

Тема лекции:  
**ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ**

---

Фермой называется геометрически неизменяемая система, которая состоит из прямолинейных стержней, соединенных между собой в узлах шарнирами.

Рассмотрим несколько реальных сооружений, где в качестве основных несущих конструкций используются фермы.







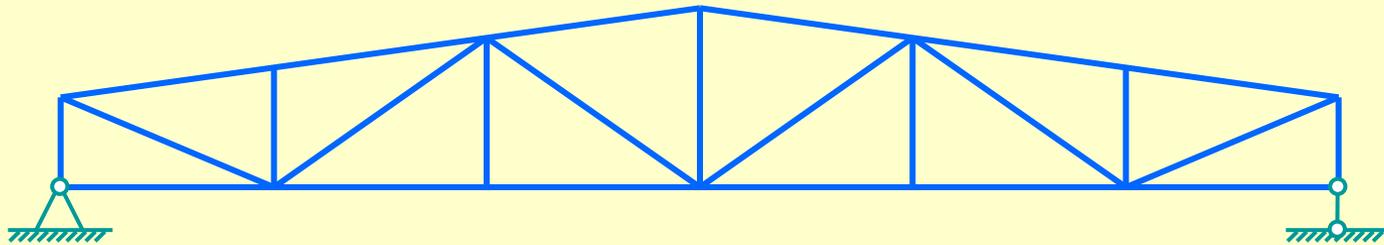






# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

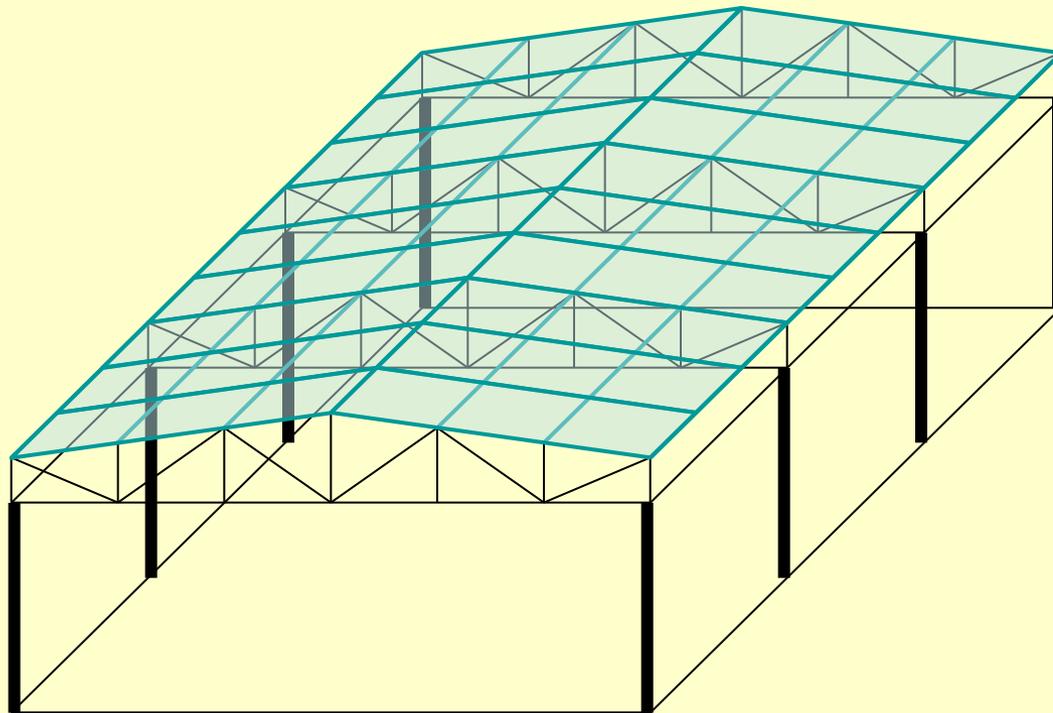
Если оси всех стержней и приложенная к ферме нагрузка расположены в одной плоскости, ферма называется плоской.



Дальше, в этом цикле лекций, мы будем рассматривать только плоские фермы.

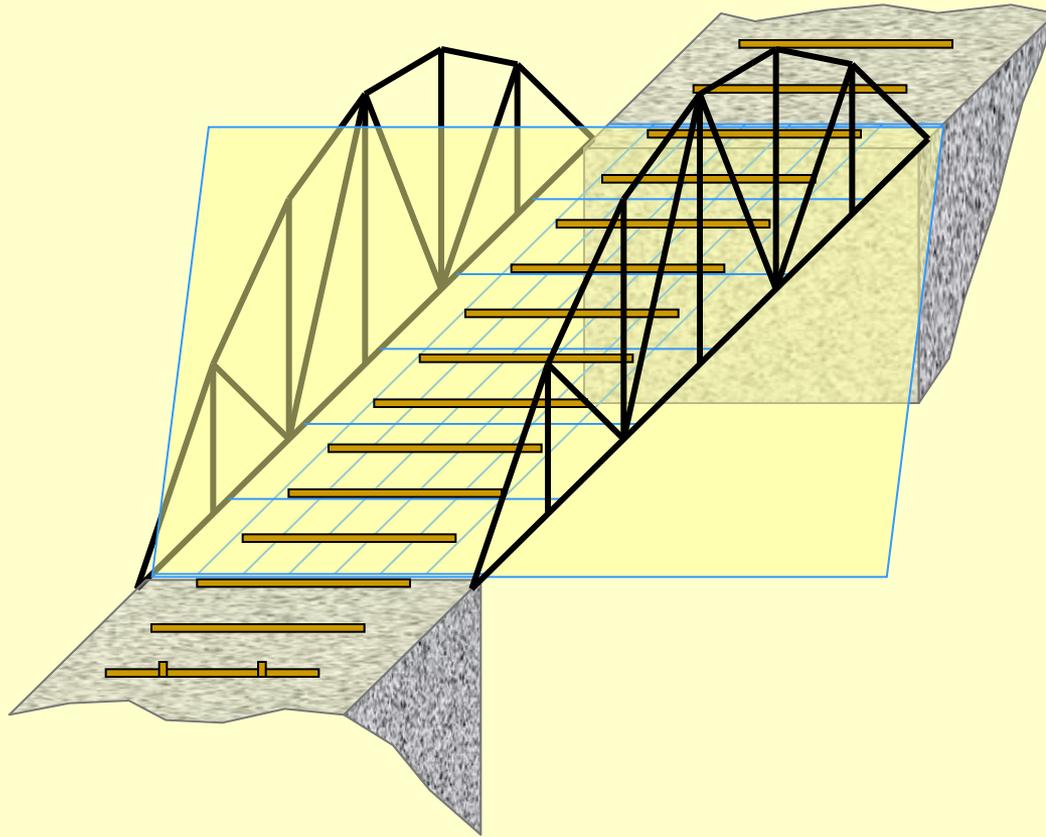
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

Примером плоской фермы могут служить стропильные фермы покрытия промышленного здания



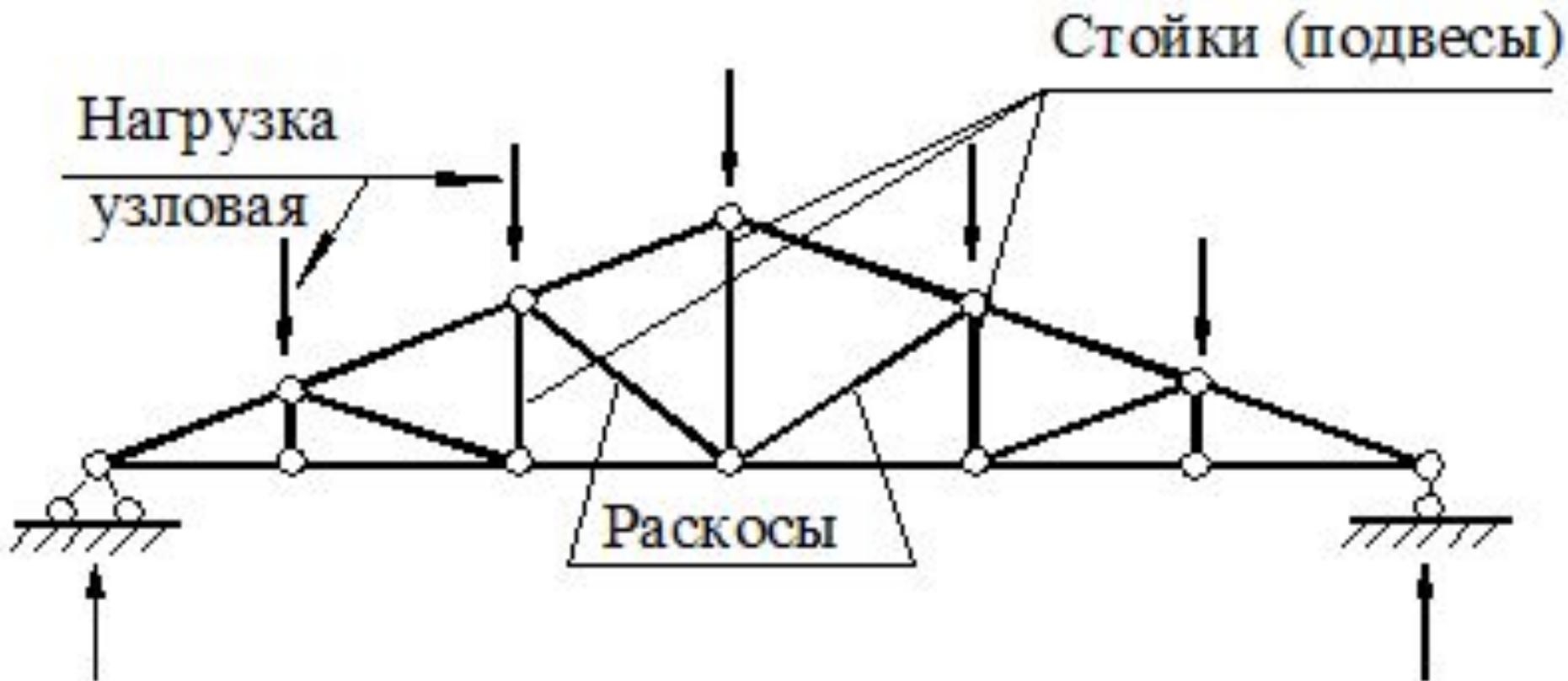
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

Другим примером плоской фермы могут служить главные несущие фермы железнодорожного моста



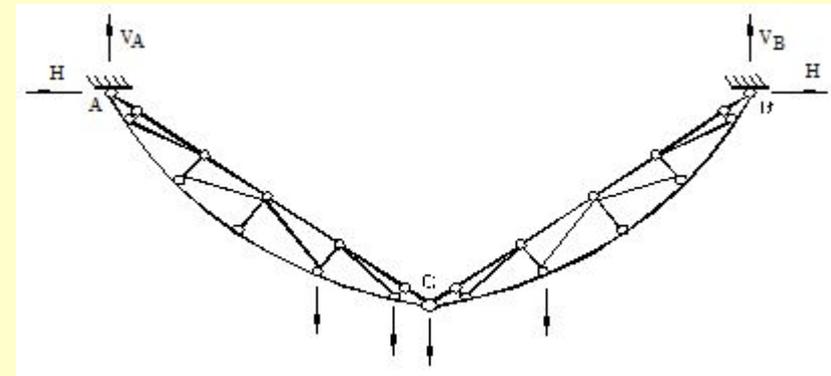
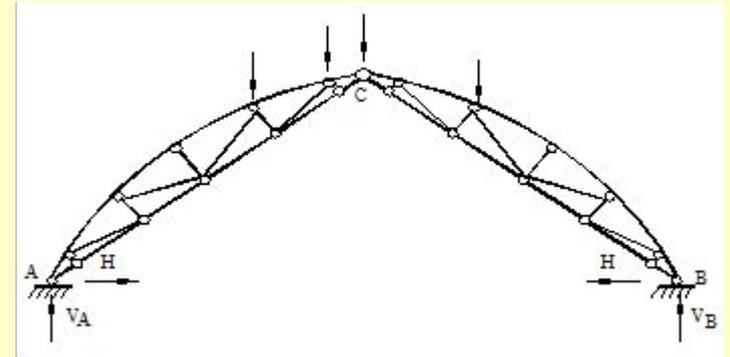
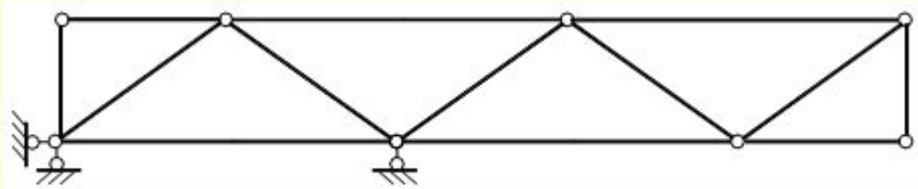
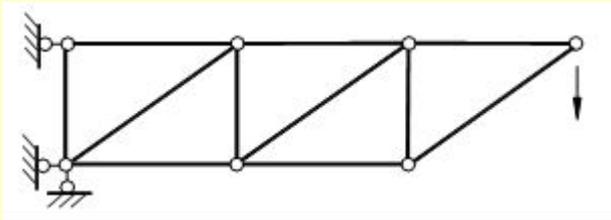
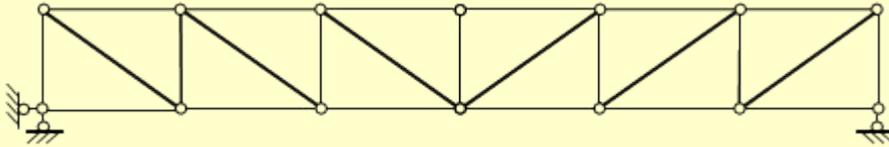
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## 1. Принятые обозначения и названия элементов ферм



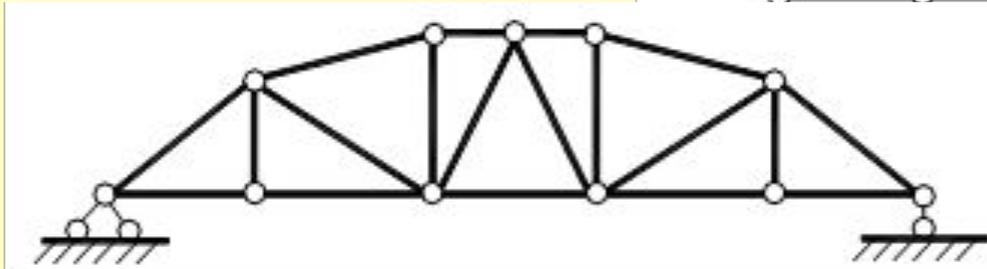
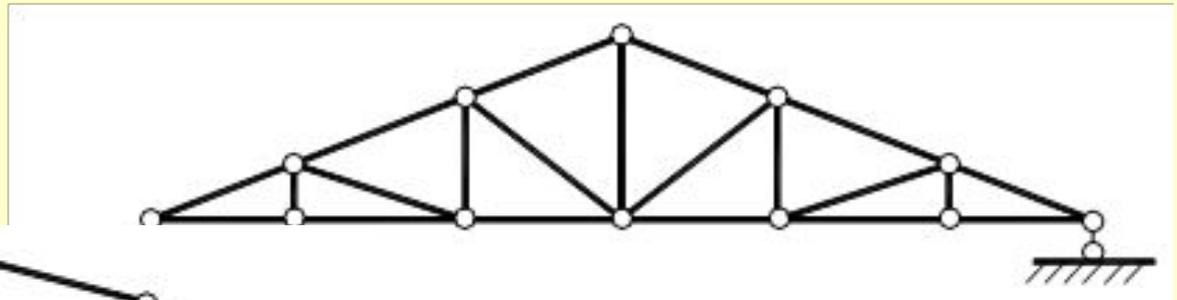
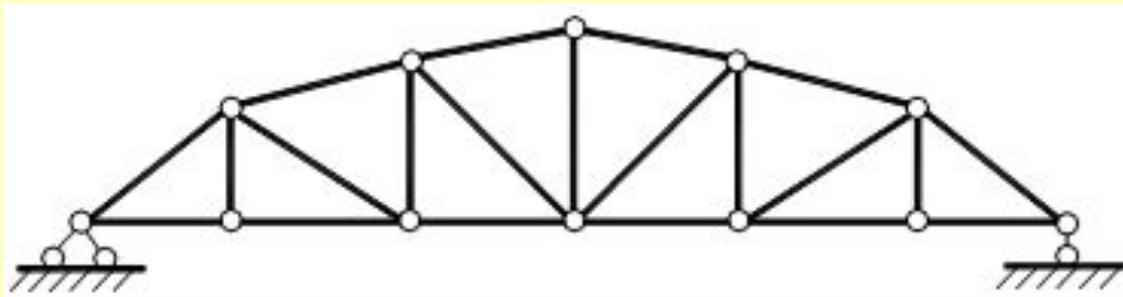
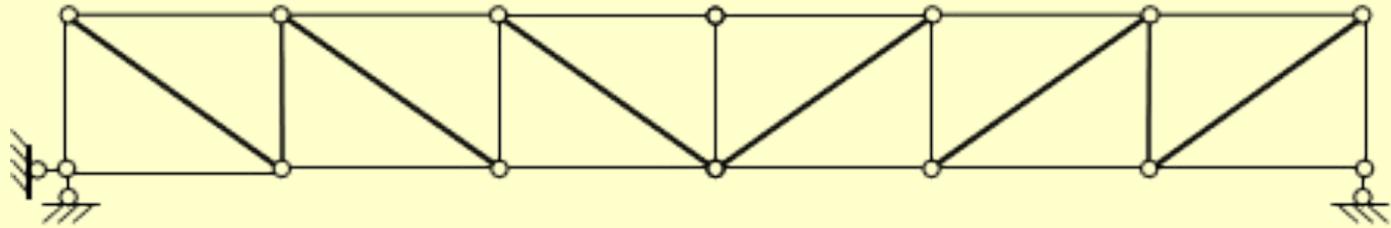
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## 2. Классификация ферм по направлению опорных реакций



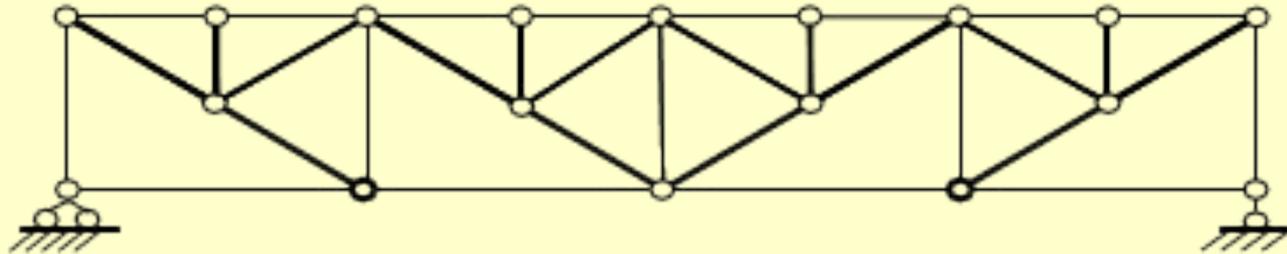
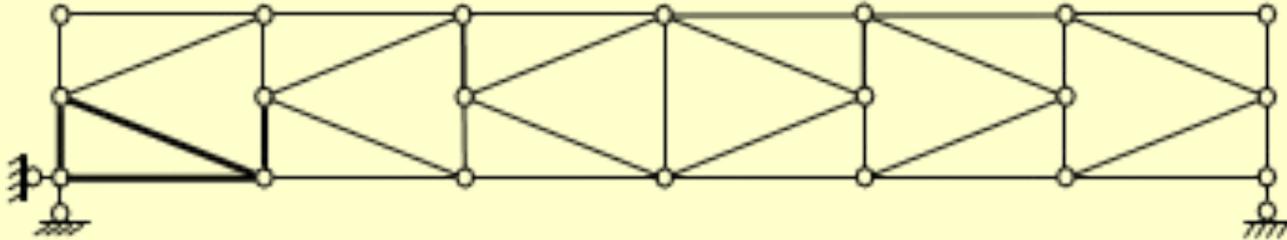
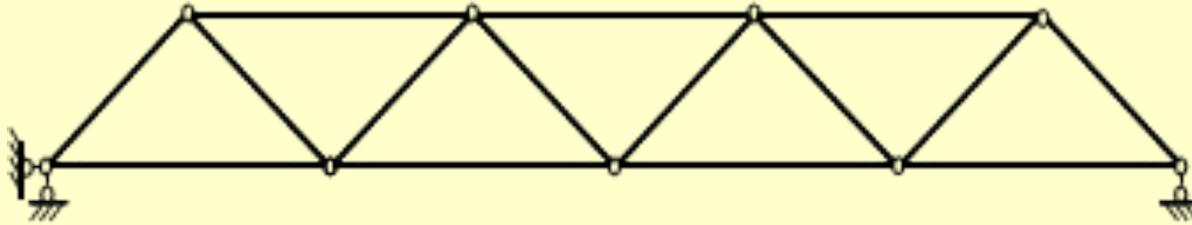
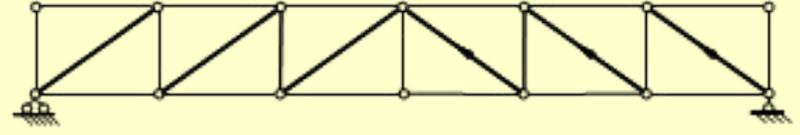
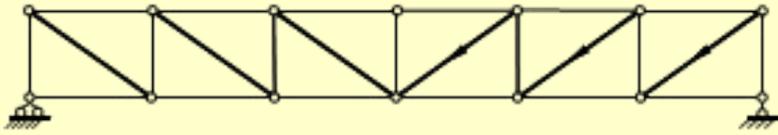
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## 3. Классификация ферм по очертанию поясов

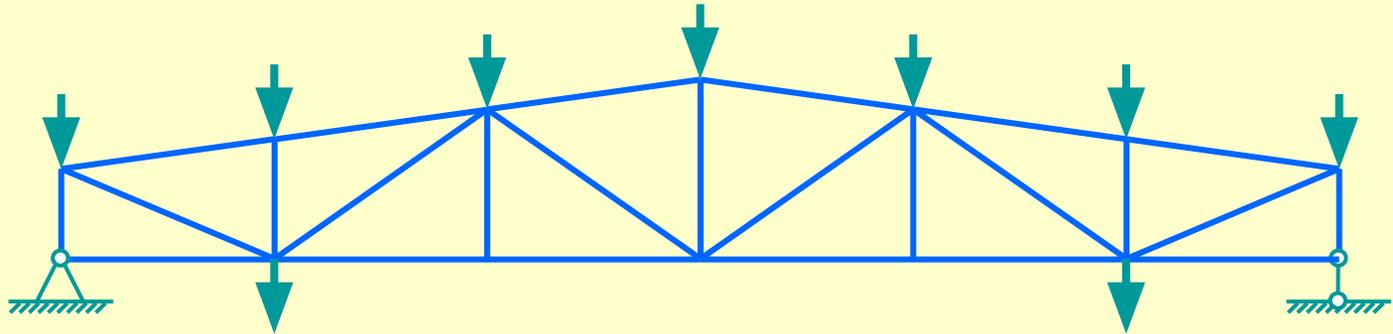


# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## 4. Классификация ферм по типу решетки



# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

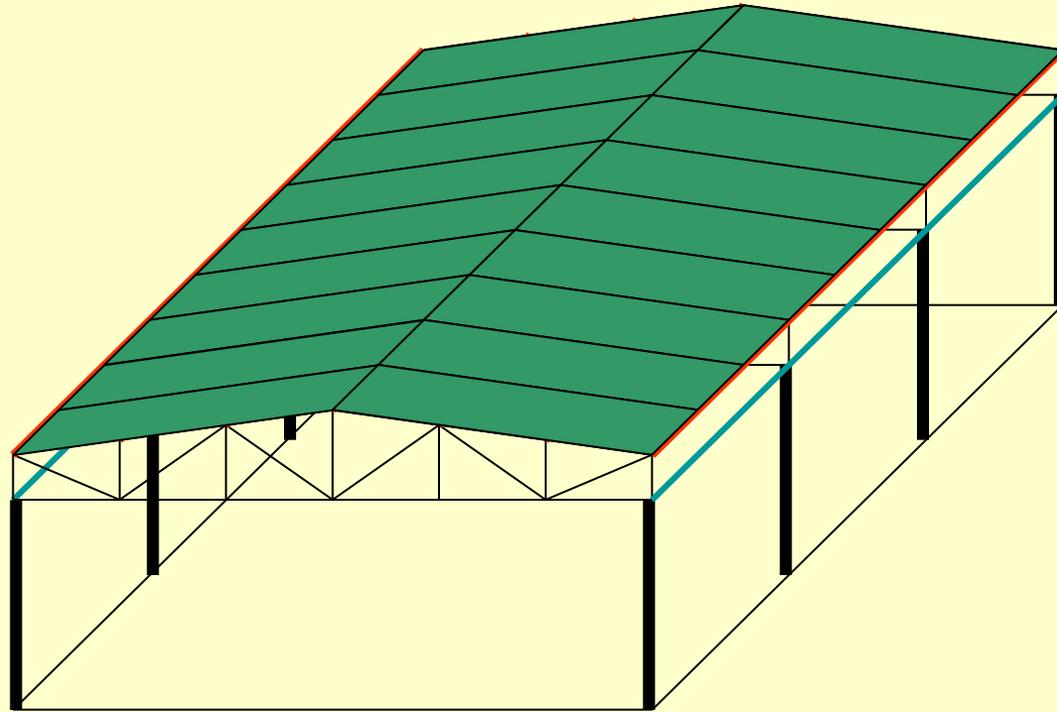


При расчете и проектировании ферм приняты следующие условия и допущения:

1. все стержни фермы прямолинейны;
2. вес элементов фермы пренебрежимо мал по сравнению с действующими внешними нагрузками;
3. внешние нагрузки, действующие на ферму приводятся к узловым.

Рассмотрим примеры узлового приложения нагрузок к фермам в реальных сооружениях

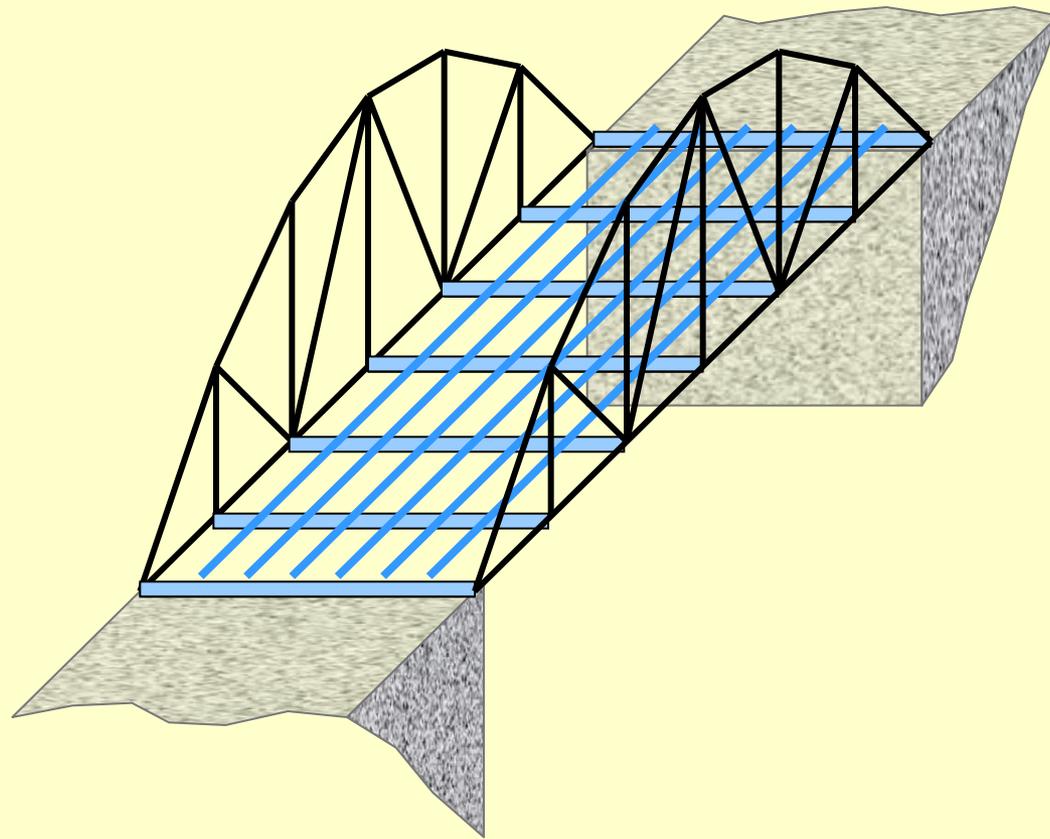
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



Как видно, нагрузка на ферму передаётся через продольные прогоны, которые прикреплены к узлам фермы.

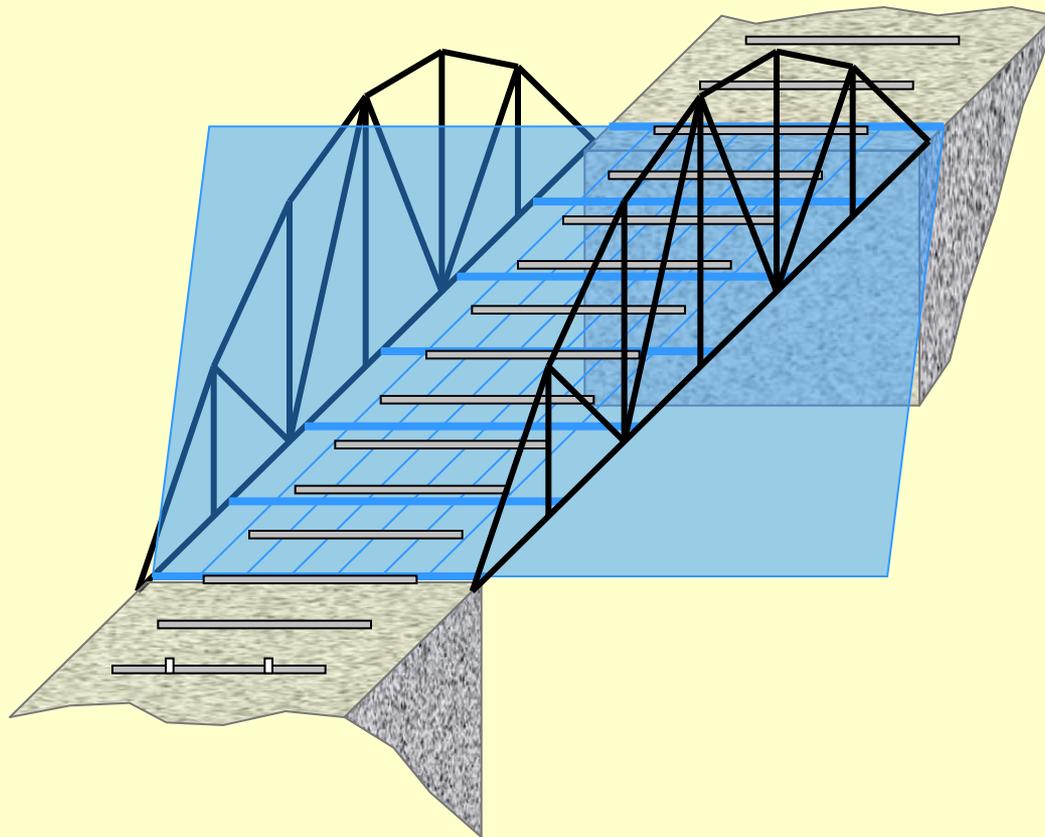
Затем по прогонам устраивают покрытие кровли

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



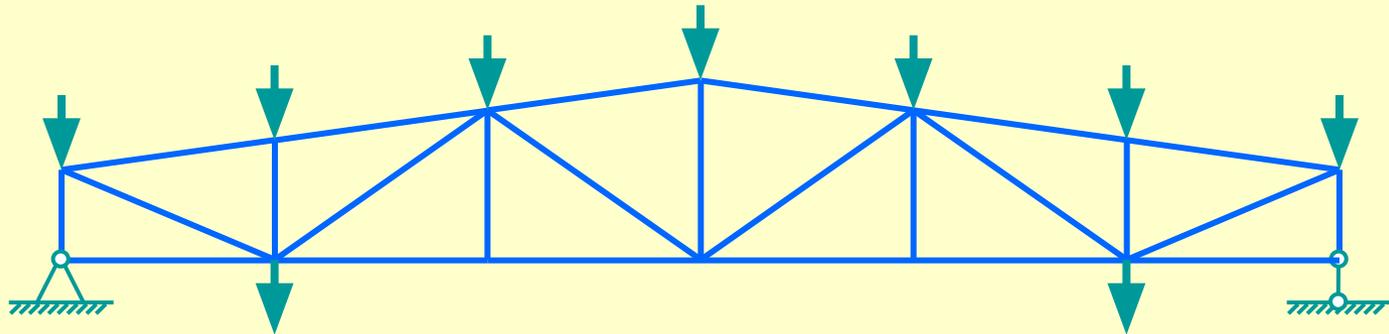
Эксплуатационная нагрузка через поперечные балки передаётся в узлы боковых несущих ферм моста.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



И затем по поперечным балкам устраивается проезжая часть

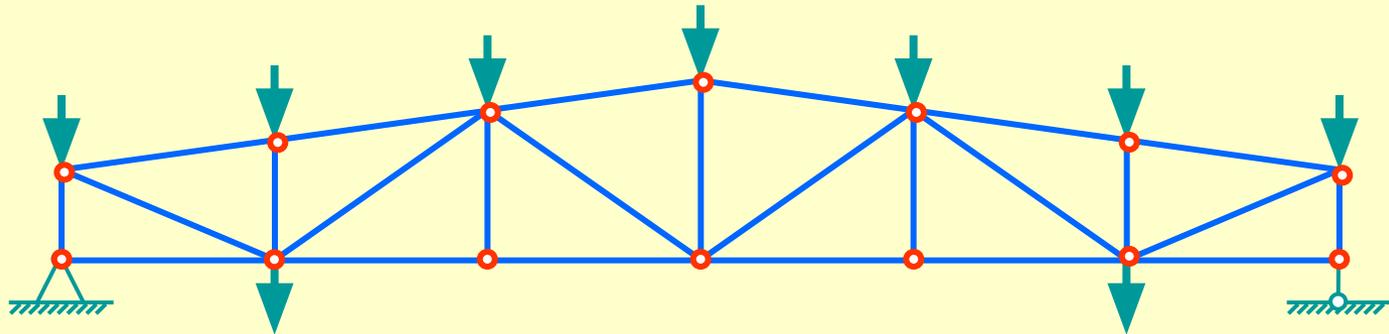
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



При соблюдении указанных выше условий, возникающие в стержнях ферм изгибающие моменты и поперечные силы малы по сравнению с продольными усилиями. Поэтому при расчете ферм ими пренебрегают.

Такое допущение было обосновано целым рядом выполненных экспериментальных исследований и принято как основополагающее при разработке методов расчёта ферм.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



В реальных фермах соединения стержней в узлах, как правило, жёсткие. В расчётной схеме соединения стержней считают шарнирными, что связано с реализацией принятого упрощающего предположения о возможности пренебречь усилиями, возникающими при изгибе.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

При соблюдении оговорённых выше упрощающих условий каждый стержень фермы оказывается нагруженным силами, приложенными на концах стержня.

Силы, приложенные по краям стержня можно заменить их равнодействующими, направленными вдоль стержня.



# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

При соблюдении оговорённых упрощающих условий каждый стержень фермы оказывается нагруженным силами, приложенными на концах стержня.

Силы, приложенные по краям стержня можно заменить их равнодействующими, направленными вдоль стержня.

Усилие считается положительным, если стержень растянут и отрицательным, если стержень сжат



ИЛИ



# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

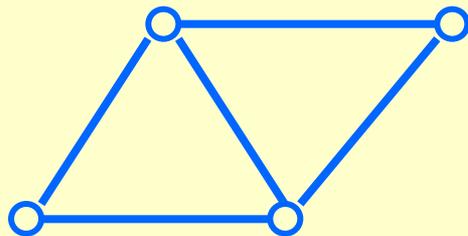
## Условие геометрической неизменяемости ферм

Найдём минимальное число  $S_0$  стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей  $Y$  узлов. Простейшая неизменяемая конструкция имеет три узла и три стержня.

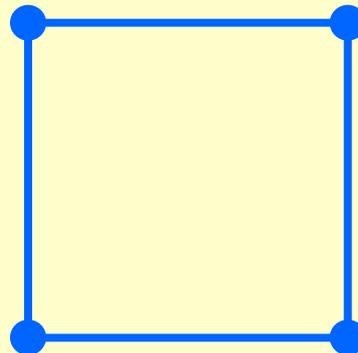
Для присоединения каждого нового  $(Y - 3)$  узла необходимы два стержня. Таким образом, получаем:

$$S_0 = 3 + 2(Y - 3) = 2Y - 3.$$

Если  $S < S_0 = 2Y - 3$ , конструкция будет геометрически изменяемой.



Рассмотрим  
конструкцию



$$S = 4; Y = 4, \\ \text{следовательно,} \\ S = 4 < S_0 = 2Y - 3 = 5.$$

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

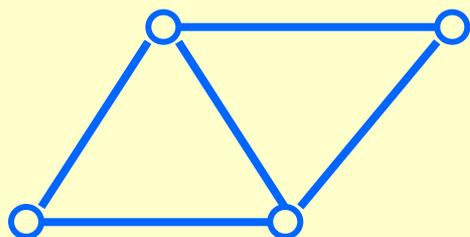
## Условие геометрической неизменяемости ферм

Найдём минимальное число  $S_0$  стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей  $Y$  узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня.

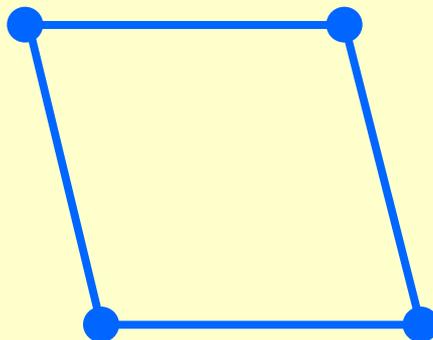
Для присоединения каждого нового  $Y - 3$  узла необходимы два стержня. Таким образом, получаем:

$$S_0 = 3 + 2(Y - 3) = 2Y - 3.$$

Если  $S < S_0 = 2Y - 3$ , конструкция будет геометрически изменяемой.



Рассмотрим  
конструкцию



Система геометрически  
изменяема

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

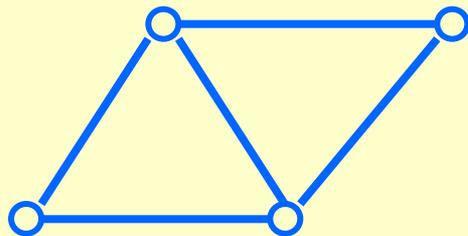
## Условие геометрической неизменяемости ферм

Найдём минимальное число  $S_0$  стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей  $Y$  узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня.

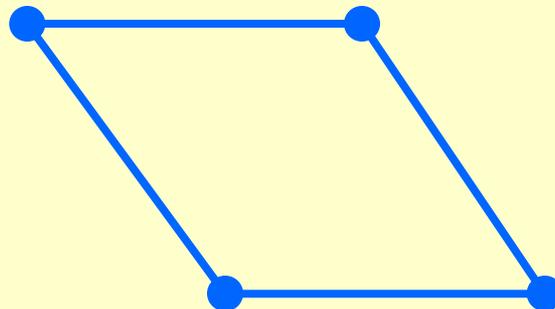
Для присоединения каждого нового  $Y - 3$  узла необходимы два стержня. Таким образом, получаем:

$$S_0 = 3 + 2(Y - 3) = 2Y - 3.$$

Если  $S < S_0 = 2Y - 3$ , конструкция будет геометрически изменяемой.



Рассмотрим  
конструкцию



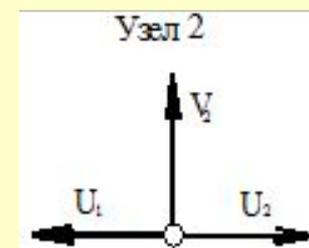
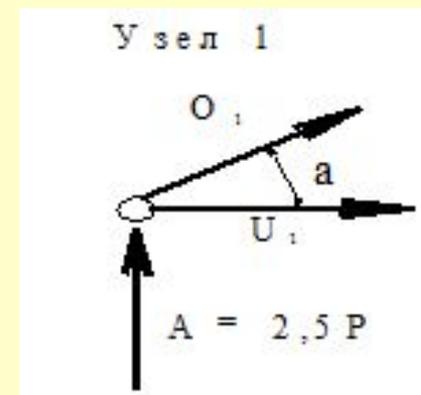
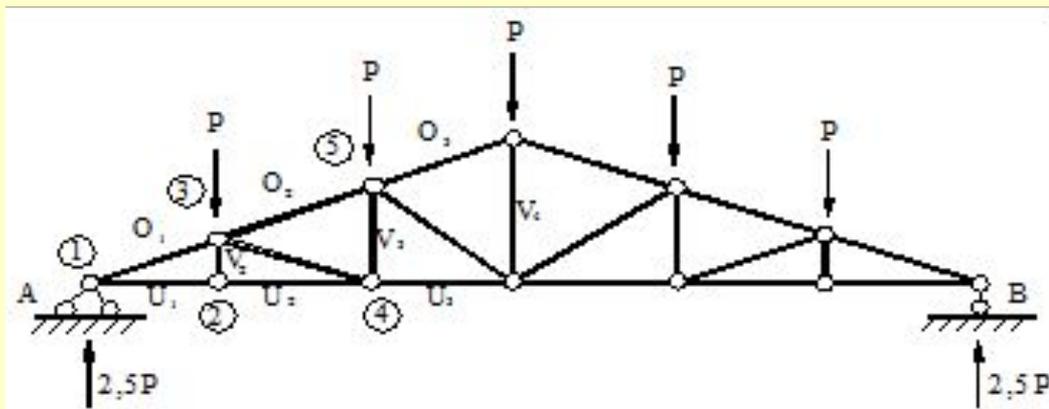
Система геометрически  
изменяема

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## Методы расчета ферм

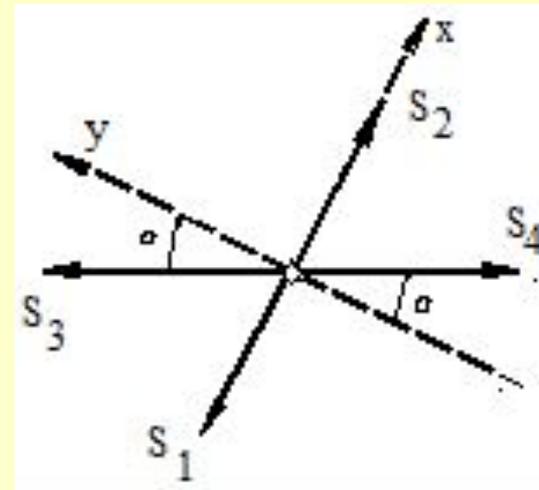
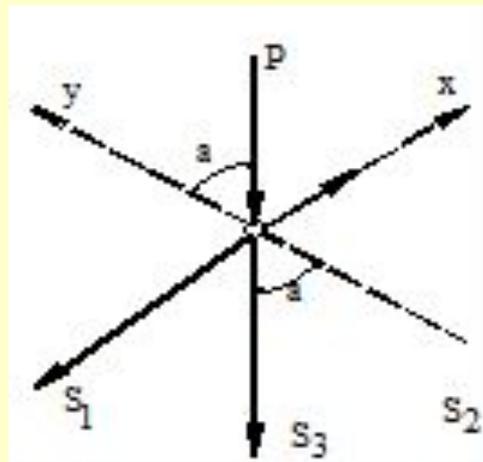
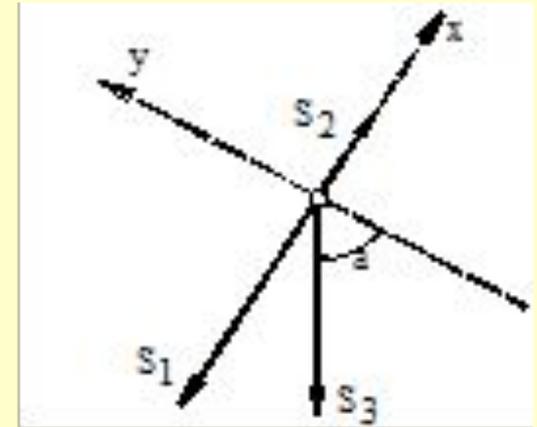
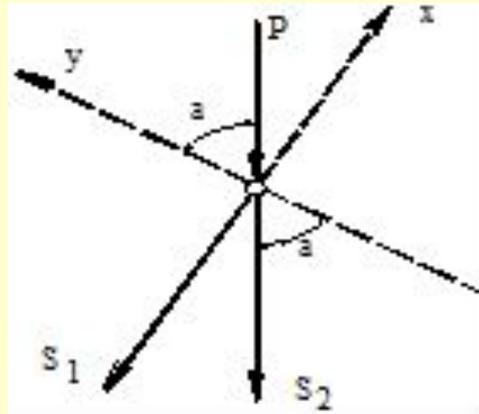
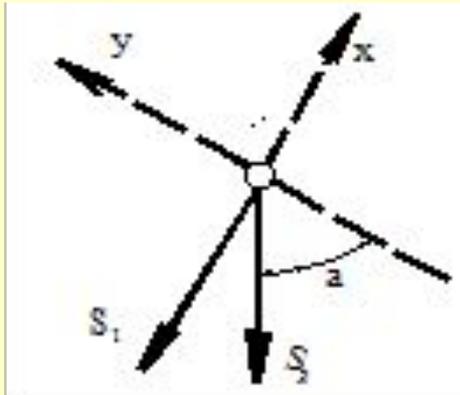
Существует два основных метода расчета статически определимых ферм: метод вырезания узлов и метод расчленения фермы на две части.

### 1. Метод вырезания узлов

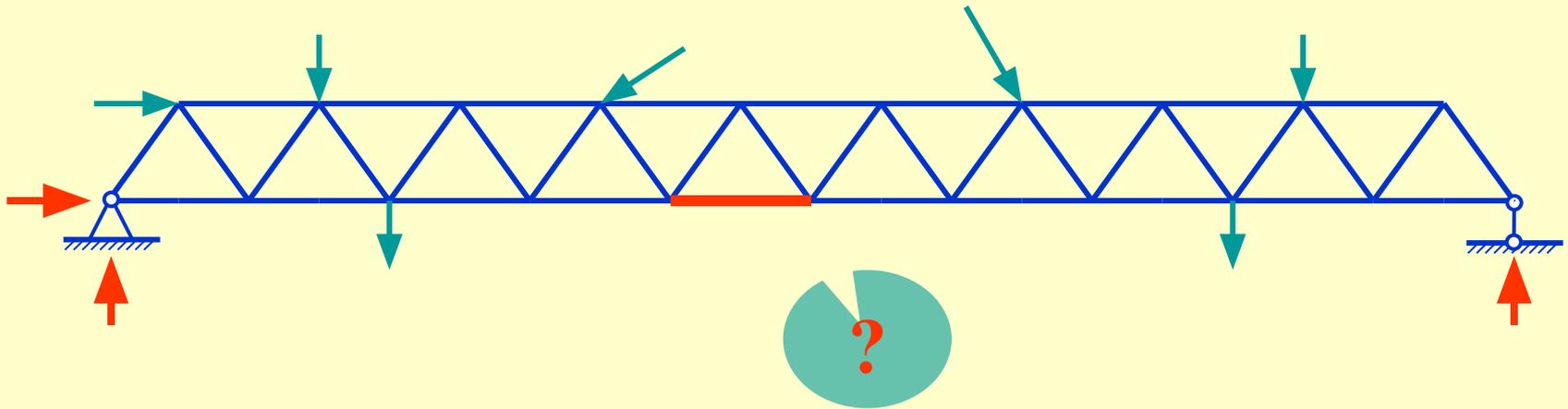


# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## Частные случаи метода вырезания узлов



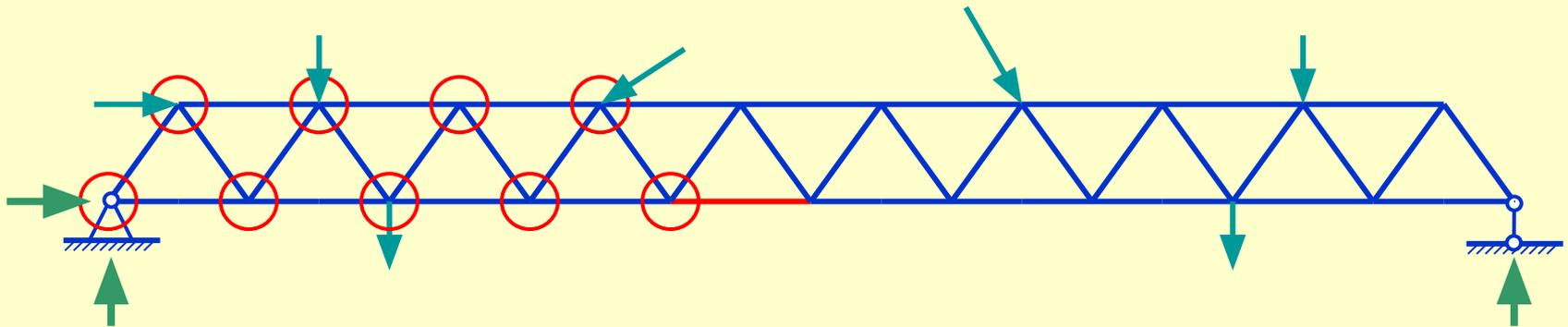
# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



Метод вырезания узлов применяют, как правило, при расчете простых ферм. В случаях, когда ферма имеет большое число стержней, метод вырезания узлов становится неоправданно трудоёмким. Рассмотрим ферму.

Требуется определить усилие только в одном, указанном на расчетной схеме, стержне фермы.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

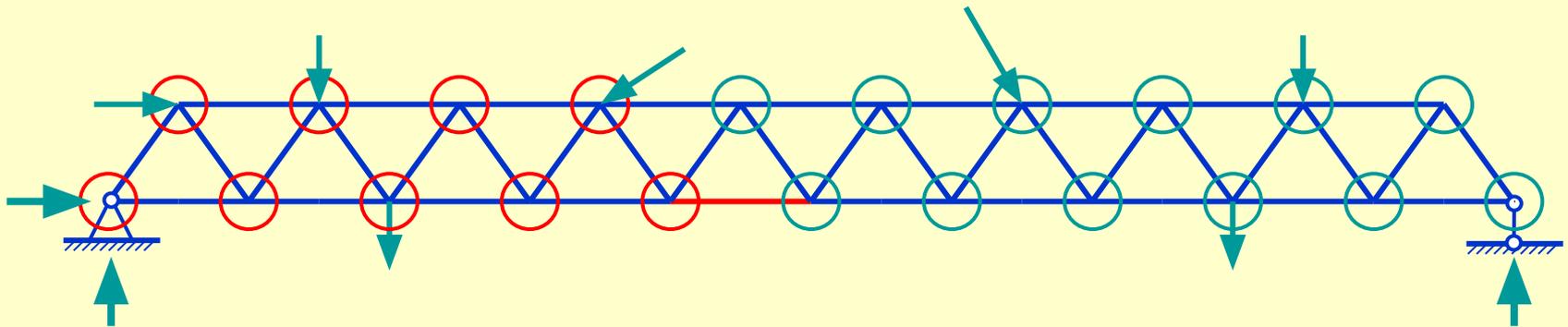


Для определения усилия в отмеченном стержне необходимо будет последовательно вырезать 9 узлов, составить и решить 18 уравнений равновесия.

Кроме того, три уравнения равновесия фермы в целом потребуются для определения опорных реакций.

Понятно, что при решении 21-го уравнения, можно допустить ошибку или же ошибка постепенно будет накапливается за счет приближений при вычислении усилий в стержнях.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

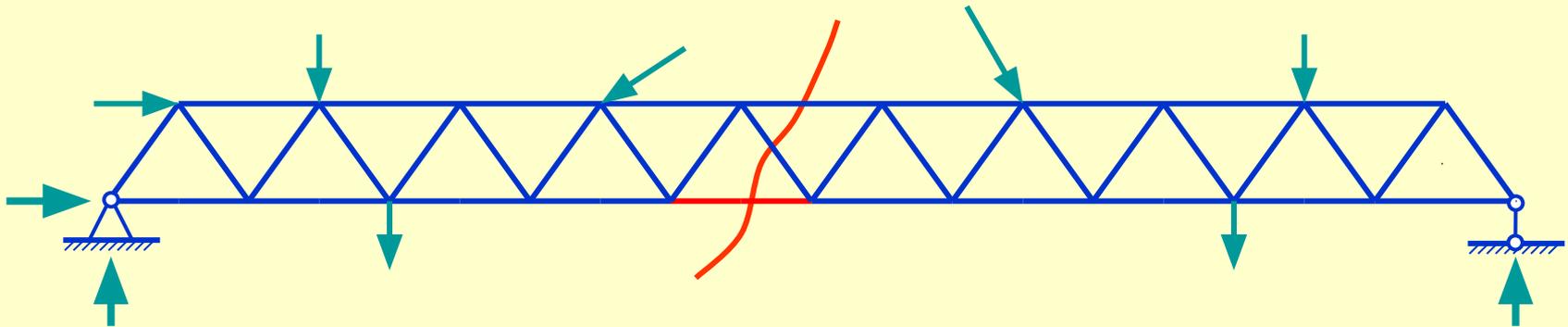


Чтобы убедиться в правильности полученного результата, необходимо составить проверочные уравнения. Для этого придётся продолжить рассмотрение равновесия узлов фермы до правой опоры.

В двух уравнениях, составленных для последнего узла, условия равновесия должны выполняться тождественно, то есть они выполняют роль проверочных уравнений.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

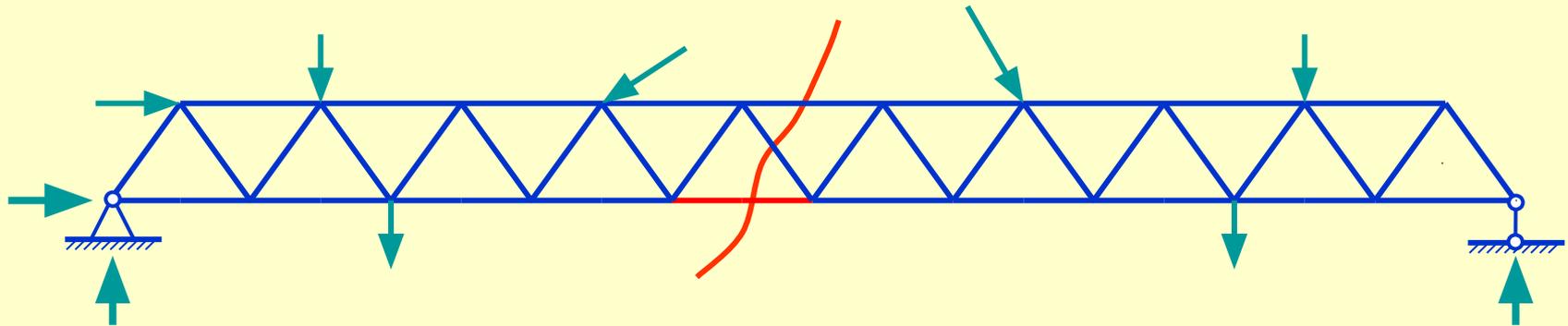
## Метод сквозных сечений



Метод сквозных сечений состоит в том, что ферма разрезается сечением на две части и рассматривается равновесие одной из этих частей.

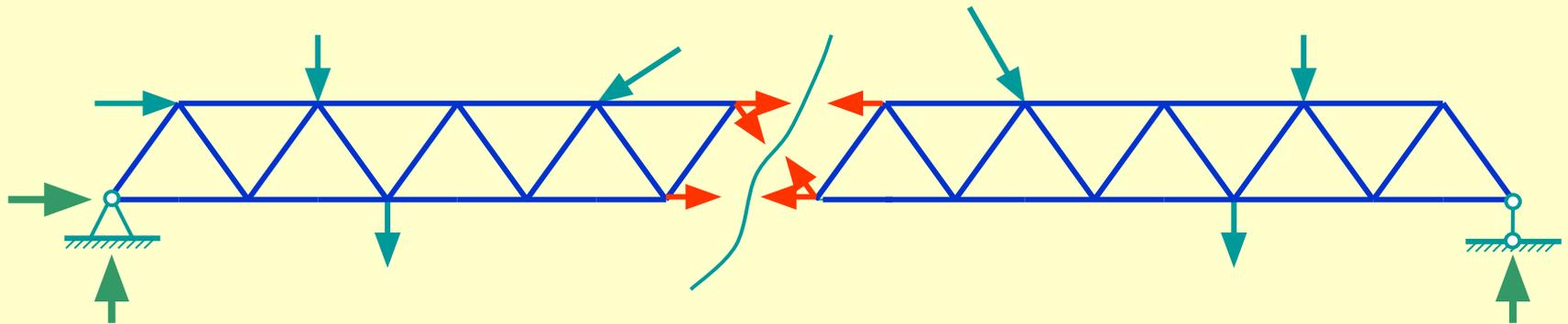
Сечение проводится таким образом, чтобы разрезанными оказались не более трех стержней, оси которых не пересекаются в одной точке. Разрезанным также должен быть стержень, в котором необходимо определить усилие.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



Влияние одной части фермы на другую заменяют усилиями в разрезанных стержнях, направляя их от узлов к сечению.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ



Теперь каждая полуферма находится в равновесии под действием внешних нагрузок, опорных реакций и усилий в разрезанных стержнях.

Рассматривая равновесие любой из частей фермы, определяют искомые усилия.

Т.е., нужно мысленно отбросить одну из частей фермы (лучше ту, где больше нагрузок), а для оставшейся части составить одно из уравнений:

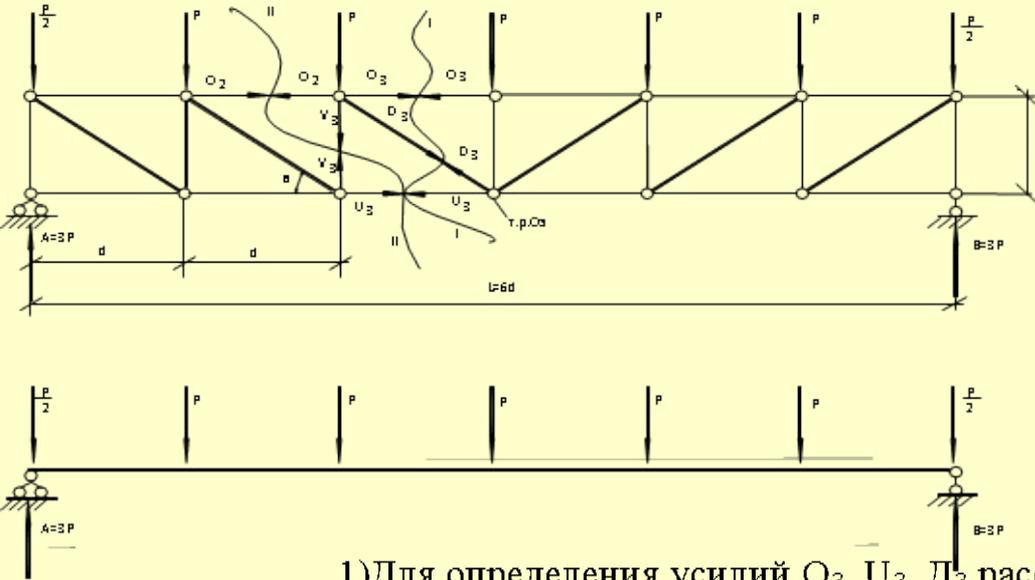
$$\left. \begin{array}{l} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \end{array} \right\} \text{ способ проекций} \quad \left. \sum M = 0 \right\} \text{ способ моментной точки}$$

Каждое из этих уравнений должны содержать не более одной неизвестной. Это достигается либо удачным выбором направления координатных осей (для уравнений

$\sum X=0$ ,  $\sum Y=0$ ), либо удачным выбором так называемой моментной точки (точки Риттера).

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## СПОСОБ моментной точки и способ проекций



Точка Риттера выбирается как точка пересечения двух из рассеченных стержней (либо продолжение этих стержней). Из решения уравнений определяются усилия в исследуемом стержне.

### Область применения способа.

Достоинство способа рассечения заключается в том, что он позволяет определить усилие в отдельном стержне фермы.

1) Для определения усилий  $O_3$ ,  $U_3$ ,  $D_3$  рассечем ферму через эти три стержня сечением I-I. Мысленно отбросим правую часть фермы (там больше нагрузок) и будем рассматривать условия равновесия левой части фермы.

2) Для определения усилия  $O_3$  используем уравнение моментов. Моментную точку выберем там, где пересекаются усилия  $D_3$  и  $U_3$ . Составим уравнение моментов всех сил, расположенных левее сечения I-I относительно моментной точки  $O_3$ .

$$M_{\text{пр. } M_3} = M_{M_3} = A3d - \frac{P}{2}3d - P2d - Pd + O_3h = 0;$$

$M^c_{O_3}$ -балочный момент относительно  $O_3$

Таким образом имеем:

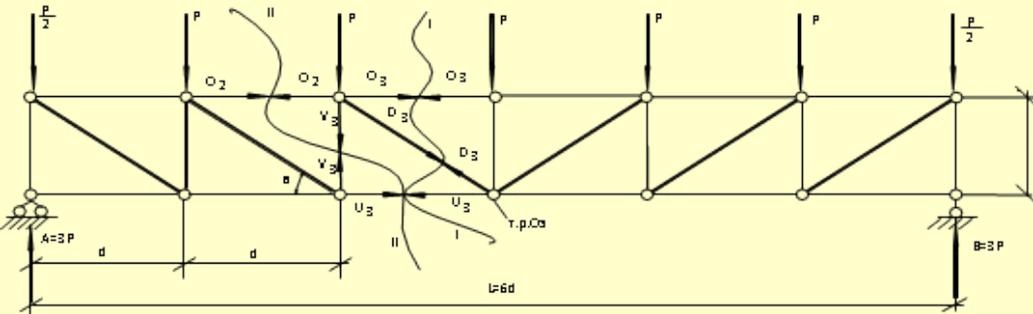
$$M_{\text{тр. } O_3} + O_3h = 0;$$

Отсюда

$$O_3 = - \frac{M^0_{\text{тр. } O_3}}{h}$$

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## СПОСОБ моментной точки и способ проекций



Выводы:

1) Чтобы найти усилие в стержне верхнего или нижнего пояса фермы с параллельными поясами, нужно соответственно, балочный момент поделить на высоту фермы  $h$ .

2) При нагрузках, действующих сверху вниз, независимо от направления раскосов, нижний пояс всегда растянут, а верхний сжат.

3) Так как балочный момент  $M_{т.р.}^0$

возрастает от опор к середине фермы, то стержни поясов будут испытывать тем большее усилие, чем дальше они от опор.

Для определения усилия  $D_3$  в раскосе фермы нужно для левой части фермы составить уравнение  $\sum Y = 0$  т.к. для  $D_3$  моментная точка будет располагаться в бесконечности.

$$\text{Из } \sum Y = 0 \text{ имеем } A - \frac{m}{2} - m - m - D_3 \sin \alpha = 0$$

$$Q_{I-I}^0$$

$Q_{I-I}^0$  - балочная поперечная сила в сечении I-I

$$Q_{I-I}^0 - D_3 \sin \alpha = 0$$

$$\text{Отсюда } D_3 = \frac{Q_{I-I}^0}{\sin \alpha}$$

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## СПОСОБ моментной точки и способ проекций

Для определения усилия в стойке  $V_3$  проведем сечение II-II, снова через три стержня, в которое попадет и  $V_3$ . Отбросим правую часть, а для левой части составим уравнение

$\sum Y = 0$ , так как моментная точка для  $V_3$  располагается в бесконечности.

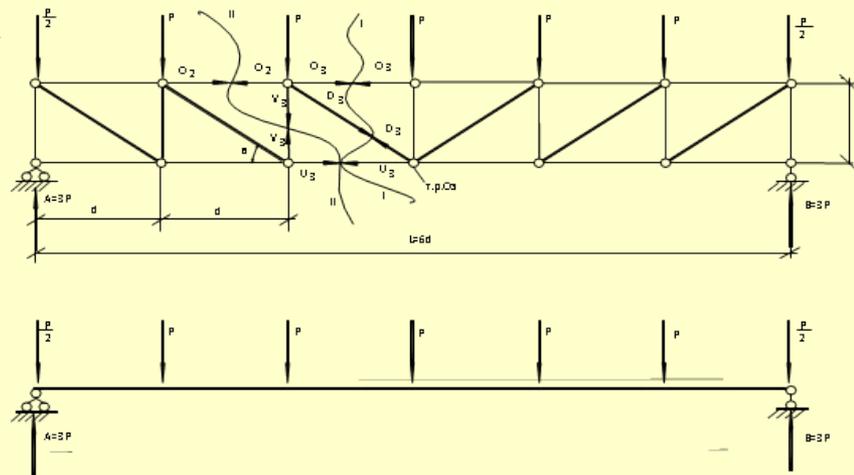
$$\sum Y = 0;$$

$$A - \frac{m}{2} - m + V_3 = 0$$

$$Q_{II-II}^0$$

$Q_{II-II}^0$  - балочная поперечная сила в сечении II-II балки

Отсюда  $V_3 = - Q_{II-II}^0$ .



Выводы:

1) Усилия в раскосах ферм с параллельными поясами равны балочной поперечной силе поделенной на  $\sin$  угла между раскосом и поясом фермы.

2) Усилия в стойках этих ферм равны балочной поперечной силе, причем сечение в балке нужно проводить между теми же силами (узловыми нагрузками), между которыми проведено рассечение фермы.

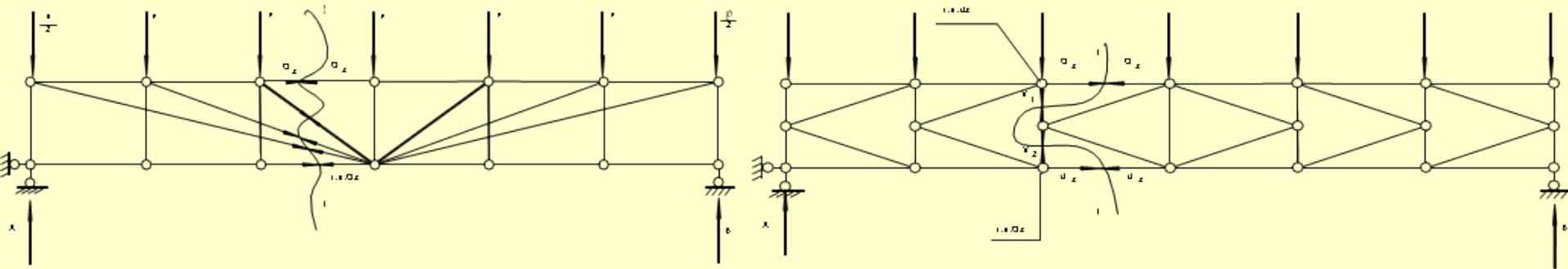
3) Так как балочная поперечная сила у опор балки больше чем в середине пролета, то раскосы и стойки у фермы с параллельными поясами испытывают большие усилия возле ее опор, уменьшаясь к середине пролета.

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

## СПОСОБ моментной точки и способ проекций

Как правило, при расчете ферм методом моментной точки или проекций, сечение необходимо проводить через три стержня. Однако существуют фермы, которые позволяют делать рассечение более чем через три стержня и получать уравнение с одним неизвестным.

Условие в этом случае таково: сколько бы стержней мы не рассекали, все стержни, кроме одного исследуемого, должны иметь одну общую точку пересечения, которая и принимается за моментную точку.



Проводим сечение I-I через 5 стержней, но 4 из этих 5 стержней пересекаются в точке  $O_3$ .

Составляем уравнение  $\sum M_{T p O_3} = 0$ , отсюда определяем усилие  $O_3$ .

Нужно провести сложное сечение I-I через четыре стержня и для определения  $O_3$  и  $U_3$  выбрать соответствующие моментные точки, в которых пересекаются по три направления стержней, кроме исследуемого.

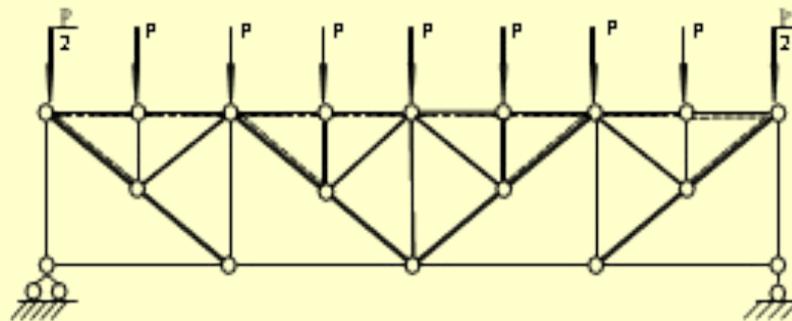
Из уравнений

$$\sum M_{T p O_3} = 0 - \text{находим } O_3$$

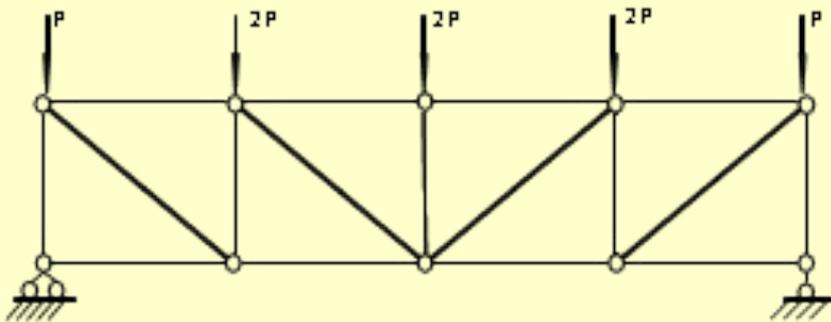
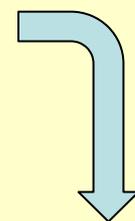
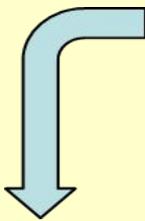
$$\sum M_{T p U_3} = 0 - \text{находим } U_3, \text{ так как каждое уравнение содержит одну неизвестную.}$$

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

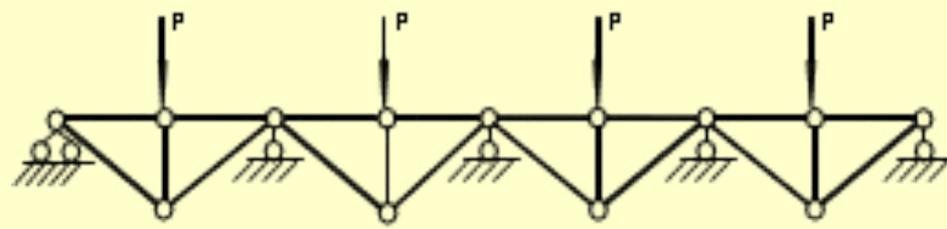
особенности расчета шпренгельных и составных ферм



Заданная система



Основная система



+ шпренгельная фермочка

# ПЛОСКИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ФЕРМЫ

особенности расчета шпренгельных и составных ферм

