

Сабақтың тақырыбы

Көрсеткіштік теңдеулер, олардың жүйелері

$$a^x = a^b \Leftrightarrow x = b$$



Сабақтың мақсаты:

- Көрсеткіштік теңдеулер, көрсеткіштік теңдеулер жүйесі ұғымын қалыптастыру
- Қарапайым көрсеткіштік теңдеулерді, жүйелерді шешу жолдарын қарастыру
- Көрсеткіштік теңдеулерді, жүйелерді шешу дағдыларын дамыту



АНЫҚТАМА

$y = a^x$ түріндегі функция,
(мұндағы $a \neq 1, a > 0$)

көрсеткіштік функция деп
аталады

Мысалы:

$$y = 3^x;$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x;$$

$$y = 0,4^x$$

Көрсеткіштік теңдеулер

Анықтама

Қарапайым
көрсеткіштік
теңдеулер

Күрделі
теңдеулері
шешу жолдары

Көрсеткіштік
теңдеулер
жүйесін шешу



АНЫҚТАМА

Көрсеткіштік

теңдеу — дәреже дәреже көрсеткіші белгісіз болатын теңдеу.

Мысалдар:

$$2^x = 8;$$

$$9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$$

Көрсеткіштік
теңдеулер

Қарапайым көрсеткіштік теңдеулердің түрі:

$$a^x = b, b = a^c, a^x = a^c, a > 0, a \neq 1$$

Көрсеткіштік теңдеулерді шешу үшін теңдеудің екі жақ бөлігін логарифмдеу шешу үшін теңдеудің екі жақ бөлігін логарифмдеу, айнымалыларды шешу үшін теңдеудің екі жақ бөлігін логарифмдеу, айнымалыларды алмастыру шешу үшін теңдеудің екі жақ бөлігін логарифмдеу, айнымалыларды алмастыру, негіздері шешу үшін теңдеудің екі жақ бөлігін логарифмдеу, айнымалыларды алмастыру, негіздері бірдей дәрежелерді теңестіру, графиктік шешу, т. б. тәсілдер қолданылады.

Көрсеткіштік теңдеулерді шешу кезінде негізгі екі әдіс

Қарапайым көрсеткіштік теңдеулер

$$1). 2^{3x+4} = 2^{x-7}$$

$$3x + 4 = x - 7$$

$$x - x = -7 - 4$$

$$2x = -11$$

$$x = -5,5.$$

$$: - 5,5.$$

$$2). 5^{x^2-3x} = 1$$

$$5^{x^2-3x} = 5^0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 3. \end{array} \right.$$

Ответ: 0; 3.

Көрсеткіштік
теңдеулер



Қарапайым көрсеткіштік теңдеулер

$$1). 2^{3x+4} = 2^{x-7}$$

$$3x + 4 = x - 7$$

$$x - x = -7 - 4$$

$$2x = -11$$

$$x = -5,5.$$

Жауабы: - 5,5.

$$2). 5^{x^2-3x} = 1$$

$$5^{x^2-3x} = 5^0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 3. \end{array} \right.$$

Жауабы: 0; 3.

Көрсеткіштік
теңдеулер



Көрсеткіштік теңдеулерді шешу әдістері



Көрсеткіші кіші
дәрежелерді
жақшаның
сыртына шығару

Айнымалыны
ауыстыру

Көрсеткіштік
теңдеулер



Көрсеткіші кіші дәрежелерді жақшаның сыртына шығару

Бұл әдісті қолдану үшін екі шарт орындалуы керек:

- 1) Дәрежелердің негізі бірдей болуы керек;
- 2) Айнымалының алдындағы с коэффициенті бірдей болу керек.

Мысалы: $2^{x+1} - 4 \cdot 2^{x-2} = 32$



Көрсеткіші кіші дәрежелерді жақшаның сыртына шығару

$$2^{x+1} - 4 \cdot 2^{x-2} = 32$$

$$2^{x-2} (2^3 - 4 \cdot 1) = 32$$

$$2^{x-2} (8 - 4) = 32$$

$$2^{x-2} \cdot 4 = 32 \quad |:4$$

$$2^{x-2} = 8$$

$$2^{x-2} = 2^3$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

Жауабы: 5

Күрделі
теңдеулерді шешу

Дәрежені анықтау

$$x + 1 - (x - 2) = x + 1 - x + 2 = 3$$



Айнымалыны ауыстыру

Бұл әдісте көрсеткіштік теңдеу
квадрат теңдеуге түрленеді.

Айнымалыны ауыстыру төмендегідей жағдайда
жасалады:

а) көрсеткіштердің негіздері бірдей болғанда;

а.1) Біреуінің дәреже
көрсеткіші
екіншісінен 2 есе
үлкен болғанда

Мысалы:

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$$

а.2) айнымалы алдындағы
коэффициенттер
қарама-қарсы болғанда

Мысалы:

$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$



1) Айнымалыны ауыстыру

Біреуінің дәреже көрсеткіші екіншісінен 2 есе
үлкен болғанда

$$3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 = 0 \quad | \quad t = 3^x (t > 0)$$

$$t^2 - 4t - 45 = 0$$

Виет теоремасы бойынша: $t_1 \cdot t_2 = -45$; $t_1 + t_2 = 4$

$t_1 = 9$; $t_2 = -5$ – шартты қанағаттандырмайды

$$3^x = 9; \quad 3^x = 3^2; \quad x = 2.$$

Жауабы: $x = 2$.



1) Айнымалыны ауыстыру

айнымалы алдындағы коэффициенттер қарама-қарсы болғанда

$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$
$$2^2 \cdot 2^{-x} - 2^x \cdot 2^{-1} = 1$$

$$t = 2^x \quad (t > 0)$$

$$\frac{4}{t} - \frac{t}{2} = 1$$

$$8 - t^2 = 2t$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

Виет теоремасы бойынша:

$$t_1 \cdot t_2 = -8, \quad t_1 + t_2 = -2$$

$$t_1 = -4 \quad \text{- Шартты қанағаттандырмайды}$$

$$t_2 = 2$$

$$2^x = 2$$

$$x = 1$$

Жауабы: 1

Күрделі
теңдеулерді шешу



Көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешу

Жүйені шешейік,

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 5^{x-2y} = \frac{1}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - y \\ 5^{1-y-2y} = 5^{-2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1 - 3y &= -2 \\ -3y &= -3 \\ \underline{y = 1} \quad \underline{x = 0} \end{aligned}$$

Жауабы: $(0;1)$.

Бірінші теңдеудегі x –ті y арқылы өрнектеп, екінші теңдеуге қоямыз.

Екінші теңдеуді шешіп, y -ті табамыз.

y –тің мәнін бірінші теңдеуге қойып x -ті табамыз.



Көрсеткіштік теңдеулер жүйесін шешу

Жүйені шешейік,

$$\begin{cases} 27^x = 3^y \\ 3^x = 81^{y+11} \end{cases}$$

Байқап тұрғанымыздай екі теңдеудің де негізі 3 саны.

$$\begin{cases} 3^{3x} = 3^y \\ 3^x = 3^{4(y+11)} \end{cases}$$

Теңдеудің екі жағын да бір негізге келтіреміз.

Көрсеткіштік теңдеулер жүйесінен теңдеулер жүйесіне көшеміз:

$$\begin{cases} 3x = y \\ x = 4y + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = y \\ x = 12x + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -12 \\ x = -4 \end{cases}$$

Жауабы: $(-4; -12)$.

Теңдеулер
жүйесі



Көрсеткіштік теңдеулерді
шешуде сәттілік тілеймін!

$$a^x = a^c \Leftrightarrow x = c$$



Теңдеулерді шешу

$$4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$$

$$2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} = 5 \cdot 2^x - 6$$

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$



Жүйелерді шешу

$$1. \begin{cases} 3^x = y, \\ 9^x = 2y + 3. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2^x - 3^y = 1, \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 7. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 11^x + 8^y = 75, \\ 3 \cdot 11^x + 8^y = 97. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 7^{x+3} \cdot 3^{y-2} = 21, \\ 7^{x+2} + 3^{y+1} = 82. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} y^2 = 4 \cdot 5^x + 2x + 3, \\ y^2 = 3 \cdot 5^x + 2x + 8. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} (y^2 + 3y - 4)(3^{x+1} - 27) = 0, \\ 2^x - 4^y = 0. \end{cases}$$

