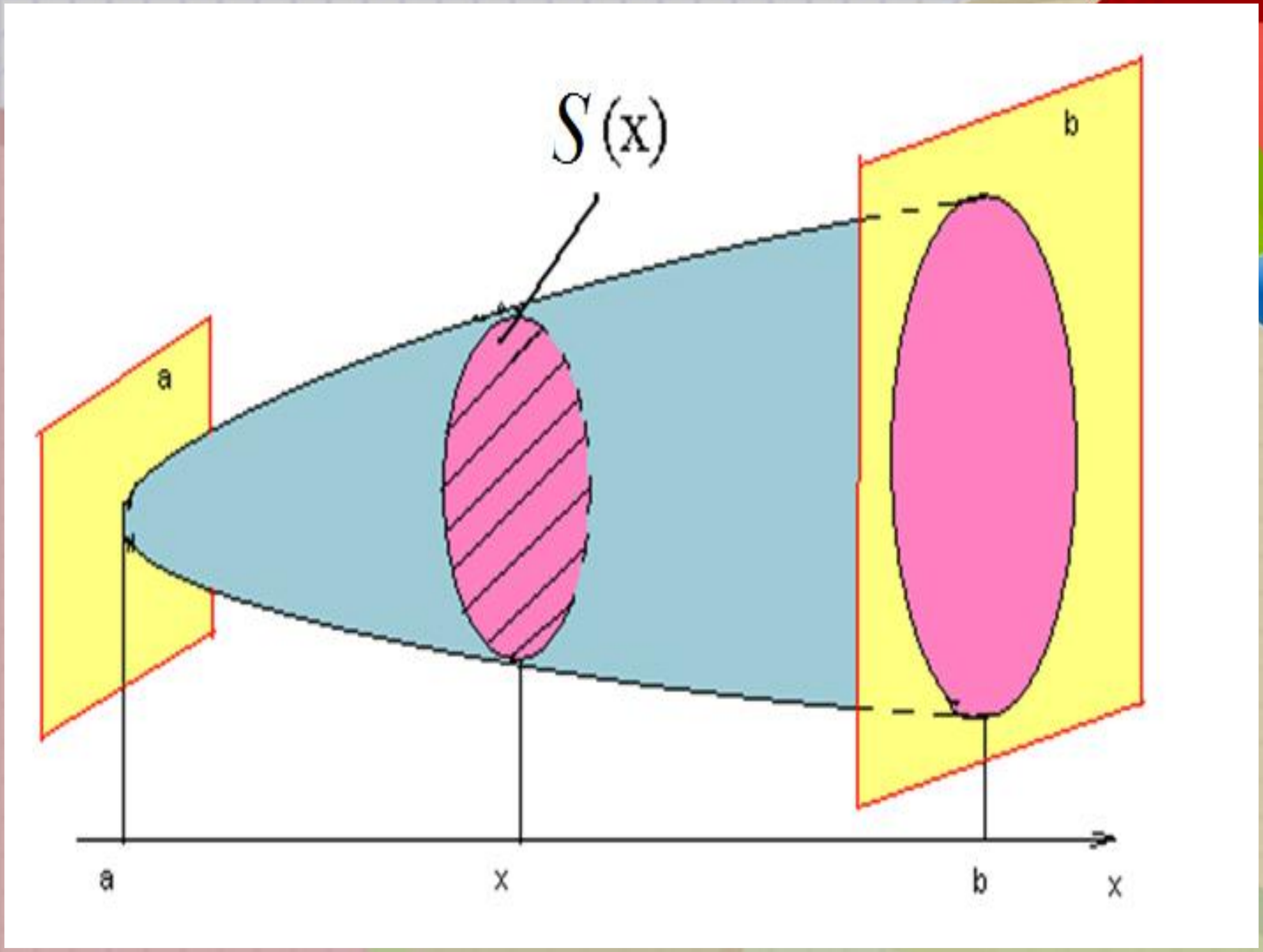
Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^3, x = 1, x = 3, y = 0$$




$$S = \int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Bigg|_1^3 = \frac{3^4}{4} - \frac{1^4}{4} = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

# 2. Вычисление объёмов тел

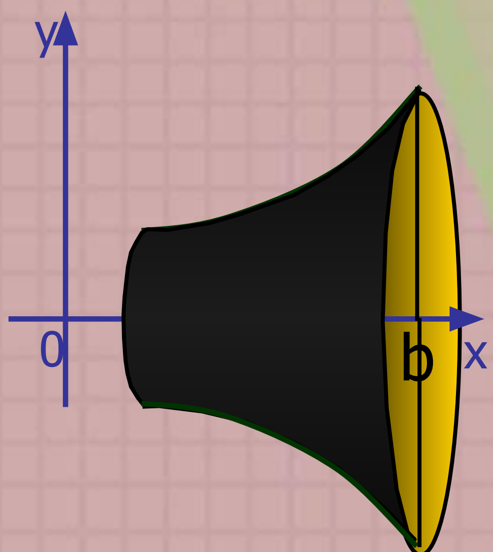



Формула $V = \int_a^b S(x)dx$ - основная формула для вычисления объемов тел.

Пусть вокруг оси OX вращается криволинейная трапеция, ограниченная непрерывной линией y = f(x) > o, отрезком [a; b] и прямыми x = a, x = b.

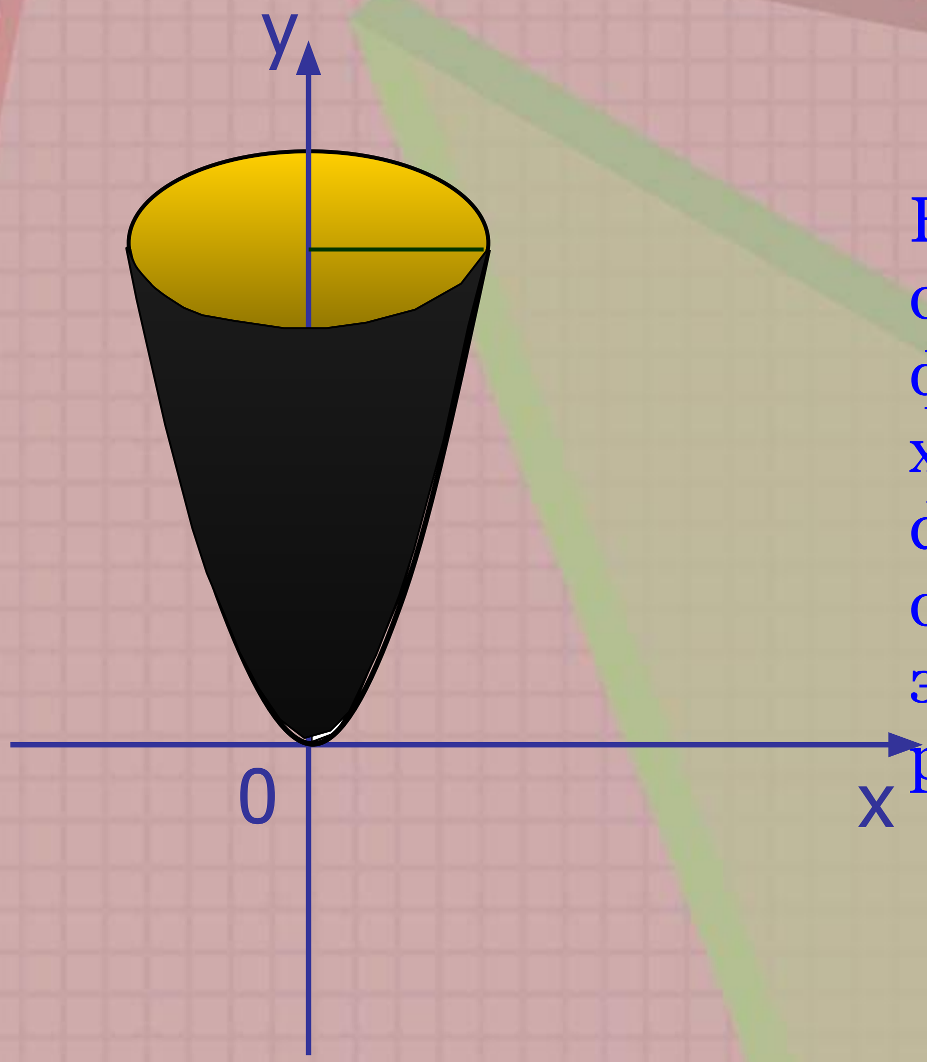
.

Полученная при вращении фигура называется телом вращения.




Объем полученного тела вычисляется по формуле:

$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx$$



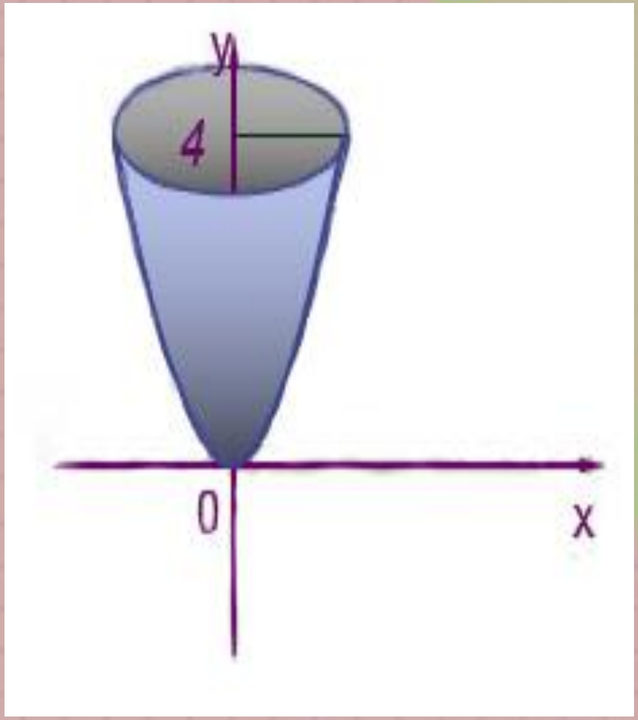

Если криволинейная трапеция, ограниченная графиком функции
$x = q(y) > 0$, прямыми $y = c$, $y = d$ и осью OY, то объем тела, образованного вращением этой фигуры вокруг оси OY равен:

$$V_y = \pi \int_c^d x^2 dy$$

# Вычисление объема тела вращения

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2; \quad x = 0; \quad y = 4$ вокруг оси OY.

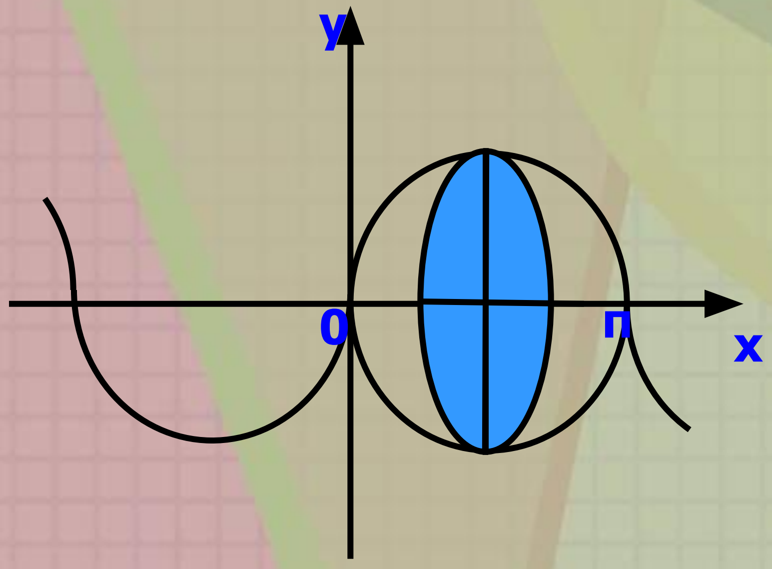



$$V_y = \pi \int_0^4 \sqrt{y}^{\,2} dy = \pi \int_0^4 y dy = \pi \left. \frac{y^2}{2} \right|_0^4 = \pi \frac{16}{2} - \pi \frac{0}{2} =$$

$$= 8\pi$$

# Задача №2

Вычислить объем тела, образованного вращением одной арки синусоида (график функции y=sin x на промежутке $[0,\pi]$) вокруг оси Ox.



# Решение задачи №2

$$V=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx=\pi\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}dx=\frac{\pi}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg|_{2}^{\pi}=$$

$$=\frac{\pi}{2}\left(\pi-\frac{1}{2}\sin 2\pi-0+\frac{1}{2}\sin 0\right)=\frac{\pi}{2}\bullet\pi=\frac{\pi^2}{2}$$

Применяя определенный интеграл можно вывести ряд формул объемов стереометрических фигур

Объем шара:

$$V=\int_{-R}^{R}\pi\left(R^2-x^2\right)dx=\pi\int_{-R}^{R}\left(R^2-x^2\right)dx=\pi\left(R^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-R}^{R}=$$

$$=\pi\left(R^3-\frac{R^3}{3}+R^3-\frac{R^3}{3}\right)=\pi\left(2R^3-\frac{2R^3}{3}\right)=\pi\frac{6R^3-2R^3}{3}=\frac{4}{3}\pi R^3$$

# Объем конуса

$$V=\int_0^H \pi\frac{R^2}{H^2}x^2dx=\pi\frac{R^2}{H^2}\int_0^H x^2dx=\frac{\pi R^2}{H^2}\bullet\frac{x^3}{3}\Bigg|_0^H=$$

$$=\frac{\pi R^2}{H^2}\bullet\frac{H^3}{3}-\frac{\pi R^2}{H^2}\bullet\frac{0}{3}=\frac{1}{3}\pi R^2H$$

# Задачи для самостоятельного решения

Найти объём усечённого конуса, образованного вращением прямой y = x + 1 вокруг оси OX и ограниченной линиями x = 0 и x = 3 .

Ответ: 21

Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$ y=0 вокруг оси OX.

Ответ: 16п\15

# Практическая работа.

Вычислить объем тела образованного вращением вокруг оси Ох, ограниченного указанными линиями

$y = x^2-9$ и $y = 0$.

Из пластилина вылепить фигуру, которая получится при решении данной задачи, без учета масштаба.

Уже Архимед успешно находил площади фигур, несмотря на то, что в математике его времени не было понятия интеграла

Но лишь интегральное исчисление дает общий метод решения задач из различных областей наук.

Недаром даже поэты воспевали интеграл.

**Смысл- там, где змеи интеграла**

**Меж цифр и букв , меж d и f.**

**Там – власть, там творческие горны!**

**Пред волей чисел все – рабы.**

**И солнца путь вершат, покорны**

**Немым речам и ворожбы.**

***В.Брюсов.***

## Мини- тест.

## Задания для студентов на оценку «3»

**№1.** С помощью формулы Ньютона- Лейбница вычисляют:

а) первообразную функция

б) площадь криволинейной трапеции

в) интеграл

г) производную

**№2.** Вычислите $\int_2^5 (5x - x^2)dx$

Ответы: а) 13,5; б) 10,5; ; г) 18

**№3.** Найдите площадь фигуры, ограниченной осью Ох и параболой $y = 9 - x^2$

Ответы: а) 18; б) 36; в) 72; г) нельзя вычислить

# Задания для студентов на оценку «4» и «5»

**№1**.Вычислите $\int_{-3}^{1}(x^2+4x+4)dx$

Ответы: а) $8\frac{1}{3}$; б) $9\frac{1}{3}$;

в) $8\frac{2}{3}$; г) $9\frac{2}{3}$

**№2**.Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями y = $x^2+1$ и $y=2x+1$ Ответы: а) $\frac{20}{3}$ б) $\frac{4}{3}$; в) $\frac{18}{3}$

# Заключение

*Применение физических моделей при введении понятия интеграла, рассмотрении его свойств, отработке техники интегрирования и изучении приложений способствует осознанному качественному усвоению материала, развитию правильного представления об изучаемом понятии, его огромной значимости в различных науках, формированию мировоззрения, таких специальных качеств, как умение строить математические модели реальных процессов и явлений, исследовать и изучать их, а, следовательно, способствует развитию мышления, памяти, внимания и речи.*

Спасибо за внимание ☺

# Литература:

**Основная:**

1. В.П. Омельченко «Математика», Ростов н/Д, 2005г.
2. Н.В.Богомолов «Практические задания по математике»- М.: Высш.шк.,2002г
3. Г.Н. Яковлев «Алгебра и начала анализа» - М.: Наука, 1987г., ч.1.
4. А.Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа»

**Дополнительная:**

М.И. Башмаков «Алгебра и начала анализа». -М.: Дрофа, 2003г.

В.Т. Лисичкин «Математика»- М.: Высш.шк., 1991г.

М.И.Башмаков «Дидактические материалы»- М.: Дрофа, 2003г.

**Интернет – ресурсы:**

1. www.mathprofi.ru/integraly_primery_reshenij.html
2. xreferat.ru/54/842-1-primenenie-integralov-k-resheniyu-prikladnyh-zadach.html
3. http://www.myshared.ru/slide/615344/
4. www.bibliofond.ru/view.aspx?id=35224