

Комбинаторные задачи

Комбинаторика – от латинского слова, означает «соединять, сочетать».

КОМБИНАТОРИКА – область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Комбинаторные задачи – задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций.

Немного истории

Комбинаторика является древнейшей и, возможно, ключевой ветвью математики. В математике есть задачи, в которых требуется из элементов составить различные наборы, подсчитать количество всевозможных комбинаций элементов, составленных по определённому правилу. На практике часто приходится делать перебор определённого количества данных. Например, учителю приходится распределять различные виды работ между группами учащихся, офицеру выбирать из солдат наряд, агроному размещать культуры на полях, завучу составлять расписание и т.д. В данном случае речь идёт о всевозможных комбинациях объектов. Задачи такого типа называются комбинаторными задачами. Область математики, в которой изучают комбинаторные задачи, называется комбинаторикой. Как самостоятельный раздел математики комбинаторика оформилась в Европе в XVIII веке. Некоторые комбинаторные задачи решали в Индии во II веке до н. э., в Древнем Китае, позднее в Римской империи.

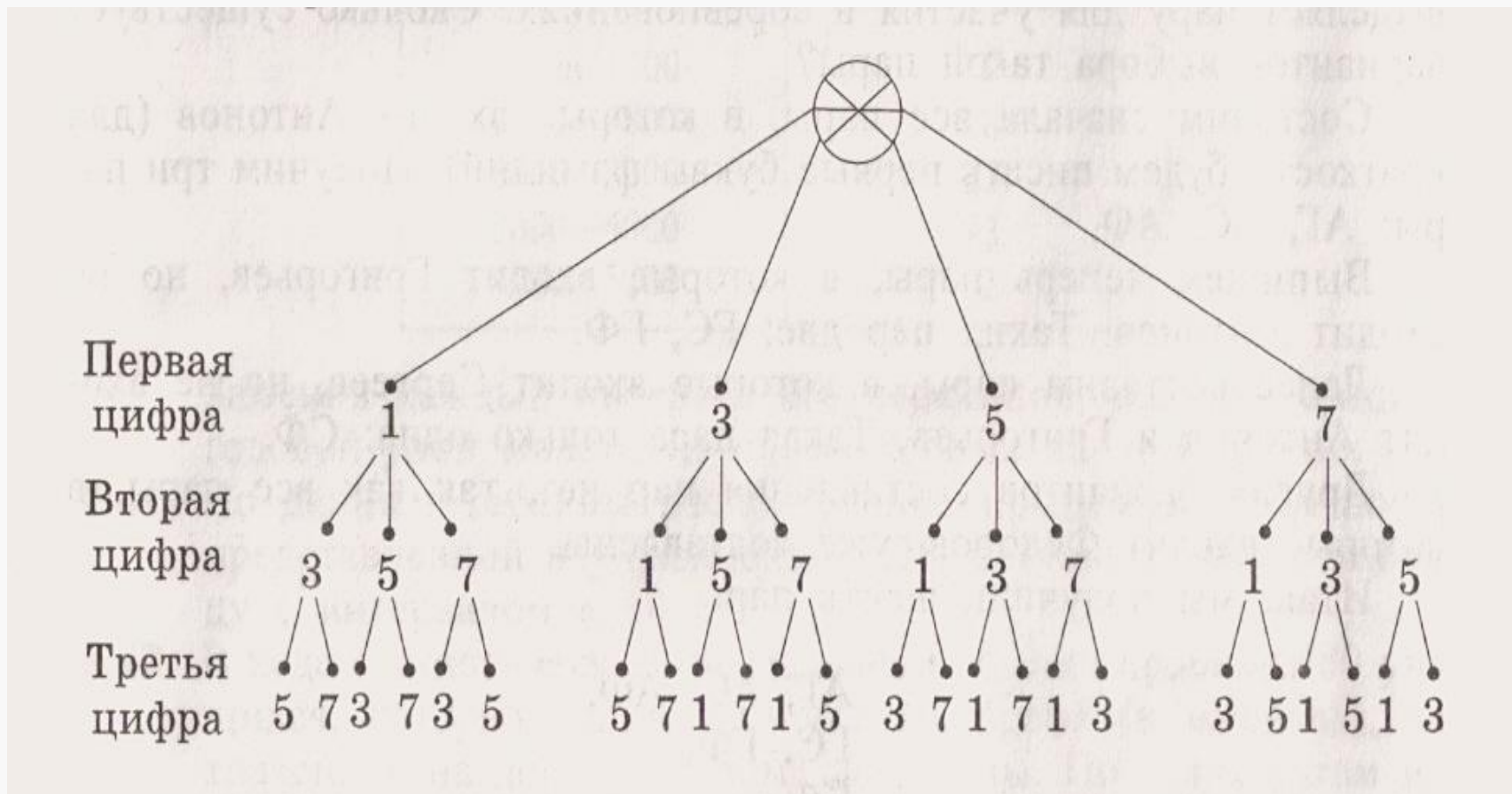
Перебор возможных вариантов

Пример.

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

135	137	153	157	173	175
315	317	351	357	371	375
513	517	531	537	571	573
713	715	731	735	751	753

Схема – дерево возможных вариантов



Комбинаторное правило умножения

Первую цифру можно выбрать четырьмя способами (1, 3, 5, 7).

Так как после выбора первой цифры останутся три, то вторую цифру можно выбрать тремя способами.

Третью цифру можно выбрать (из оставшихся двух) двумя способами.

Следовательно, общее число искомым трехзначных чисел равно произведению $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Общий вид комбинаторного правила умножения

Пусть имеется n элементов и требуется выбрать один за другим некоторые k элементов.

Если первый элемент можно выбрать n_1 способами, после чего второй элемент можно выбрать из оставшихся элементов n_2 способами, затем третий элемент – n_3 способами и т. д., то число способов, которыми могут быть выбраны все элементы, равно произведению

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$$