

Решение задач по готовым чертежам

1. Рис. 114. $ABCD$ – параллелограмм.

Найти: $\angle C$, $\angle D$.

2. Рис. 115. $MNKP$ – параллелограмм.

Найти: MP , PK .

3. Рис. 116. Найти углы параллелограмма $ABCD$.

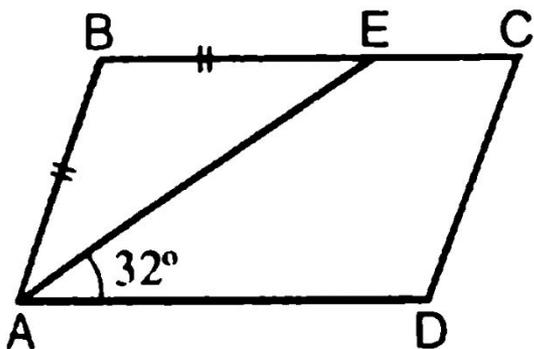


Рис. 114

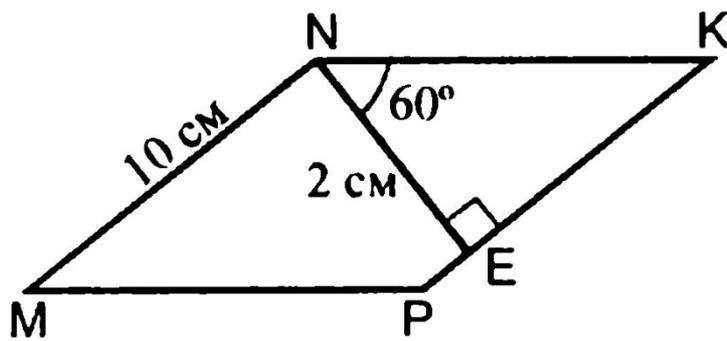


Рис. 115

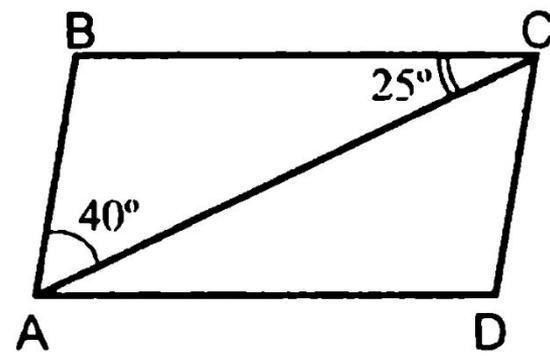


Рис. 116

Решение задач по готовым чертежам

4. Рис. 117. $ABCD$ – параллелограмм.

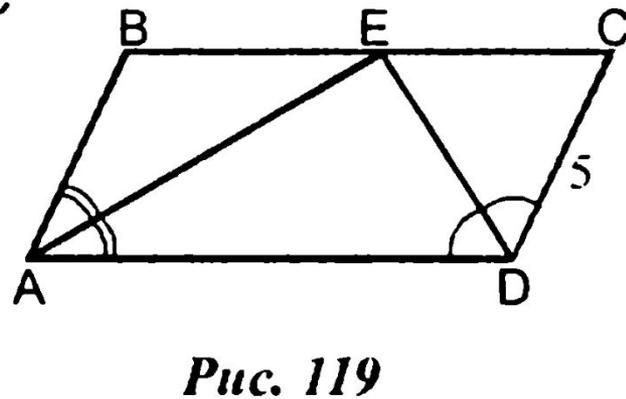
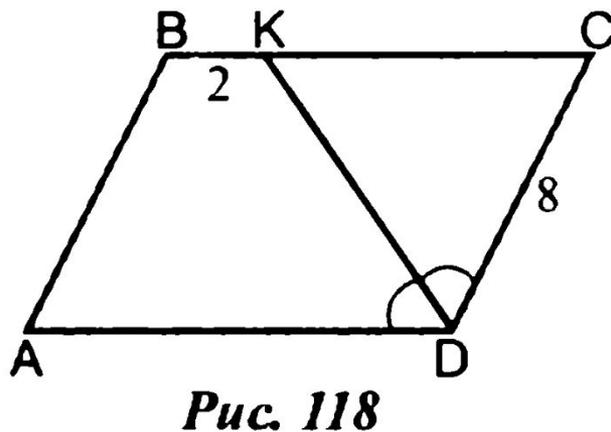
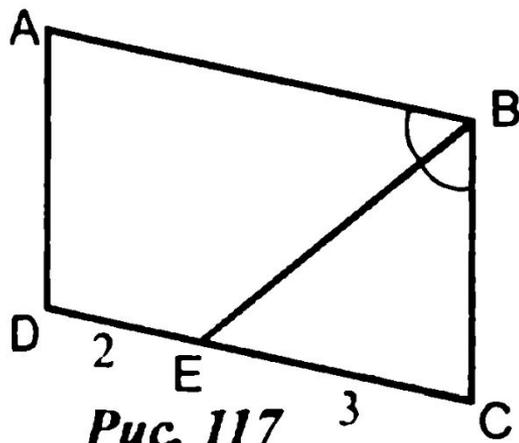
Найти: P_{ABCD} .

5. Рис. 118. $ABCD$ – параллелограмм.

Найти: AD .

6. Рис. 119. $ABCD$ – параллелограмм.

Найти: P_{ABCD} , $\angle AED$.



Решение задач по готовым чертежам

7. Рис. 120. $NBFD$ – параллелограмм. $AD = 4$ см, $NB = 5$ см.

Найти: BC , CD .

8. Рис. 121. $ABCD$ – параллелограмм. $P_{MNKP} = 20$ см.

Найти: MN , MP .

9. Рис. 122. $BNDM$ – параллелограмм. $AB : BC = 4 : 5$, $P_{ABCD} = 18$ см.

Найти: AD , DC .

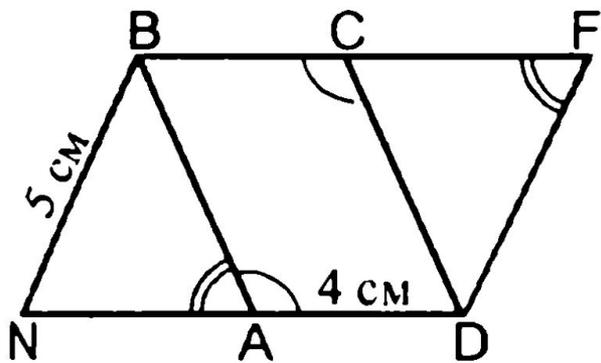


Рис. 120

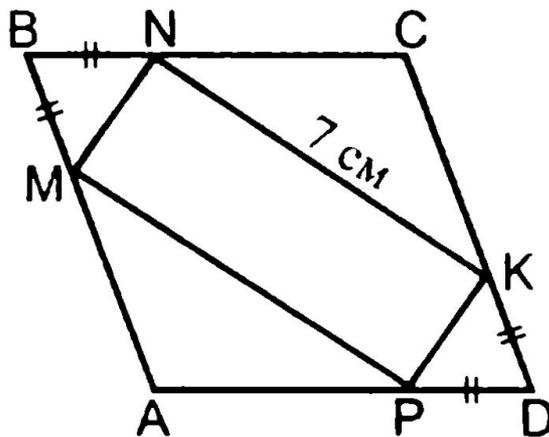


Рис. 121

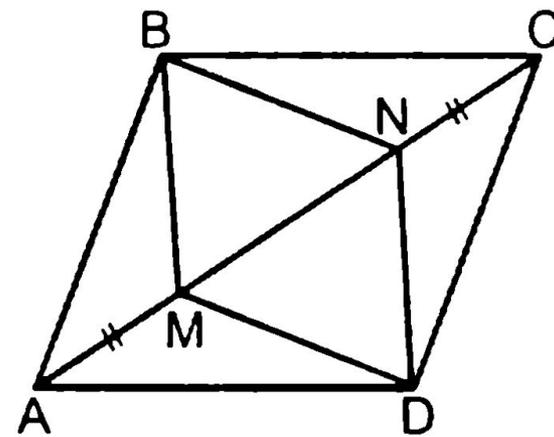


Рис. 122

Ответы к задачам на готовых чертежах

1. $\angle C = 64^\circ$, $\angle D = 116^\circ$.

2. $MP = 4$ см, $PK = 10$ см.

3. $\angle B = \angle D = 115^\circ$, $\angle A = \angle C = 65^\circ$.

4. $P_{ABCD} = 16$ см.

5. $AD = 10$ см.

6. $P_{ABCD} = 30$ см, $\angle AED = 90^\circ$.

7. $BC = 4$ см, $CD = 5$ см.

8. $MN = 3$ см, $MP = 7$ см.

9. $AD = 5$ см, $DC = 4$ см.

Решение задач по готовым чертежам

1. Рис. 159. $ABCD$ – трапеция. Найти: $\angle AOl$

2. Рис. 160. $ABCD$ – трапеция.

Найти: углы трапеции.

3. Рис. 161. $ABCD$ – трапеция, $BE \parallel CD$.

Найти: углы трапеции.

4. Рис. 162. $ABCD$ – трапеция.

Найти: BC .

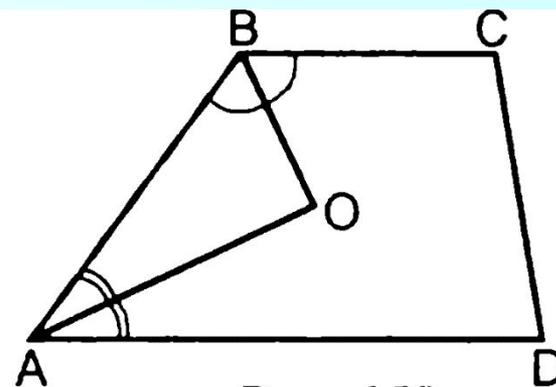


Рис. 159

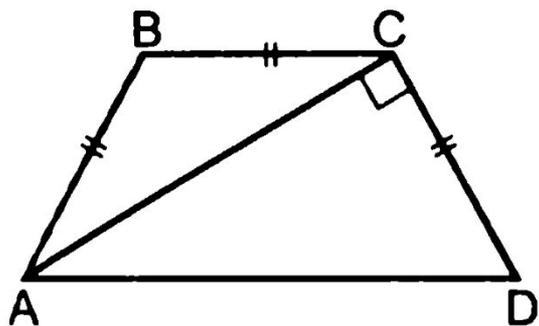


Рис. 160

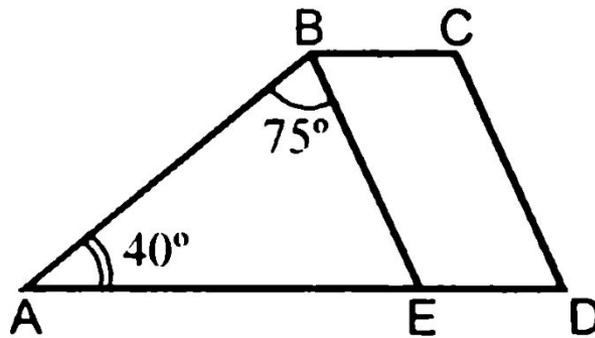


Рис. 161

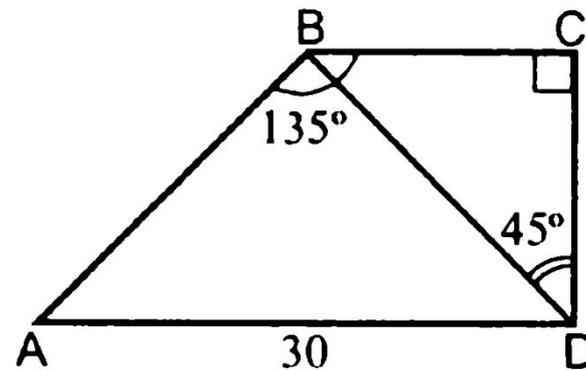


Рис. 162

Решение задач по готовым чертежам

5. Рис. 163. $ABCD$ – трапеция, $AD = 15$.
Найти: CE .
6. Рис. 164. $ABCD$ – трапеция, $AD = 15$.
Найти: P_{ABCD} .
7. Рис. 165. $ABCM$ – трапеция, $AM = 7$.
Найти: CM .
8. Рис. 166. $ABCD$ – трапеция.
Найти: $\angle C$.
9. Рис. 167. $ABCD$ – трапеция.
Найти: AE и AD .

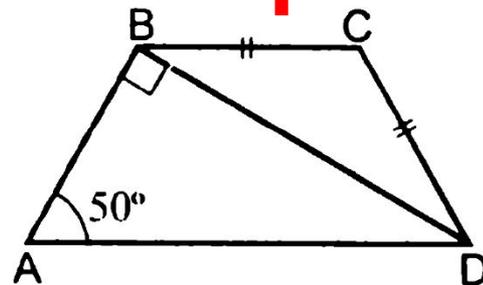


Рис. 166

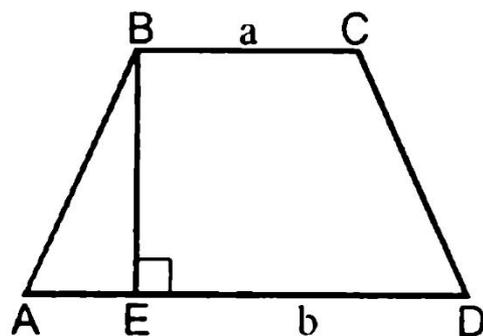


Рис. 167

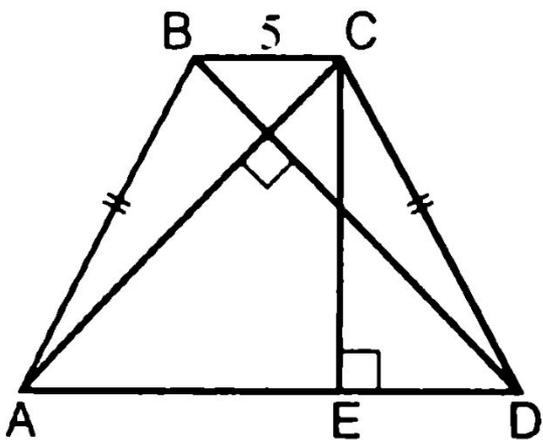


Рис. 163

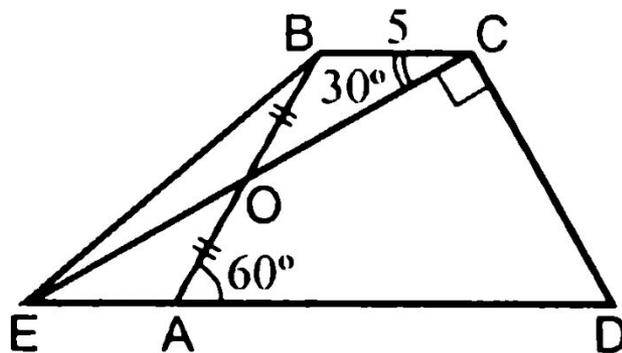


Рис. 164

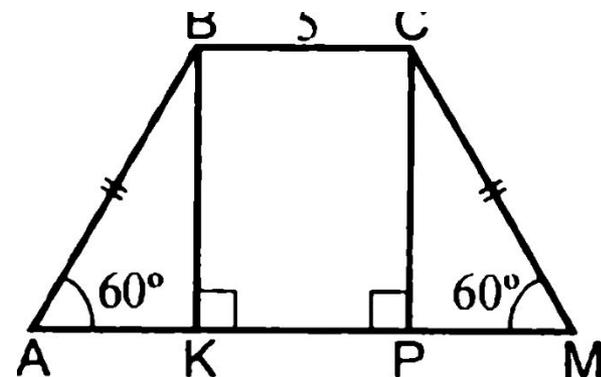


Рис. 165

Ответы к задачам:

1. $\angle AOB = 90^\circ$.

2. $\angle A = \angle D = 60^\circ$, $\angle B = \angle C = 120^\circ$.

3. $\angle A = 40^\circ$, $\angle D = 65^\circ$, $\angle C = 115^\circ$, $\angle B = 140^\circ$.

4. $BC = 15$.

5. $CE = 10$.

6. $P_{ABCD} = 40$.

7. $CM = 2$.

8. $\angle C = 100^\circ$.

9. $AE = b - a$, $AD = 2b - a$.

Решение задач по готовым чертежам

1. Рис. 168. $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$;

$AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$;

$AB_4 = 20$ см.

Найти: B_2B_3 .

2. Рис. 169. Дано: $EF \parallel AC$.

Найти: P_{ABC}

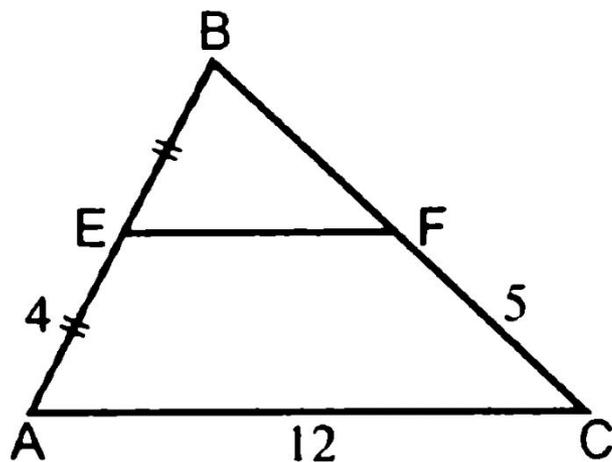


Рис. 169

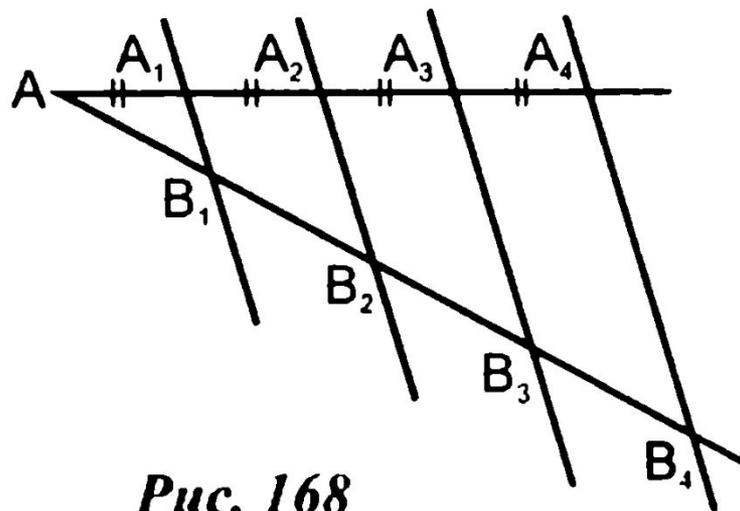


Рис. 168

Решение задач по готовым чертежам

3. Рис. 170. $ABCD$ – трапеция.

Доказать: $AO = CO$.

4. Рис. 171. $ABCD$ – трапеция, $MK \parallel BE \parallel CD$, $AD = 16$.

Найти: AK .

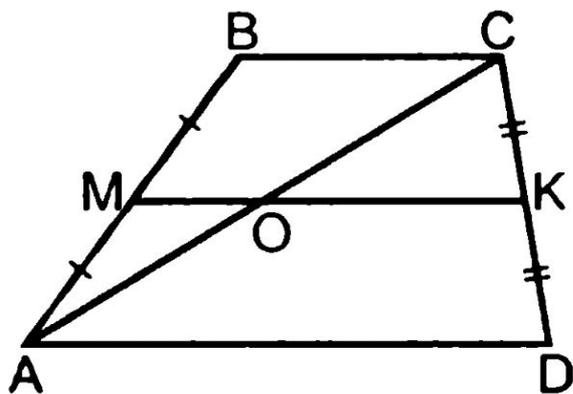


Рис. 170

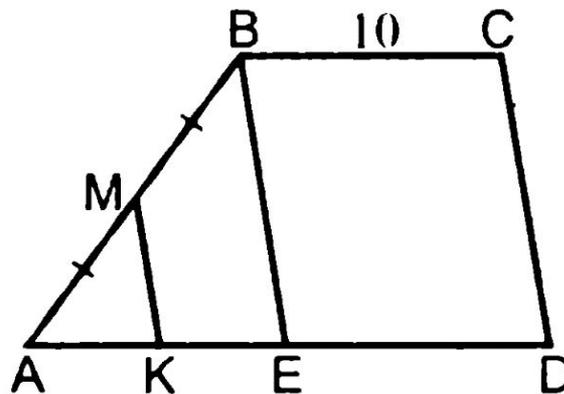
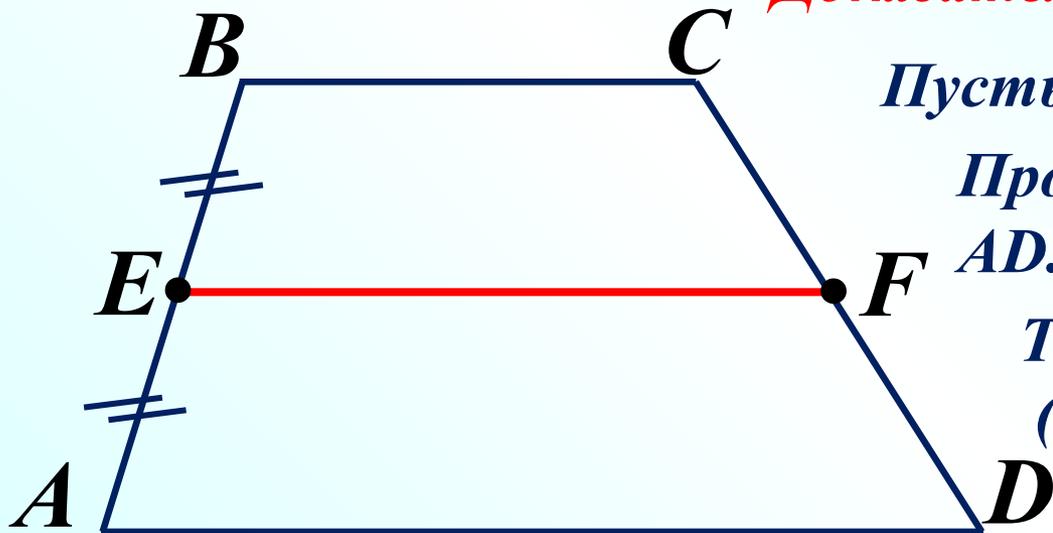


Рис. 171

№386

Докажите, что отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, параллелен основаниям трапеции.

Доказательство



Пусть E – середина AB .

Проведем $EF \parallel BC \parallel AD$.

*Точка F – середина CD
(по теореме Фалеса).*

Докажем, что EF – единственный

Через точки E и F можно провести только одну прямую (аксиома) т. е. отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции $ABCD$ параллелен основаниям.

ч. т. д.

№431

Самостоятельная работа

I вариант

1. В равнобедренной трапеции диагональ составляет с боковой стороной угол в 120° . Боковая сторона равна меньшему основанию. Найдите углы трапеции.
2. В прямоугольной трапеции острый угол и угол, который составляет меньшая диагональ с меньшим основанием, равны по 60° . Найдите отношение оснований.
3. Середина отрезка BD является центром окружности с диаметром AC , причем точки A, B, C, D не лежат на одной прямой. Докажите, что $ABCD$ – параллелограмм.

II вариант

1. В равнобедренной трапеции большее основание в два раза превосходит меньшее. Середина большего основания удалена от вершины тупого угла на расстояние, равное длине меньшего основания. Найдите углы трапеции.
2. В прямоугольной трапеции диагональ перпендикулярна к боковой стороне, острый угол равен 45° . Найдите отношение оснований.
3. Дан параллелограмм $ABCD$. На продолжении диагонали AC за вершины A и C отмечены точки M и N соответственно так, что $AM = CN$. Докажите, что $MBND$ – параллелограмм.

Самопроверка

I вариант

1. Рис. 176.

Докажи, что $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. $\angle C = \angle ABC = 120^\circ + \angle 1$;
 $\angle C + \angle CDA = 180^\circ$, тогда $\angle 1 + 120^\circ + 2 \cdot \angle 1 = 180^\circ$, $\angle 1 = 20^\circ$,
значит, $\angle A = \angle CDA = 40^\circ$, $\angle ABC = \angle C = 140^\circ$.

2. Рис. 177.

Докажи, что $\angle CAD = 60^\circ$, $\triangle ACD$ – равносторонний.

В $\triangle ABC$ $BC = AC/2 = AD/2$. $BC : AD = 1 : 2$.

3. См. рис. 130. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали точкой пересечения делятся пополам, значит $ABCD$ – параллелограмм.

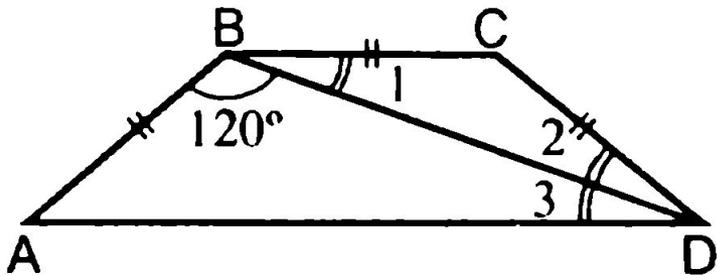


Рис. 176

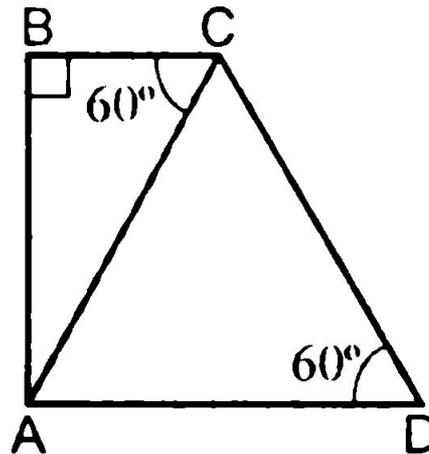


Рис. 177

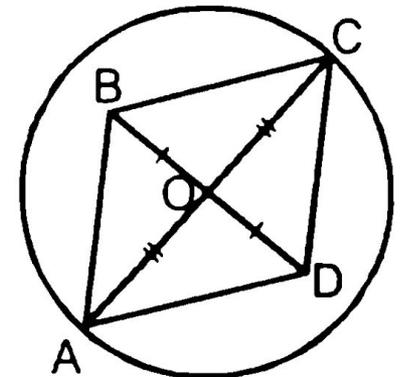


Рис. 130

Самопроверка

II вариант

1. Рис. 178.

Докажи, что $\triangle BCK$ – равносторонний, тогда $\angle CBK = 60^\circ$, $\angle KBA + \angle BAK = 120^\circ$, $\angle KBA = \angle BAK = 60^\circ$, значит $\angle A = \angle D = 60^\circ$, $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$.

2. Рис. 179.

Проведи $CK \perp AD$ и докажи, что $BC = AB = CK = AK = AD/2$.

$BC : AD = 1 : 2$.

3. См. рис. 133. $ABCD$ – параллелограмм, тогда $AO = CO$, $BO = DO$. В четырехугольнике $MBND$ диагонали точкой пересечения делятся пополам, значит $MBND$ – параллелограмм.

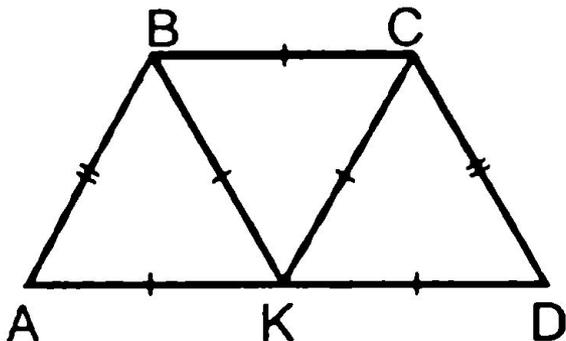


Рис. 178

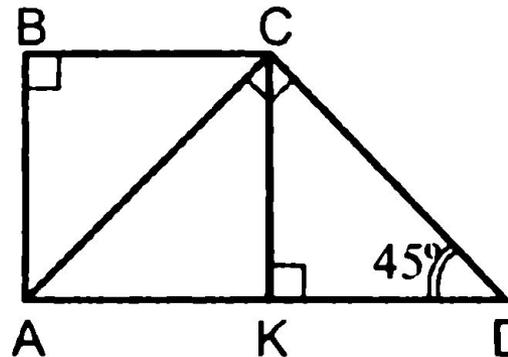


Рис. 179

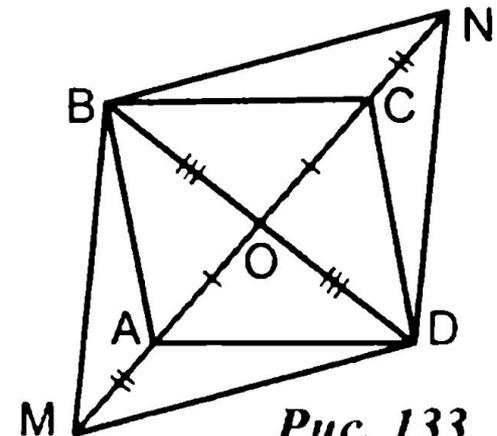


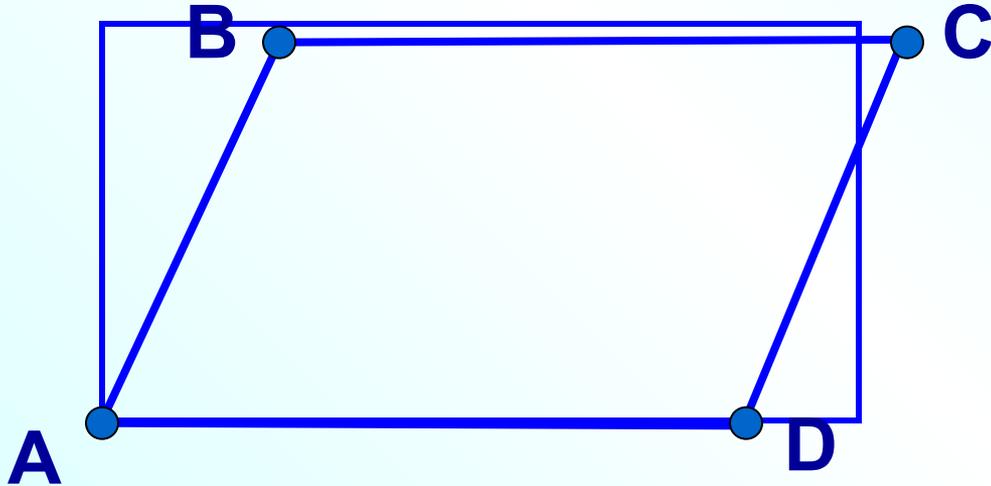
Рис. 133

Прямоугольник

Геометрия 8 класс

ромб, квадрат

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

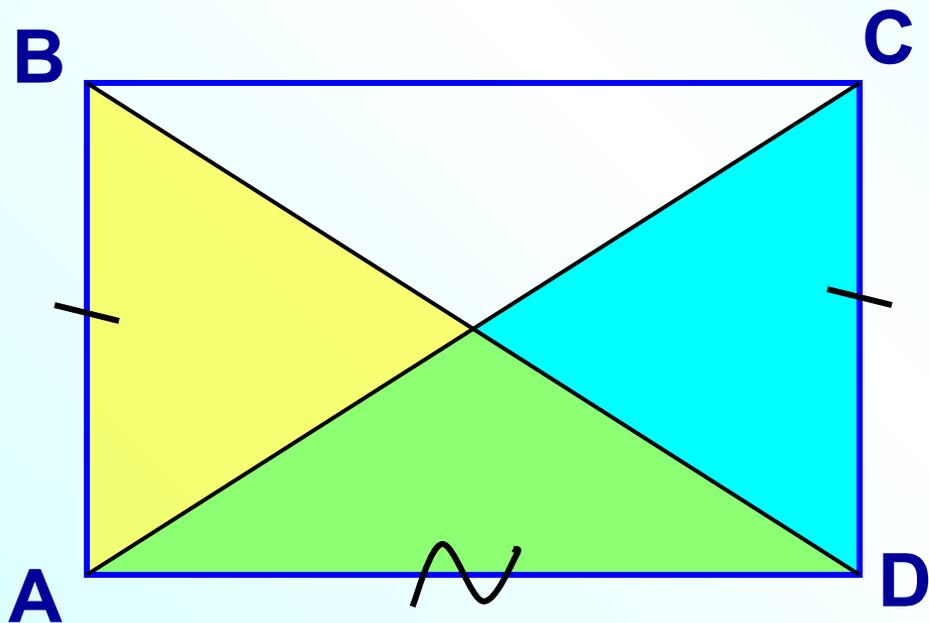


Для прямоугольника выполняются свойства параллелограмма

- 1⁰. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.
- 2⁰. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Особое свойство прямоугольника.

Диагонали прямоугольника равны.



Дано: ABCD
прямоугольник

Доказать: $AC = BD$

Доказательство:

AD – общая сторона

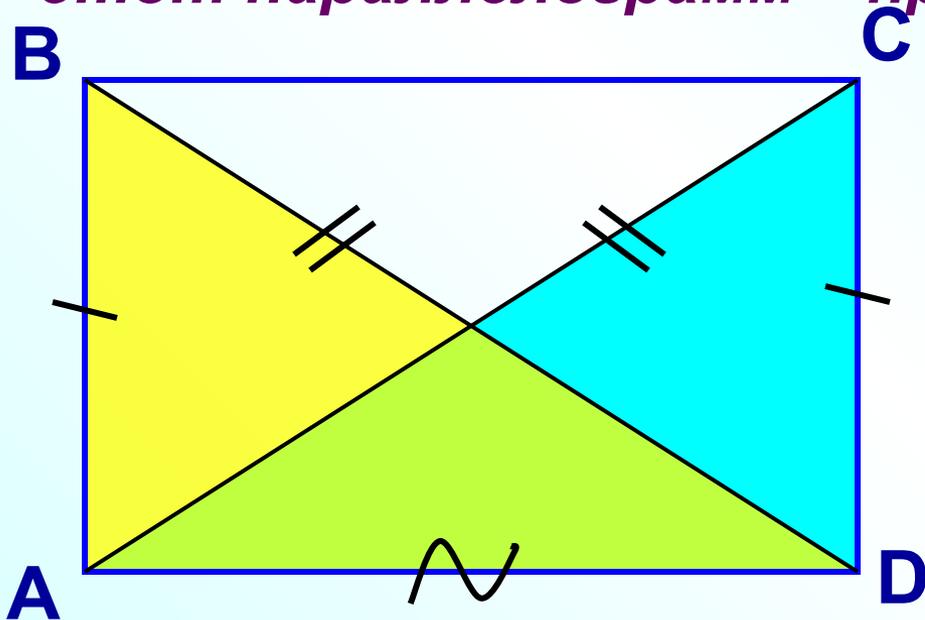
$AB = CD$, как противоположащие стороны

$\triangle ACD = \triangle DBA$ по катетам

Значит, $AC = BD$.

Обратное утверждение – признак прямоугольника.

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.



Дано: ABCD

параллелограмм

$$AC = BD$$

Доказать: ABCD

прямоугольник

Доказательство:

AD – общая сторона

AC = BD по условию

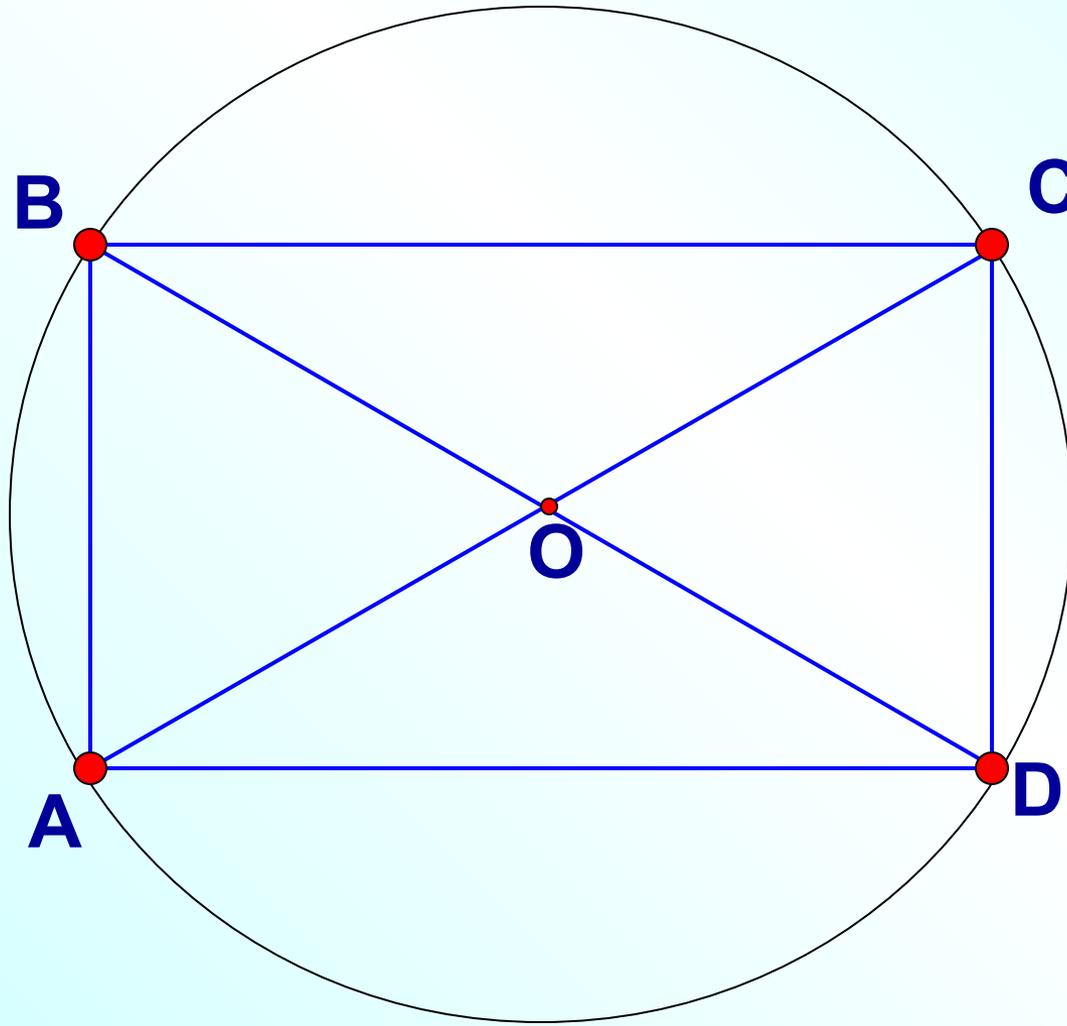
AB=CD, как противоположащие стороны параллелограмма

$\triangle ACD = \triangle DBA$ по трем сторонам

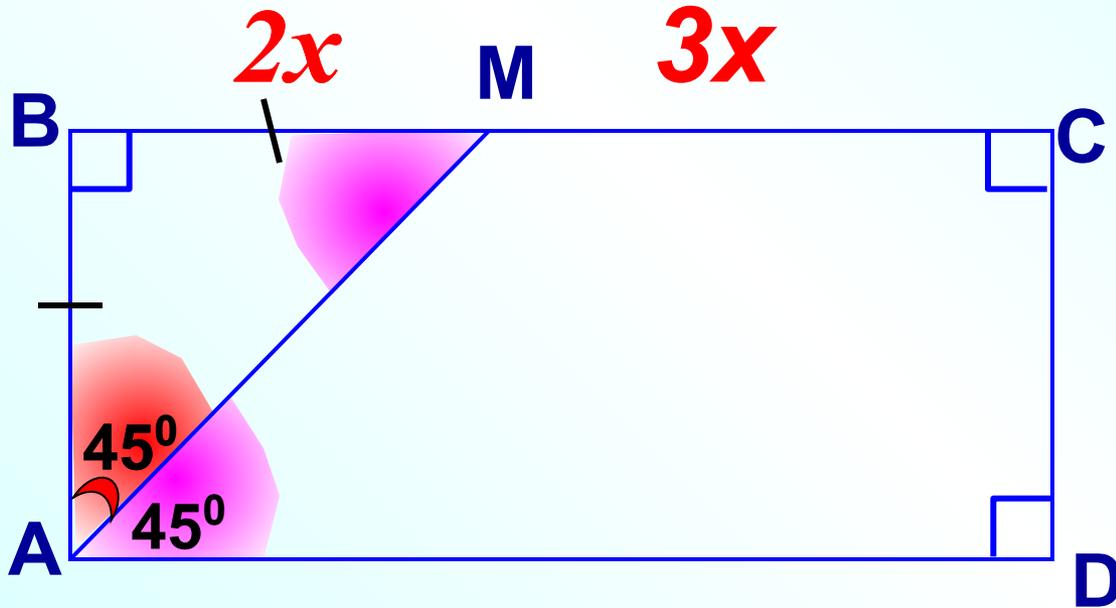
Значит, $\angle A = \angle D$. Тогда, $\angle A = \angle C$ и $\angle D = \angle B$

Сумма углов четырехугольника 360° , значит, все углы равны 90°

Докажите, что параллелограмм $ABCD$ - прямоугольник



В прямоугольнике ABCD проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке M, причем $BM : MC = 2 : 3$. Найдите BC, если периметр ABCD равен 56 см.



$$P = 56 \text{ см}$$

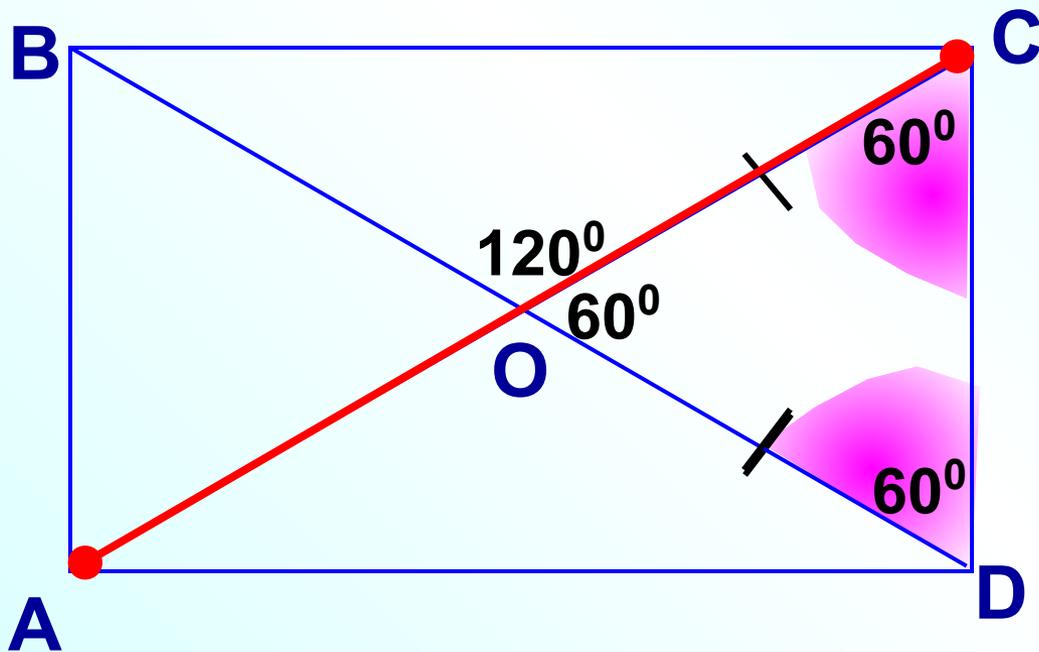
$$2(2x + 2x + 3x) = 56$$

$$p = 28 \text{ см}$$

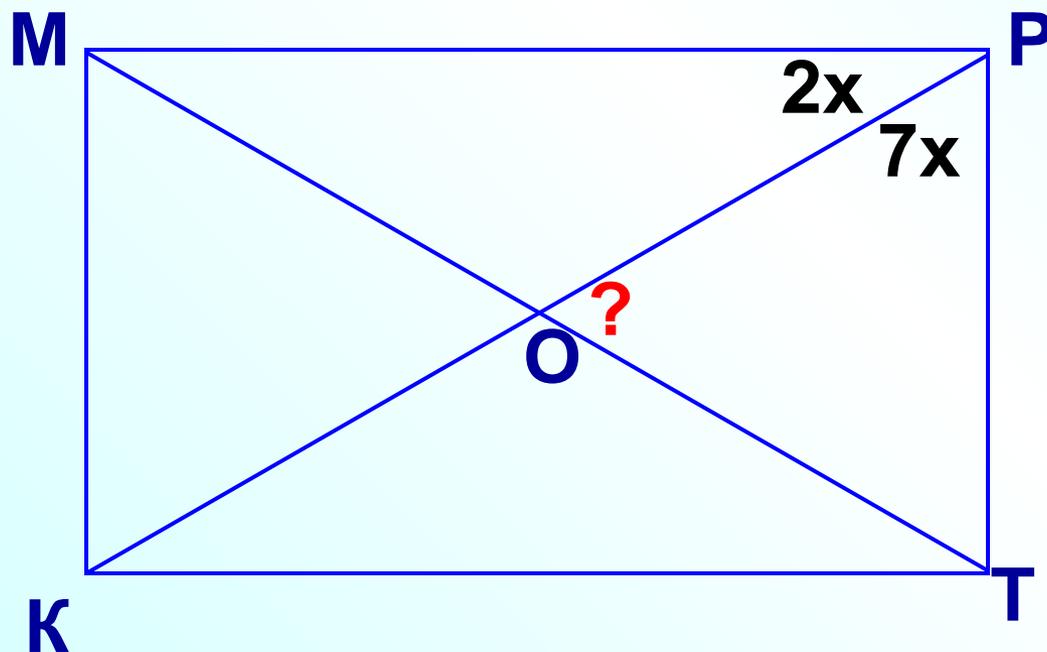
$$2x + 2x + 3x = 28$$

В прямоугольнике один из углов, образованных диагоналями, равен 120° , а меньшая сторона прямоугольника равна 9 см.

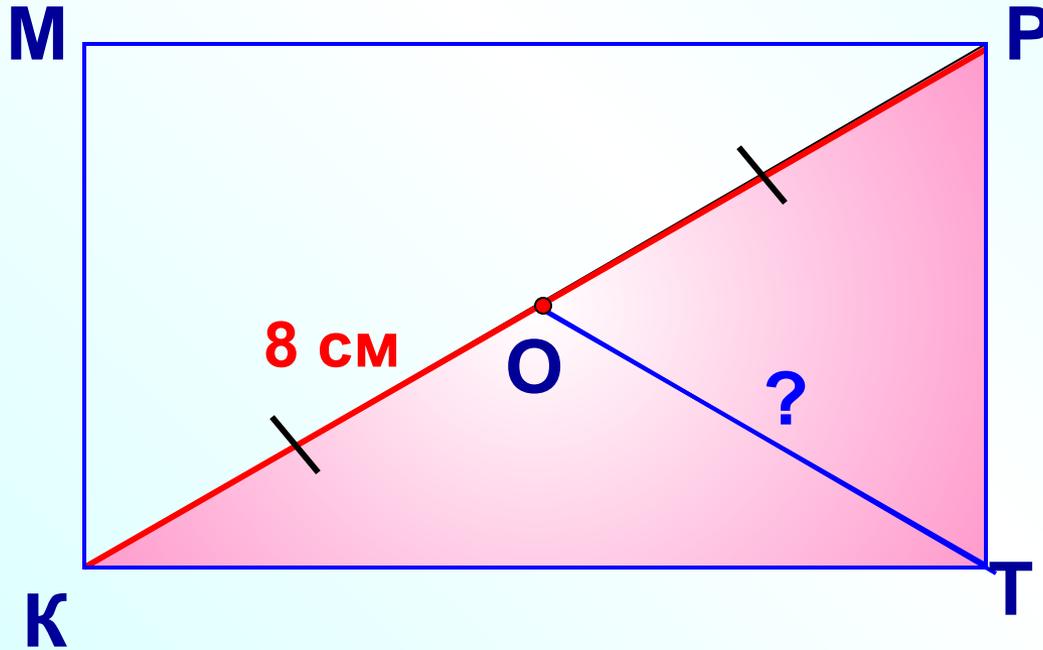
Найдите диагональ прямоугольника.



Найдите острый угол между диагоналями прямоугольника, если одна из них делит угол при вершине прямоугольника в отношении $2 : 7$.

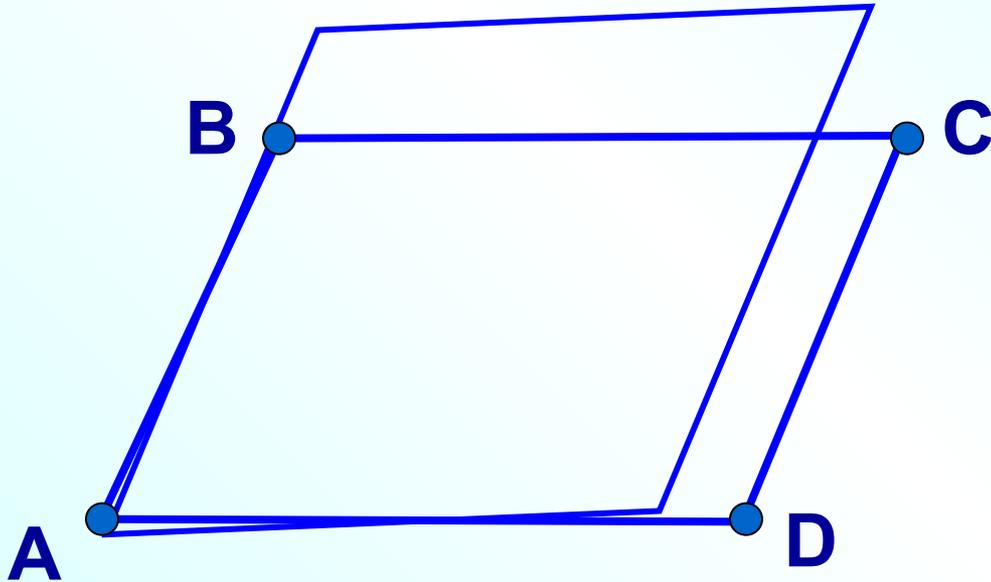


Диагональ KP прямоугольника $KMPT$ равна 8 см. Найдите медиану треугольника TKP , проведенную к его большей стороне.



Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

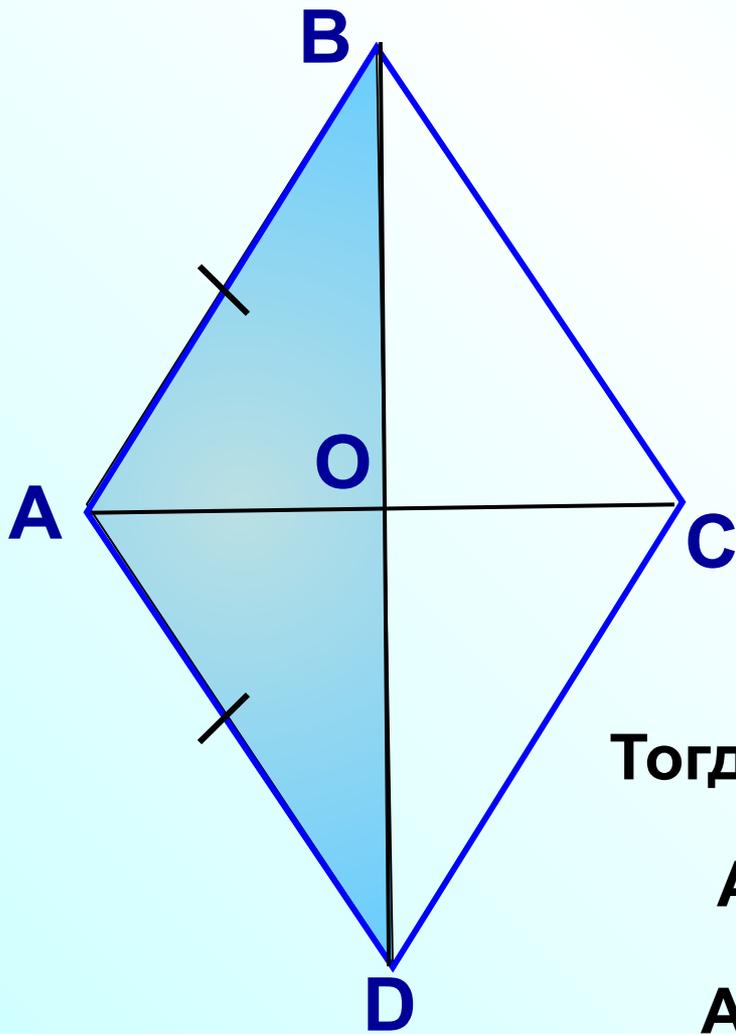


Для ромба выполняются свойства параллелограмма

- 1⁰. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.
- 2⁰. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Особое свойство ромба.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам



Дано: ABCD ромб

Доказать: $AC \perp BD$

$\angle BAC = \angle DAC$

Доказательство:

AB=AD по определению ромба
 $\triangle ABD$ р/б

Так как ромб – параллелограмм,
то $BO=DO$.

Тогда, AO – медиана

AO – высота

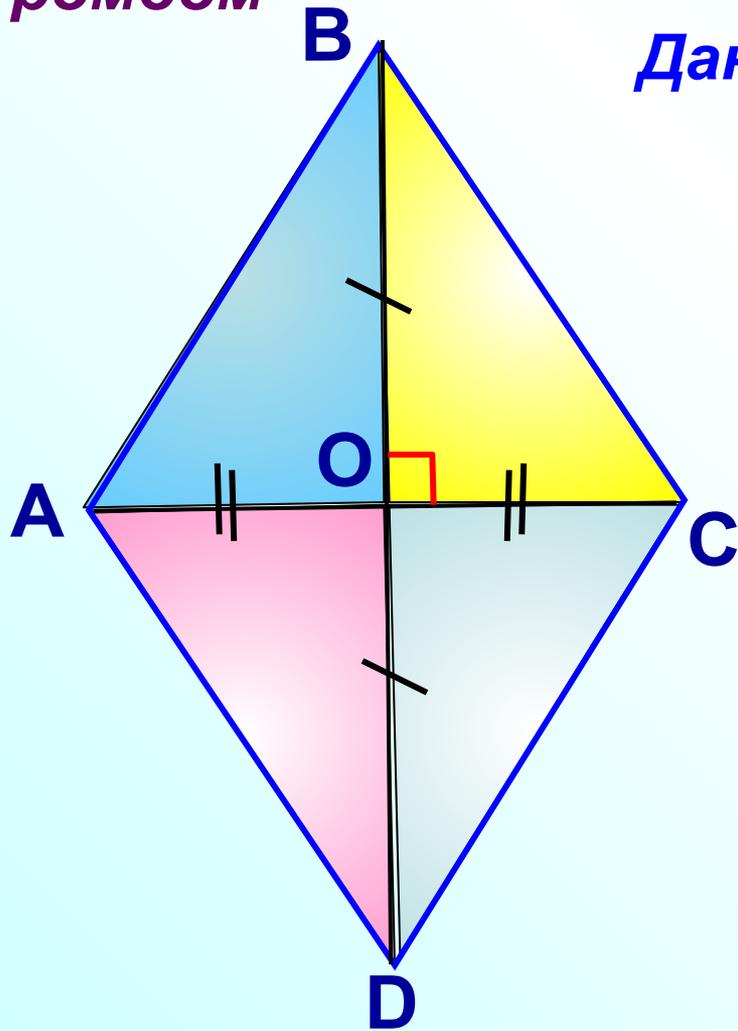
AO - биссектриса

$AC \perp BD$

$\angle BAC = \angle DAC$

№ 408. Признак ромба.

Если диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны, то параллелограмм является ромбом



Дано: ABCD параллелограмм

$AC \perp BD$

Доказать: ABCD ромб

Доказательство:

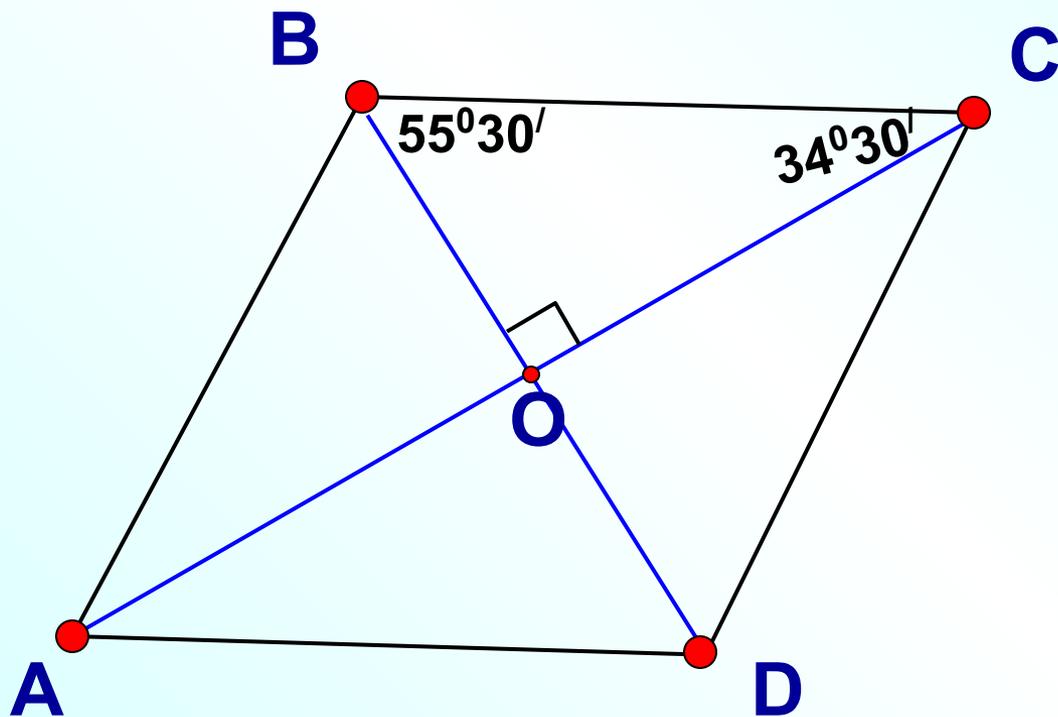
$\triangle ABO = \triangle CBO = \triangle CDO = \triangle DAO$

По катетам

$AB = BC = CD = DA$

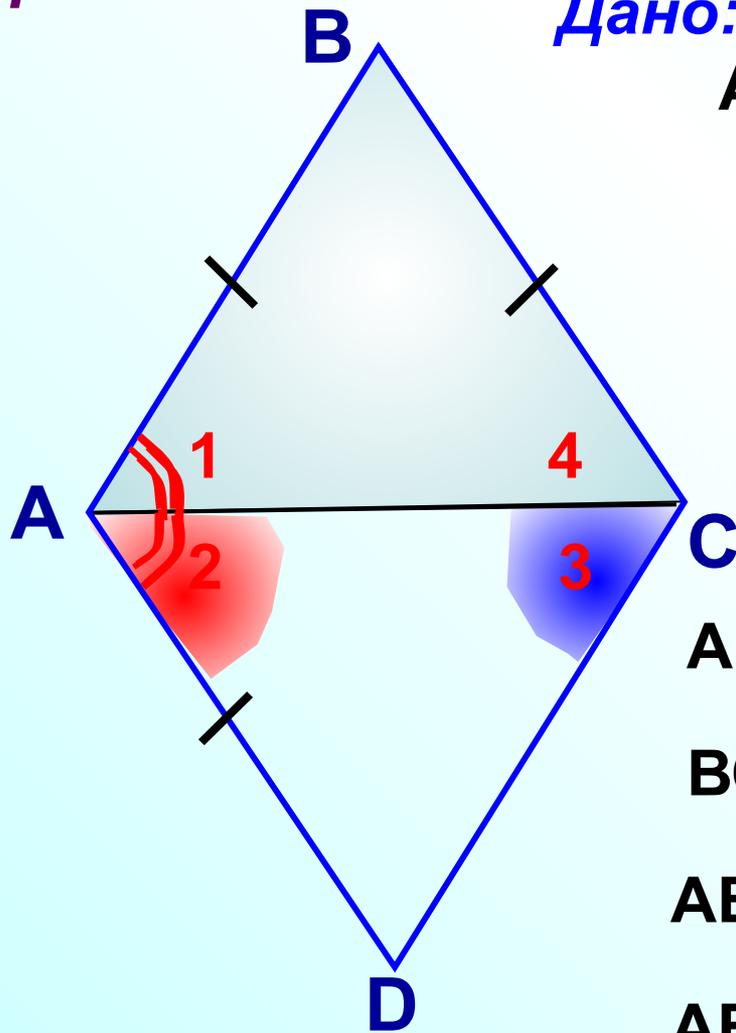
ABCD ромб по определению

Докажите, что параллелограмм ABCD - ромб



№ 408. Признак ромба.

Если диагональ параллелограмма является биссектрисой его угла, то параллелограмм является ромбом



Дано: ABCD параллелограмм
AC – биссектриса угла BAD

Доказать: ABCD ромб

Доказательство:

$$\angle 3 = \angle 1 = \angle 2 = \angle 4 \quad \text{обоснуй}$$

$\triangle ABC$ р/б

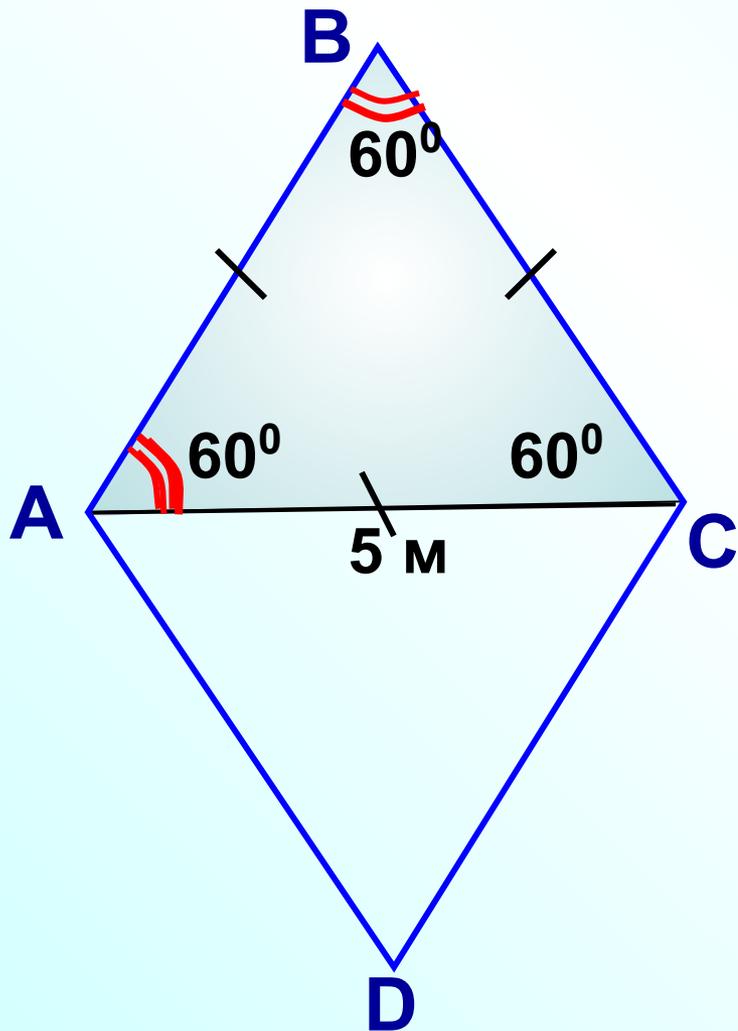
$AD = BC$, т.к. ABCD параллелограмм

$BC = BA$, т.к. $\triangle ABC$ р/б

$AB = DC$, т.к. ABCD параллелограмм

ABCD ромб по определению

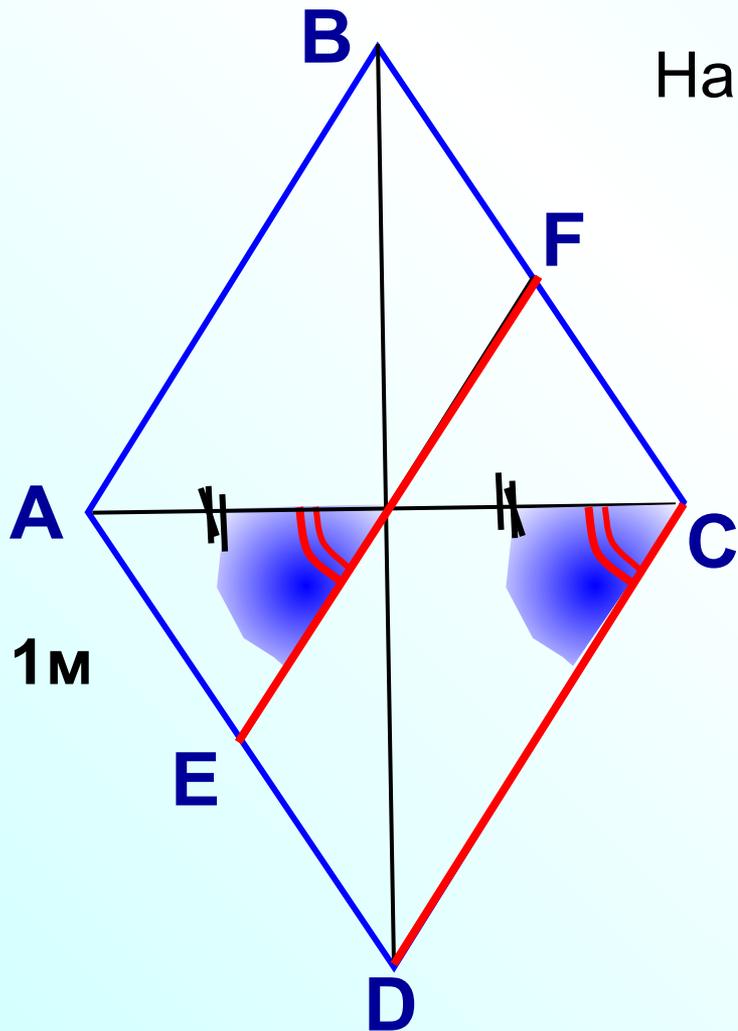
Упражнения по планиметрии на готовых чертежах



Найдите периметр ромба.

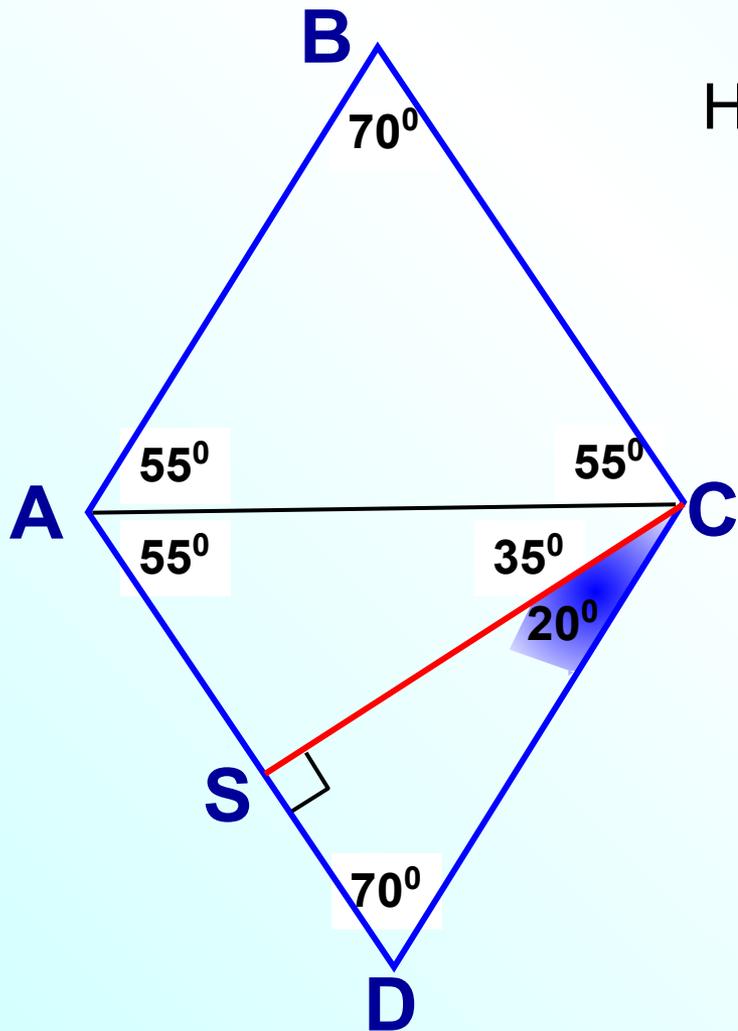
Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите периметр ромба. $EA = 1$ м

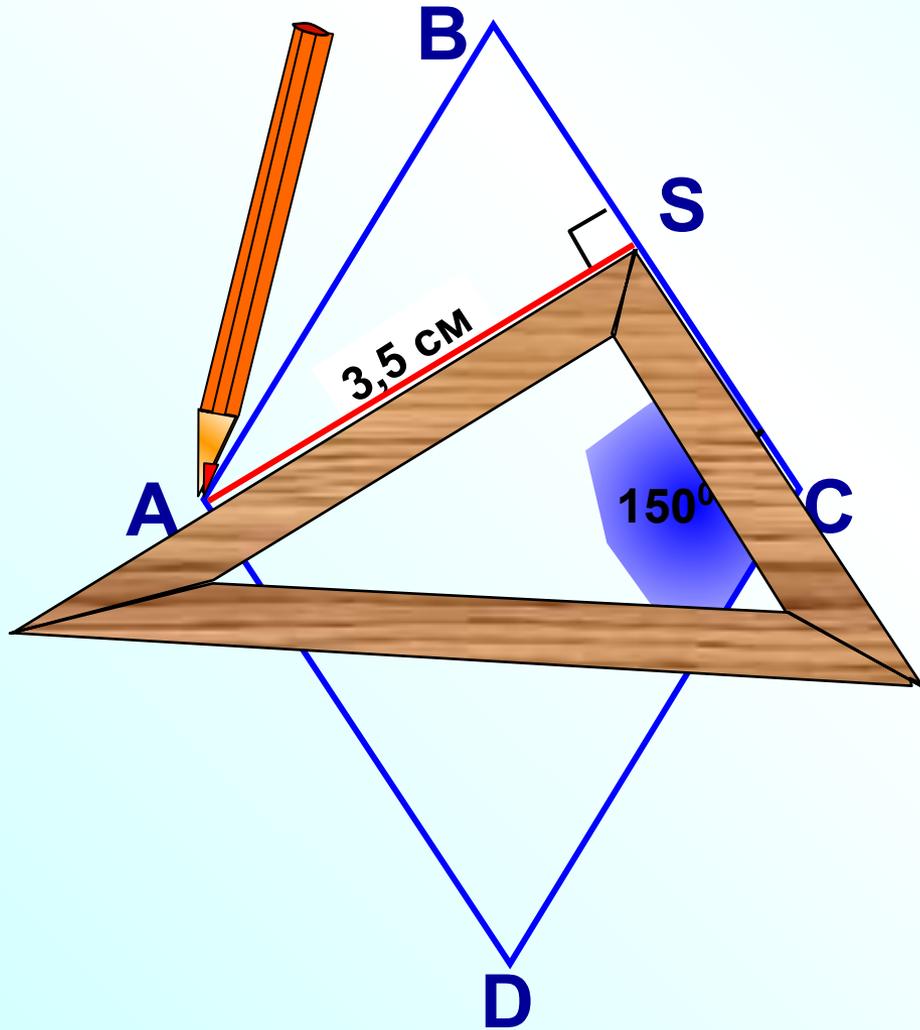


Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите все неизвестные углы.

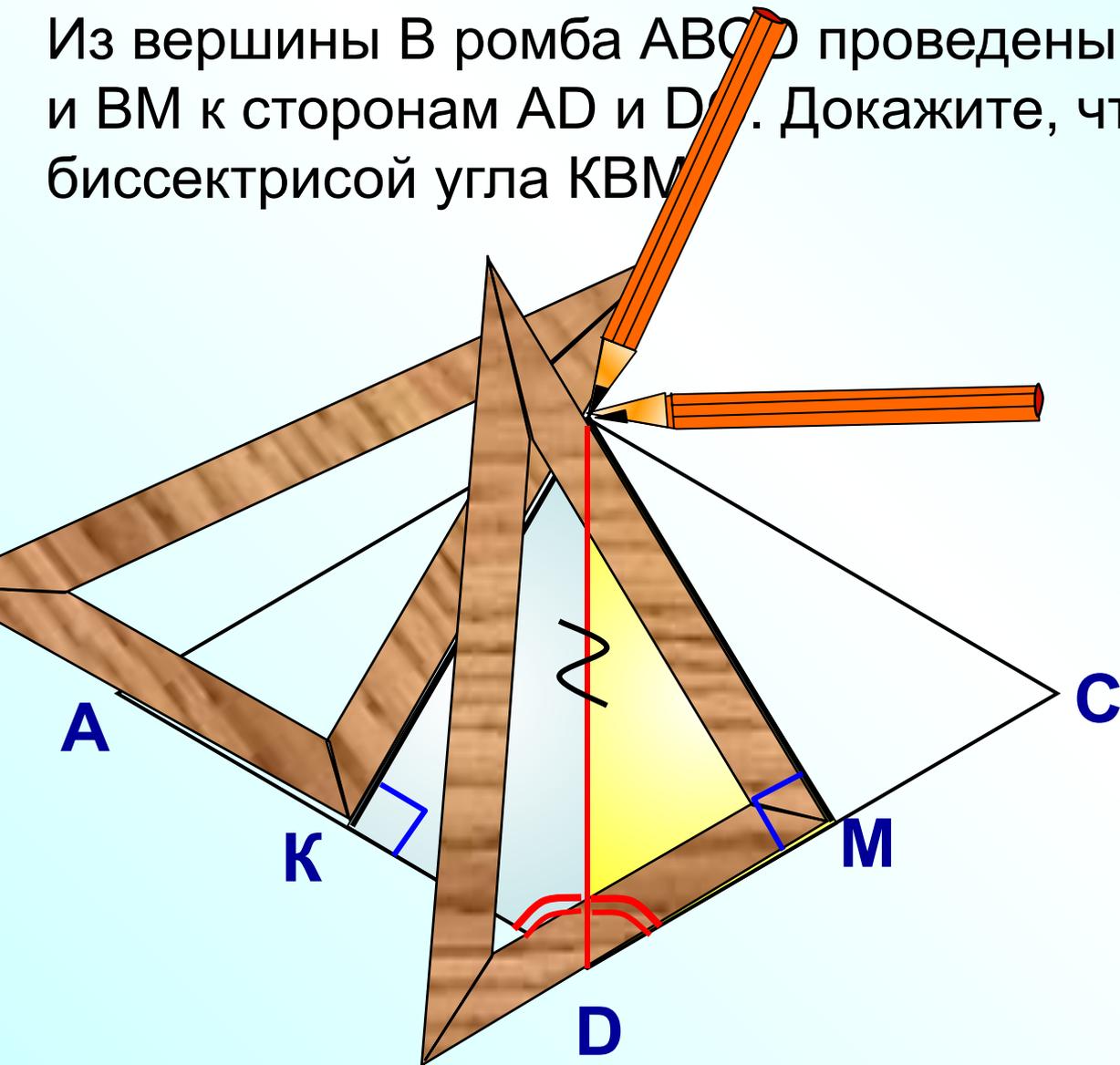


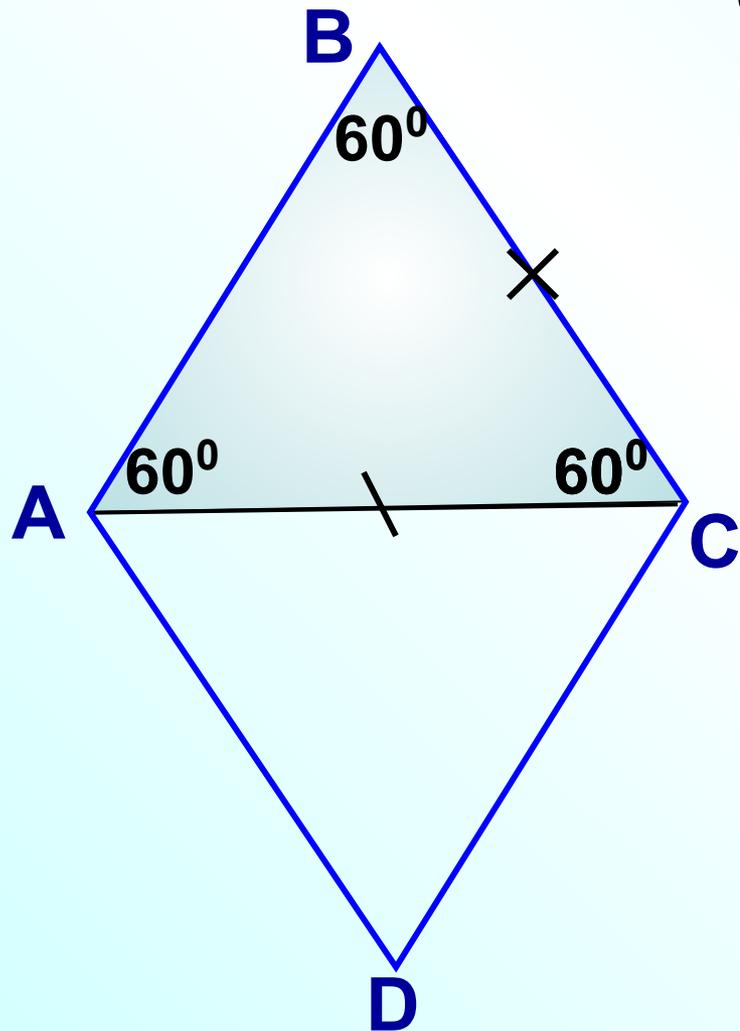
Один из углов ромба 150° , а его высота равна 3,5 см.
найдите периметр ромба.



№ 433.

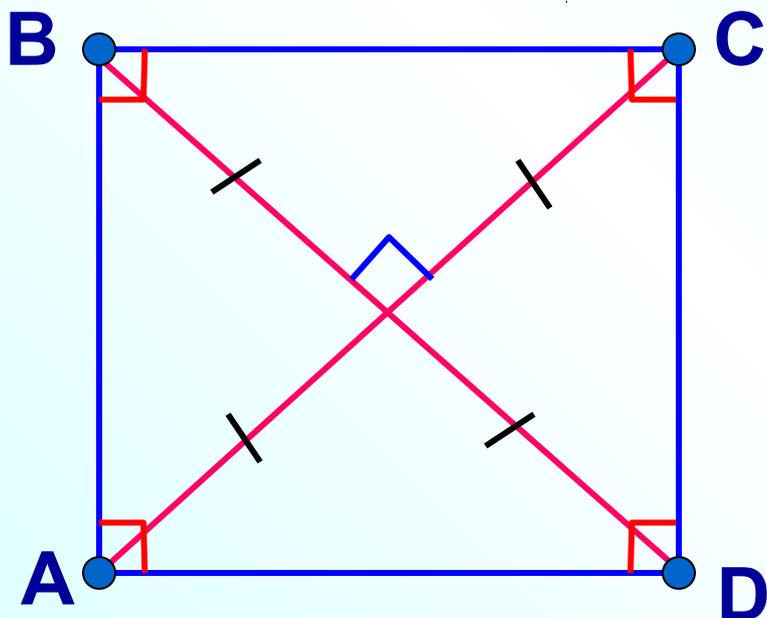
Из вершины B ромба $ABCD$ проведены перпендикуляры BK и BM к сторонам AD и DC . Докажите, что луч BD является биссектрисой угла KBM .





Сторона ромба равна одной из его диагоналей. Чему равна величина большего угла этого ромба.

Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

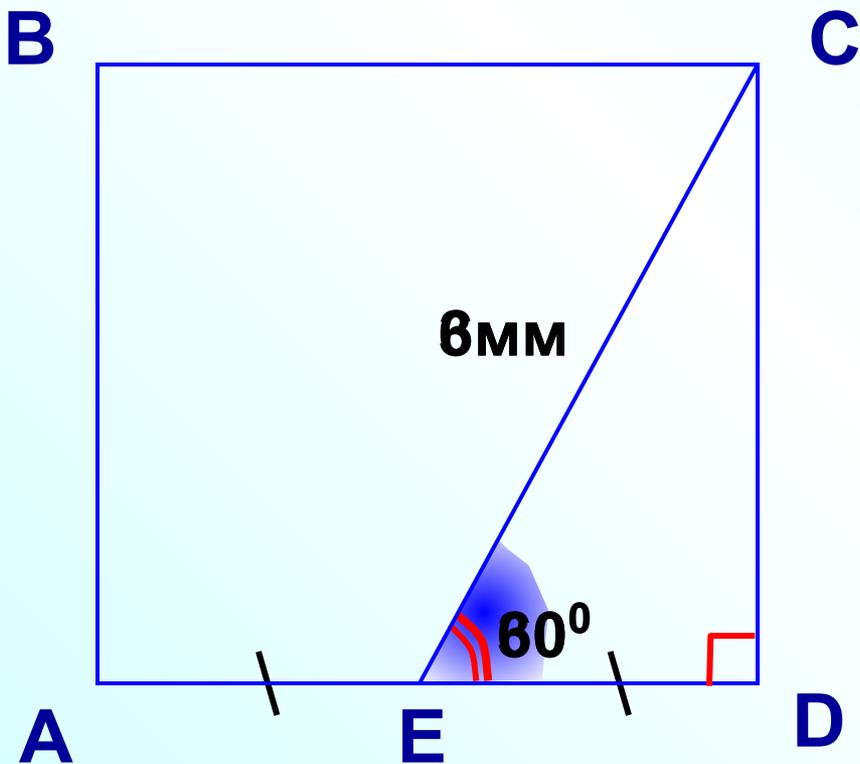


Прямоугольник является параллелограммом, поэтому и квадрат является параллелограммом, у которого все стороны равны, т.е. ромбом. Отсюда следует, что квадрат обладает всеми свойствами прямоугольника и ромба.

- 1⁰. Все углы квадрата прямые.
- 2⁰. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

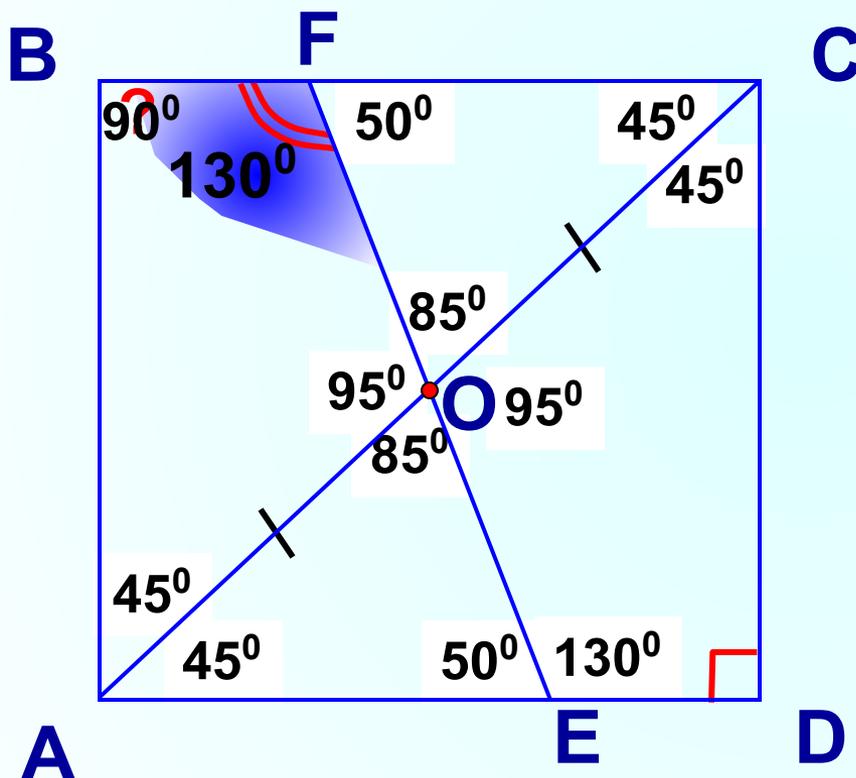
Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите периметр квадрата.

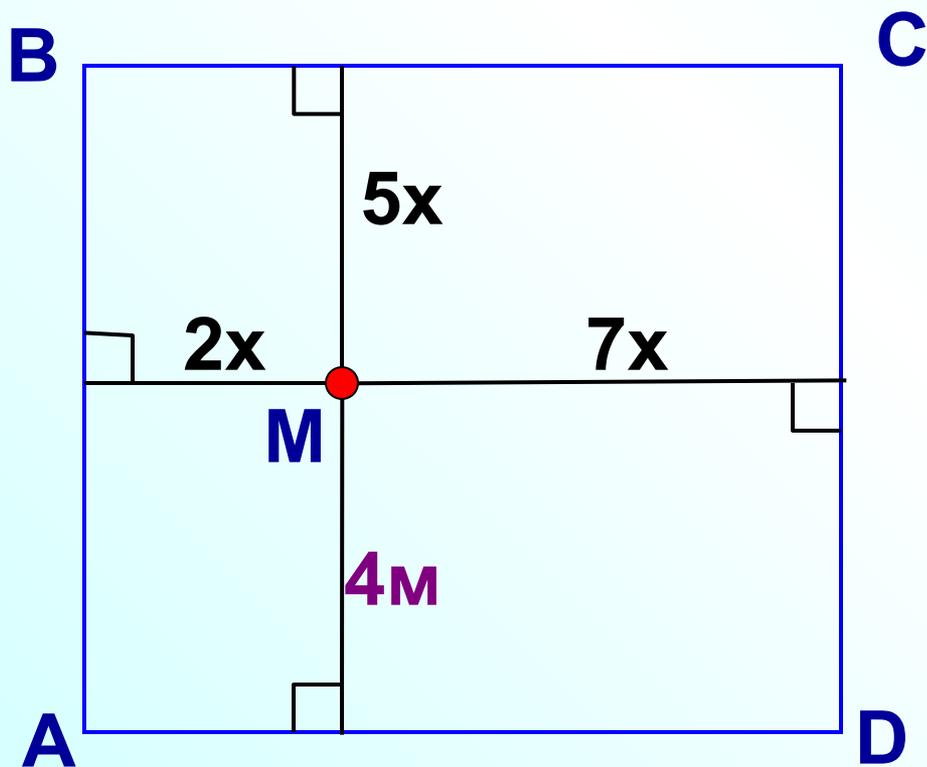


Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите все неизвестные углы квадрата.



Точка M расположена во внутренней области квадрата $ABCD$ так, что расстояния от нее до сторон AB , BC и CD пропорциональны соответственно числам 2, 5 и 7, а расстояние от M до прямой AD равно 4 м. Найдите периметр этого квадрата.



$P - ?$

Домашнее задание:

П. 45, 46 учить

П.47 выучить самостоятельно

№403, №406

Знать ответы на вопросы:

№1-20 после главы 5 стр. 114

Домашнее задание:

**П. 45, 46, 47 учить
№407, №412**

Знать ответы на вопросы:

№1-20 после главы 5 стр. 114

Решить:

Задачи

1. Диагонали ромба $KMNP$ пересекаются в точке O . Найдите углы треугольника KOM , если угол MNP равен 80° .

2. В параллелограмме $KMNP$ проведена биссектриса угла MKP , которая пересекает сторону MN в точке E . а) Докажите, что треугольник KME равнобедренный. б) Найдите сторону KP , если $ME = 10$ см, а периметр параллелограмма равен 52 см.

3. Через вершину C прямоугольника $ABCD$ проведена прямая, параллельная диагонали BD и пересекающая прямую AB в точке M . Через точку M проведена прямая, параллельная диагонали AC и пересекающая прямую BC в точке N . Найдите периметр четырехугольника $ACMN$, если диагональ BD равна 8 см.

4. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M , лежащей на стороне BC . Луч DM пересекает прямую AB в точке N . Найдите периметр параллелограмма $ABCD$, если $AN = 10$ см.

Решение задач по готовым чертежам

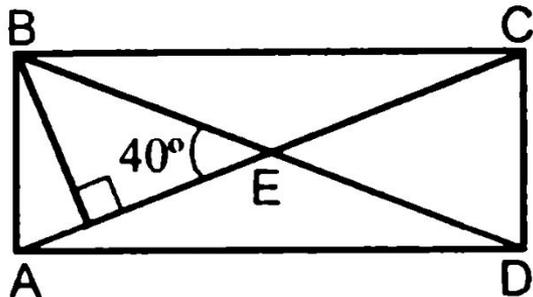


Рис. 199

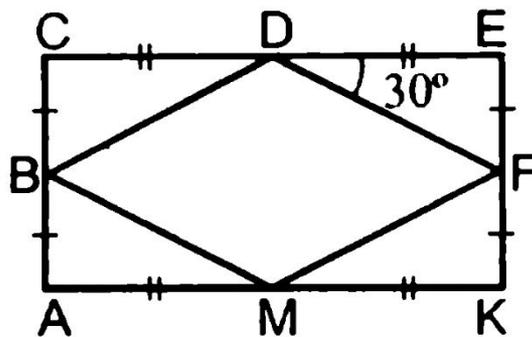


Рис. 200

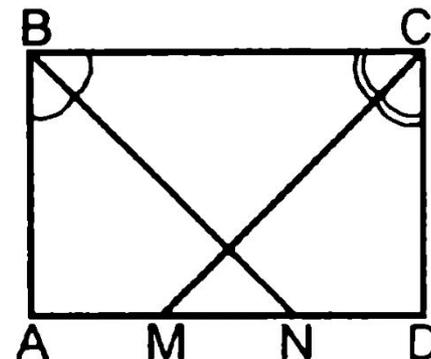


Рис. 201

1. Рис. 199. $ABCD$ – прямоугольник.
Найти: $\angle ABF$.
2. Рис. 200. $ACEK$ – прямоугольник, $BC = 5$ см.
Найти: P_{BDFM} .
3. Рис. 201. $ABCD$ – прямоугольник.
Доказать: $AM = ND$.

Решение задач по готовым чертежам

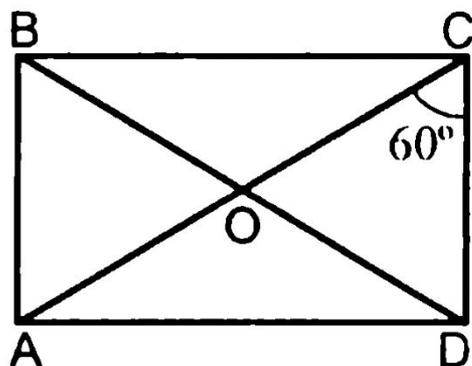


Рис. 202

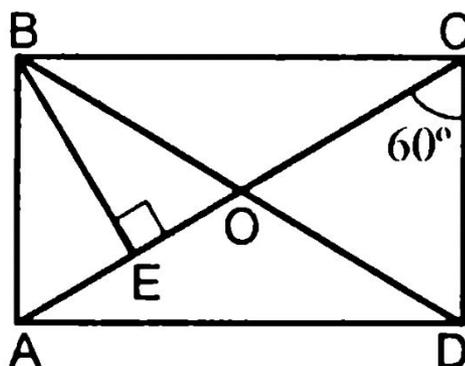


Рис. 203

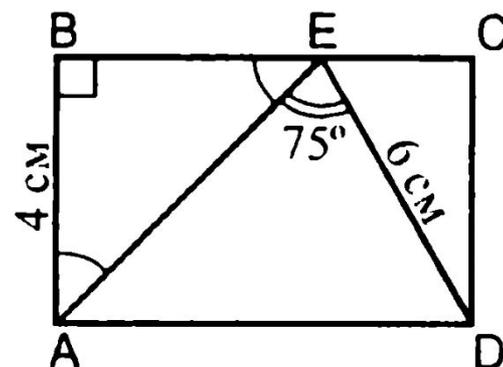


Рис. 204

4. Рис. 202. $ABCD$ – прямоугольник.
Найти: $\angle AOB$, $\angle BOC$.
5. Рис. 203. $ABCD$ – прямоугольник.
Найти: AC , AB .
6. Рис. 204. $ABCD$ – прямоугольник.
Найти: AD .

Решение задач по готовым чертежам

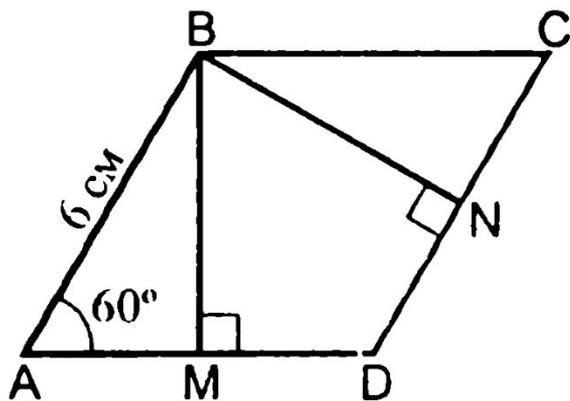


Рис. 221

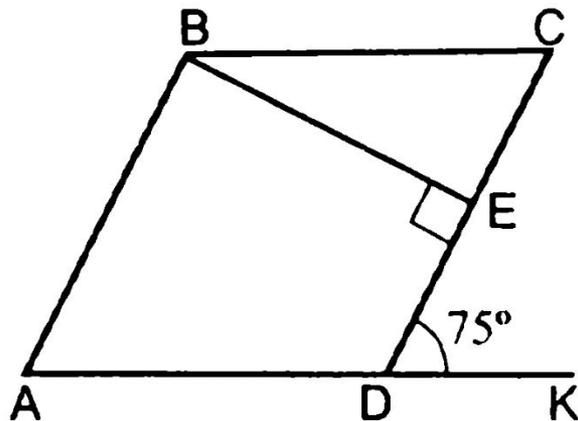


Рис. 222

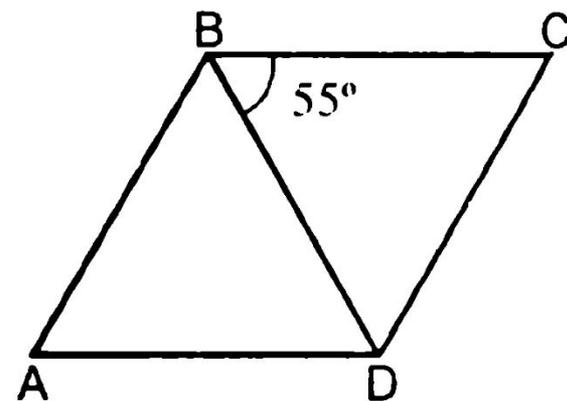


Рис. 223

1. Рис. 221. $ABCD$ – ромб.
Найти: $MD + DN$.
2. Рис. 222. $ABCD$ – ромб.
Найти: $\angle CBE$.
3. Рис. 223. $ABCD$ – ромб.
Найти: $\angle BAD$.

Решение задач по готовым чертежам

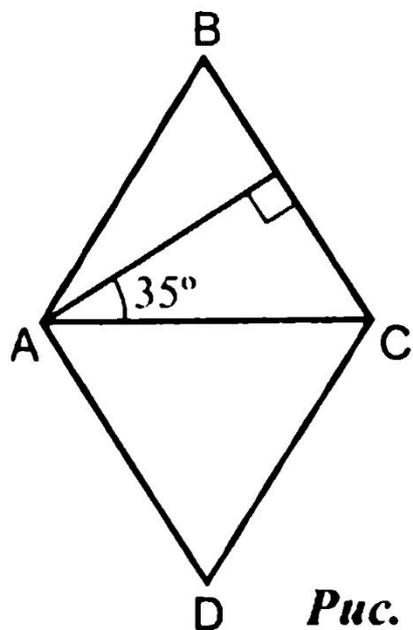


Рис. 224

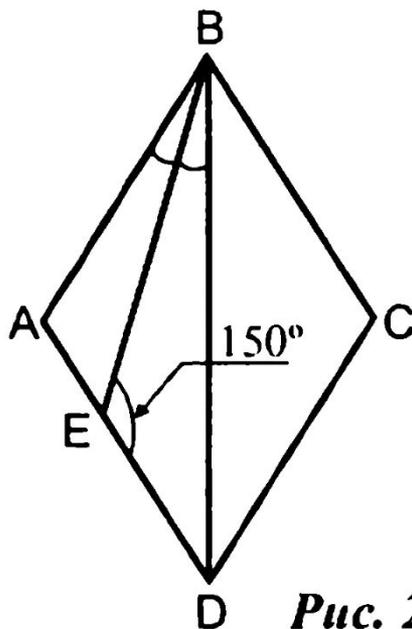


Рис. 225

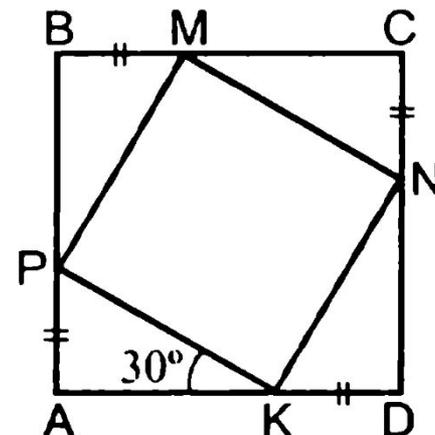


Рис. 226

4. Рис. 224. $ABCD$ – ромб.

Найти: $\angle ABC$.

5. Рис. 225. $ABCD$ – ромб.

Найти: $\angle C$.

6. Рис. 226. $ABCD$ – квадрат, $PK = 2$ см, $AK = \sqrt{3}$ см.

Найти: P_{ABCD} .

Ответы к задачам на готовых чертежах:

1. $MD + DN = 6$ см.

2. $\angle CBE = 15^\circ$.

3. $\angle BAD = 70^\circ$.

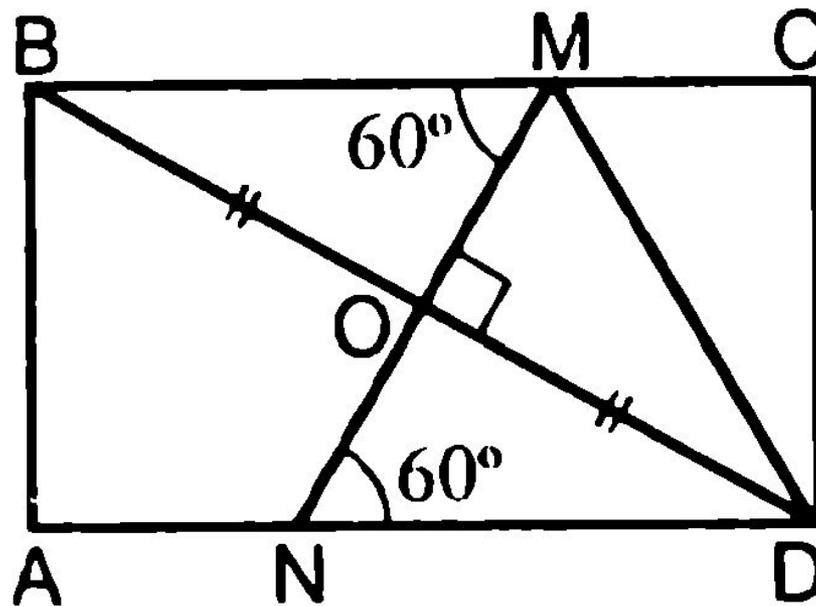
4. $\angle ABC = 70^\circ$.

5. $\angle C = 140^\circ$.

6. $P_{ABCD} = 4 \cdot (\sqrt{3} + 1)$ см.

Задача №1

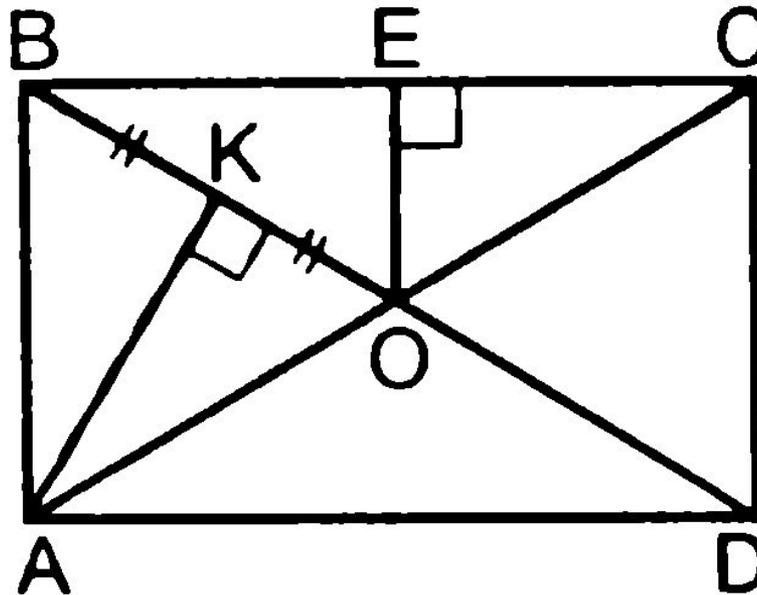
Прямая, проходящая через центр прямоугольника перпендикулярно диагонали, пересекает большую сторону прямоугольника под углом 60° . Отрезок этой прямой, заключенный внутри прямоугольника, равен 10. Найдите большую сторону прямоугольника.



15 см

Задача №2

Перпендикуляр, опущенный из вершины угла A прямоугольника $ABCD$ на не проходящую через эту вершину диагональ, делит ее в отношении $1 : 3$, считая от вершины B . Диагональ прямоугольника равна 8 см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до большей стороны.



2 см

Самостоятельная работа

I вариант

1. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . E – середина стороны AB , $\angle BAC = 50^\circ$. Найдите угол EOD .
2. В ромбе $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , $\angle A = 31^\circ$. Найдите углы треугольника BOC .

II вариант

1. В прямоугольнике $MPKH$ диагонали пересекаются в точке O . Отрезок OA является высотой треугольника MOP , $\angle AOP = 15^\circ$. Найдите $\angle ONK$.
2. В ромбе $MPKH$ диагонали пересекаются в точке E . Один из углов треугольника PKE равен $16^\circ 30'$. Найдите остальные углы этого треугольника и угол PMH .

Проверка

I вариант

1. Рис. 231.

а) Докажи, что $\triangle ABO$ равнобедренный и OE в нем медиана, высота и биссектриса.

б) Найди $\angle EOA = 40^\circ$, $\angle BOA = 80^\circ$, $\angle AOD = 100^\circ$.

в) $\angle EOD = \angle EOA + \angle AOD = 140^\circ$.

Ответ: 140° .

2. Рис. 232.

а) $\angle A = \angle C = 31^\circ$; CO – биссектриса $\angle C$, $\angle OCB = 15^\circ 30'$;

б) $\triangle COB$ – прямоугольный, $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle OCB = 15^\circ 30'$,
 $\angle OBC = 74^\circ 30'$.

Ответ: 90° , $15^\circ 30'$, $74^\circ 30'$.

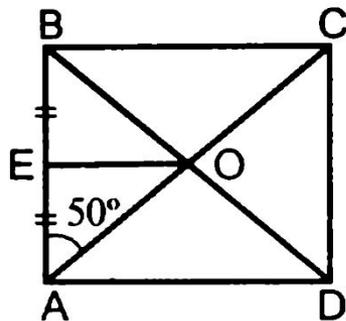


Рис. 231

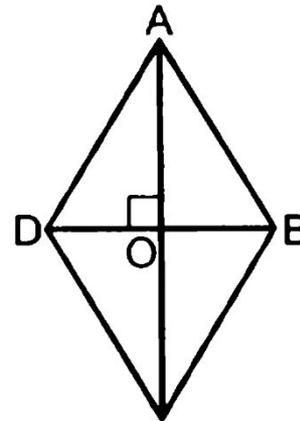


Рис. 232

Проверка

II вариант

1. Рис. 234.

а) Докажи, что $\triangle PМО$ равнобедренный и $ОА$ в нем высота и биссектриса.

б) Найди $\angle PAM = 30^\circ$, $\angle OPM = 75^\circ$.

в) Докажи, что $\angle OPM = \angle ONK$.

Ответ: $\angle ONK = 75^\circ$.

2. Рис. 235.

а) $\angle PKE = 90^\circ - 16^\circ 30' = 73^\circ 30'$.

б) $\angle PKN = 73^\circ 30' - 16^\circ 30' = 57^\circ$.

в) $\angle PMH = 14^\circ$.

Ответ: 147° .

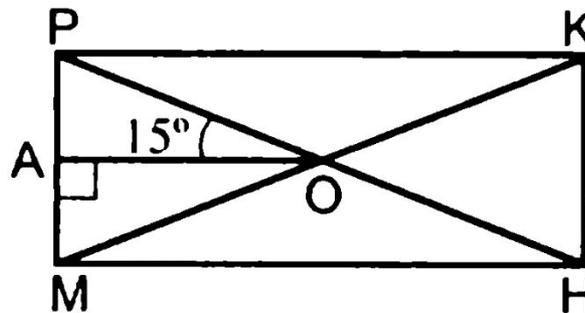


Рис. 234

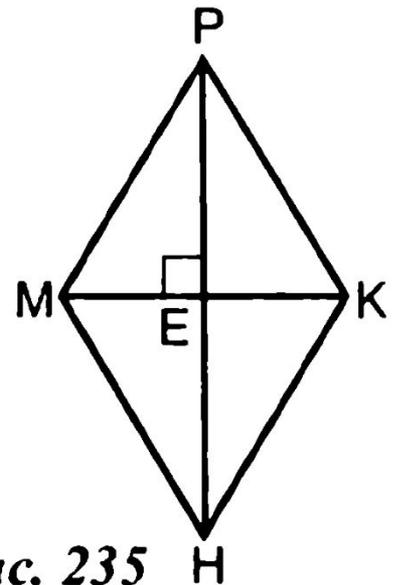


Рис. 235