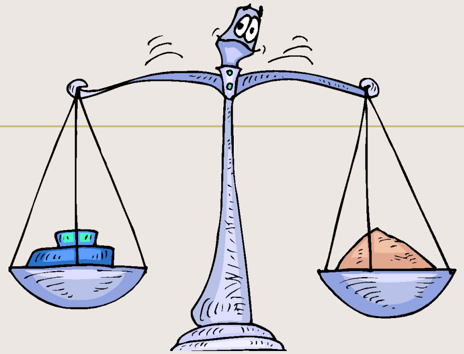

Аналіз випадкових величин.

ЗМІСТ

- **Випадкова величина.**
- **Характеристики розподілу: математичне сподівання, дисперсія, стандартне відхилення.**
- **Способи задання закону розподілу для дискретних випадкових величин.**
- **Функція розподілу.**
- **Функція щільності розподілу.**

Поняття випадкової величини

- Припустимо, що розглядається подія, яка полягає в тому, що в даному місті відбувається одна пожежа за добу. Ця подія є випадковою, і вона має певну ймовірність. В дійсності можуть виникнути й інші події: не відбудеться жодної пожежі, відбудеться дві або три і т.д. Значення ймовірностей цих подій залежать від розмірів міста, від пори року та інших факторів. Наведені приклади показують, що можна розглядати таку змінну величину, як кількість пожеж за добу, яка з певною ймовірністю може набувати того чи іншого значення.

Поняття випадкової величини

Означення.

Випадковою величиною називається така змінна величина, якавнаслідок випробування набуває з деякою ймовірністю певного значення із множинеможливих значень.

Приклади випадкових величин:

1) кількість викликів підрозділів пожежної охорони за одиницю часу;

2) тривалість гасіння пожежі;

3) відстань від пожежного депо до місця пожежі та ін.

Поняття випадкової величини

- Наведені приклади показують, що випадкові величини можна розподілити на дві групи в залежності від множини їх можливих значень. Перша група – це дискретні випадкові величини. Їх значення утворюють злічену множину, тобто можуть бути перераховані. Наприклад, кількість пожеж, що виникають в одиницю часу.
- Друга група – це неперервні випадкові величини. Їх значення утворюють суцільний інтервал числової осі. Наприклад, тривалість гасіння пожежі.

Характеристики випадкових величин

- Характеристики випадкової величини потрібні для того, щоб в стислій формі представити всю інформацію про неї. До основної характеристики випадкової величини належить закон її розподілу. Інші характеристики визначають найважливіші риси розподілу випадкової величини. До них належать математичне сподівання випадкової величини та її дисперсія.
- Математичне сподівання характеризує положення випадкової величини на числовій осі, тобто указує середнє значення, навколо якого групуються всі її можливі значення. Нехай дискретна випадкова величина X може приймати значення $x1$, $x2,\ldots, xn$ з ймовірностями $p1, p2$, $\ldots,pn,$ відповідно. Тут n – загальна кількість значень xi.

Характеристики випадкових величин

- ***Означення. Математичним сподіванням*** (її середнім значенням) дискретної випадкової величини *X* називається величина, обчислена за формулою

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i\, x_i$$

де: M(x) – математичне сподівання x,

P_i – ймовірність появлення в дослідах x_i ,

x_i-значення дискретної випадкової змінної,

n - кількість допустимих значень дискретної випадкової величини

Характеристики випадкових величин

Дисперсія характеризує рівень розкладу значень випадкової величини навколо її математичного сподівання.

Означення. Дисперсією дискретної випадкової величини *X* називається математичне сподівання (середнє значення) квадрата відхилення цієї величини від її математичного сподівання, тобто

$$D(X)=M\left(\left(X-M(X)\right)^2\right)$$

Характеристики випадкових величин

Дисперсія вимірюється як квадрат випадкової величини. Тому замість дисперсії часто користуються більш зручною величиною, що вимірюється в тих же одиницях, що й випадкова величина. Ця величина називається ***середнім квадратичним відхиленням*** і обчислюється за формулою

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Закон розподілу випадкової величини

Означення. Законом розподілу випадкової величини називається сукупність її можливих значень і ймовірностей, з якими ці значення з'являються.

Закони розподілу можуть бути представлені таблично, графічно або аналітично.

Закон розподілу у вигляді таблиці застосовують у випадку скінченого числа можливих значень дискретної випадкової величини.

Закон розподілу випадкової величини

Наприклад, таблиця для п’яти можливих значень випадкової величини X з їх ймовірностями має наступний вигляд.

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
P	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5

Тут окремі значення дискретної випадкової величини X називаються варіантами, а послідовність варіант, записана у зростаючому порядку, називається варіаційним рядом.

Оскільки при кожному випробуванні дискретна випадкова величина *X* може прийняти тільки одне із множини можливих значень, то ці значення утворюють повну групу несумісних подій.

Тоді на підставі правила додавання ймовірностей несумісних подій повинна виконуватись умова $\sum_{i=1}^{i=n} p_i = 1$

Ця умова називається нормуючою.

Користуючись таблицею, закон розподілу дискретної випадкової величини можна також представити графічно у вигляді ламаної лінії. Ця лінія називається полігоном.

Аналітично закон розподілу випадкової величини (і дискретної, і неперервної) можна представити за допомогою функції розподілу.

Функція розподілу

Означення . Функцією $F(x)$ розподілу ймовірності випадкової величини X називається ймовірність того, що випадкова величина X набуває значень, менших від x .

Наприклад, якщо X – тривалість гасіння пожежі, то значення $F(x)$ – це ймовірність того, що гасіння потребує часу менше заданого x.

Функція розподілу

Властивості функції розподілу наступні:

1) $F(-\infty)=0$, $F(+\infty)=1$;

2) функція $F(x)$ є неспадною функцією, тобто $F(x_1)\le F(x_2)$, якщо $x_1<x_2$;

3) ймовірність того, що випадкова величина X задовольняє умові $a\le X<b$ можна обчислити за формулою $P\{a\le X<b\} = F(b)-F(a)$.

Функція щільності розподілу

- Функція розподілу ймовірності випадкової величини має той недолік, що вона приховує розподіл значень ймовірності по окремим значенням цієї величини. Тому використовують, так звану, **щільність (*густину*) *розподілу випадкової величини***, яка являє собою похідну від функції розподілу ймовірності цієї величини, тобто

$$f(x) = F'(x)$$

Функція щільності розподілу

Властивості щільності (густини) розподіл ймовірності випадкової величини наступні:

1) густина розподілу є невід'ємною функцією, тобто $f(x) \geq 0$;

2) ймовірність того, що випадкова величина X задовольняє умові $a \leq X < b$, дорівнює площі під кривою $f(x)$ на цьому проміжку, тобто $P\{a \leq X < b\} = \int_a^b f(x) \cdot dx$;

3) для функції розподілу та густину розподілу справедливі невласні інтеграли $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t) \cdot dt$ і $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = 1$.

Дякую за увагу